Investigación
Política y Geometría

Mª Dolores López González

Sagrario Lantarón Sánchez

Isabel Lillo Villalobos

Revista de Investigación

G.I.E Pensamient Matemátic

ISSN 2174-0410

1 de abril de 2011

Resumen

En este trabajo se aplican conceptos matemáticos al planteamiento de un problema de competición política. Se desarrolla y se implementa además un método que usa herramientas relacionadas con la geometría computacional para la resolución de dicho problema, probándose dicho método en un ejemplo basado en la política española.

Palabras Clave: Geometría Computacional, Competición Política, Algoritmos de búsqueda.

1. Introducción

Las matemáticas, independientemente de su doble vertiente de disciplina teórica y aplicada están, hoy en día, presentes en casi todas las actividades humanas, desde las ciencias experimentales hasta el arte, pasando por la medicina, la informática, la economía, etc., por lo que no es de extrañar que también algunos aspectos de la actividad política estén muy ligados a las matemáticas.

Pese a parecer sorprendente, existen conexiones entre la política y las matemáticas en no pocas líneas entre las que cabe destacar por ejemplo, la utilidad de la estadística o de la teoría de juegos aplicadas a procesos de competición política, elección social, votación, etc. El trabajo que aquí se presenta tiene como finalidad poner de manifiesto que una vez más, las matemáticas más elementales como son las ideas geométricas pueden aplicarse, en este caso al mundo de la política, concretamente a los procesos electorales, con buenos resultados. Con ello se evidencia que la cultura matemática es importante en prácticamente todos los campos de la vida cotidiana y profesional.

2. Los procesos electorales

La economía política hace un balance entre los intereses de los diferentes votantes y los partidos políticos. Estudia las preferencias políticas de la distribución de los votantes de una población atendiendo a factores socioeconómicos que se incorporan a la política pública. Estos se derivan de las diferencias de renta, edad, situación laboral, etc. En este trabajo abordamos la resolución de problemas de economía política por medio de herramientas geométricas sencillas.

Si asumimos que las diferentes opciones políticas acerca de dos temas distintos, a concretar en cada caso, se representan por las coordenadas de los puntos del plano, que llamaremos plano de políticas, la distancia entre ellos dará idea de la afinidad de las posturas relativas a dichos temas. Como en la actualidad en la mayoría de los países democráticos la lucha por el poder se lleva a cabo entre dos partidos mayoritarios, consideraremos el problema con dos partidos políticos en campaña electoral. Con estas consideraciones, el problema es el siguiente:

Tomamos, dentro del plano de políticas, dos partidos políticos p y q dados por sus coordenadas (p1,p2) y (q1,q2) y la localización de los n votantes. La mediatriz del segmento que los une divide al plano en dos partes (semiplanos) y así es posible calcular cuál es el número de votantes que elige a cada partido por proximidad a cada propuesta. Aquellos que están en el semiplano que contiene a uno de los partidos, votará a dicho partido.

Con el objetivo de conseguir el mayor número posible de adeptos, los partidos políticos van adaptando sus propuestas y pueden alterar sus políticas dentro de unos límites (por supuesto no es lógico que se alejen demasiado de su idea inicial). La finalidad reside en encontrar las posiciones óptimas (propuestas políticas) para ellos dentro del entorno marcado por esas limitaciones, es decir, aquéllas para las que el semiplano correspondiente anteriormente citado, contiene mayor número de votantes.

Por supuesto, todo esto tiene sentido si se conocen las preferencias de los votantes que a su vez deben conocer los programas electorales de los partidos y sus propuestas en cada momento. La idea entonces es resaltar, por un lado la importancia de las encuestas de opinión realizadas con rigurosidad en periodos cercanos a las elecciones, así como la difusión clara por parte de los partidos de sus propuestas y de las diversas matizaciones que de ellas se vayan proponiendo.

Con los resultados de las encuestas de opinión pueden detectarse los dos temas de mayor importancia para los ciudadanos en cada momento y aplicar el modelo geométrico que aquí se presenta, permitiendo a los políticos elegir una estrategia adecuada.

3. Planteamiento geométrico del problema

Si caracterizamos, por ejemplo, la inversión en educación y sanidad, por medio de dos parámetros (coordenadas de un punto del plano), tendremos determinado el plano de políticas. De esta forma, una política determinada vendrá dada por una posición en el plano, es decir por sus dos coordenadas.

Sean los partidos políticos p y q situados en los puntos (p1, p2) y (q1, q2) y (vi1 ,vi2) con i=1,…, n, las coordenadas de los n puntos que representan las preferencias de n votantes de una cierta población.

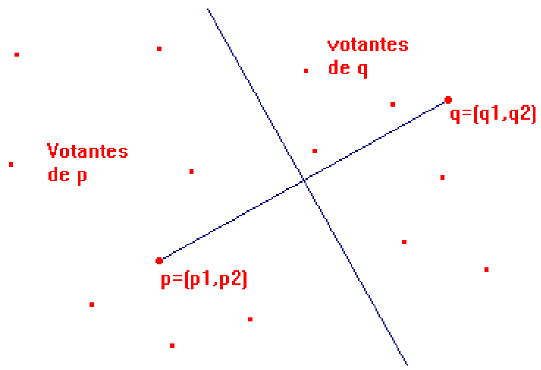


Figura 1. Región de captación de votantes para los partidos según sus propuestas

El conjunto de votantes del partido p estará más cerca de la posición de p que de la de q, por ello utilizamos la construcción de geometría computacional que se llama diagrama de Voronoi. Para nuestro caso, el diagrama de Voronoi consta de las dos regiones en que queda dividido el recinto al trazar la mediatriz del segmento pq. Ver figura 1.

Como en política es habitual que se admita una ligera variación en los programas de los partidos con el fin de conseguir un mayor número de votos, admitimos en este caso que sólo el partido p flexibilize sus opciones, es decir, que se mueva en un cierto entorno, representado por un disco centrado en su postura inicial y de radio r marcado por su grado de flexibilidad. Buscamos la mejor situación para p dentro de este entorno, aquélla desde la que consigue acercarse a un mayor número de votantes. Ver figura 2.

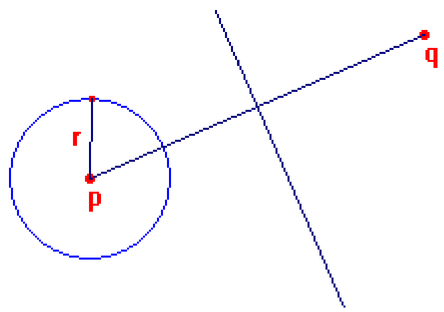


Figura 2: Entorno de flexibilidad para el partido p

La geometría nos aporta los siguientes resultados:

a) Siempre hay una situación óptima para p sobre la frontera de dicho entorno, y en el arco más próximo a q situado entre las dos tangentes trazadas desde q a la circunferencia (parte visible del entorno de p desde q). Ver figura 3.

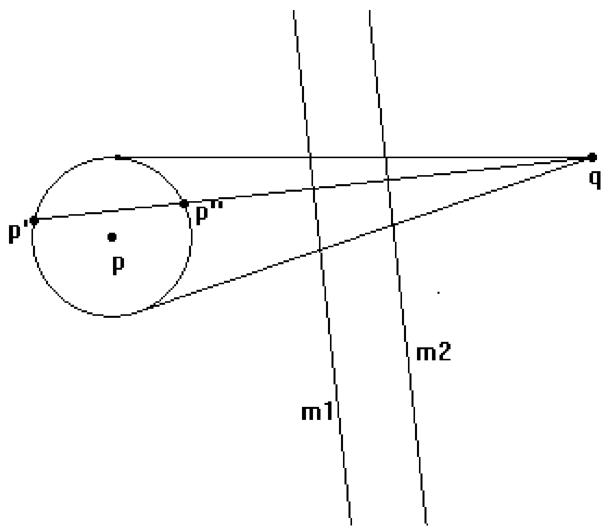


Figura 3: Primera aproximación de la zona óptima para p en su entorno de flexibilidad

Esto es porque si consideramos un punto del interior p' y trazamos la mediatriz m1 correspondiente a p' y q, cualquier punto situado en la línea que une p' y q tendría su mediatriz correspondiente paralela a la anterior, es decir, cuanto más nos acerquemos a la frontera del entorno cercana a q, la región de Voronoi (el semiplano) contendrá a las anteriores. Como consecuencia hay más posibilidad de captar más puntos.

Igualmente, si consideramos un punto p' de la frontera situado fuera de la parte visible desde q y trazamos la mediatriz m2 correspondiente a p' y q, el punto p'' intersección de la recta que une p' y q con la parte visible, cumple que la mediatriz p''q es paralela a la calculada. Comprobamos así que su región de Voronoi contendrá a la anterior. Ver figura 3.

b) Clasificación de los votantes.

Los puntos de la nube de votantes se clasifican en tres conjuntos según puedan o no ser capturados por las posibles localizaciones o posturas tomadas por el partido p:

1.- Votantes que nunca pueden atrapar p:

Los puntos (v_{i1}, v_{i2}) que pertenecen al conjunto siguiente:

$$\{(x,y)/d[(x,y),\text{circunfere ncia}] > d[(x,y),q]\}$$, es decir,

$$\{(x,y)/d[(x,y),p]-r > d[(x,y),q]\} = \{(x,y)/d[(x,y),p]-d[(x,y),q] > r\}$$

La frontera del conjunto es : $\{(x,y)/d[(x,y),p]-d[(x,y),q] = r\}$ la rama de la hipérbola de focos p y q y distancia 2a=r, más próxima a q. (Zona 1 en figura 4).

2.- Votantes que siempre atrapa p:

Los puntos (v_{i1}, v_{i2})que pertenecen al conjunto:

$$\{(x,y)/\textit{máximo}\{d[(x,y),(c_1,c_2)\ \textit{con}\ (c_1,c_2)\in \text{circunfere ncia}]\} < d[(x,y),q]\}$$ es decir,

$$\{(x,y)/d[(x,y),p]+r < d[(x,y),q]\}$$

Así:

$$\{(x,y)/d[(x,y),q]-d[(x,y),p] > r\}$$

La frontera del conjunto es $\{(x,y)/d[(x,y),q]-d[(x,y),p] = r\}$, la rama de la hipérbola de focos p y q y distancia 2a=r, más próxima a p. Esta zona se puede ampliar ya que la posición óptima de p se restringe al arco visible y, en realidad, se amplía a la limitada por las mediatrices. (Zonas 2 y 4 en figura 4).

3.- Votantes que p puede ganar. Los dudosos:

Sólo se podrán coger como votantes dudosos de la nube los situados en la región limitada por las dos mediatrices de qp' y qp'' y el arco de hipérbola más cercano a q. (Zona 3 en figura 4).

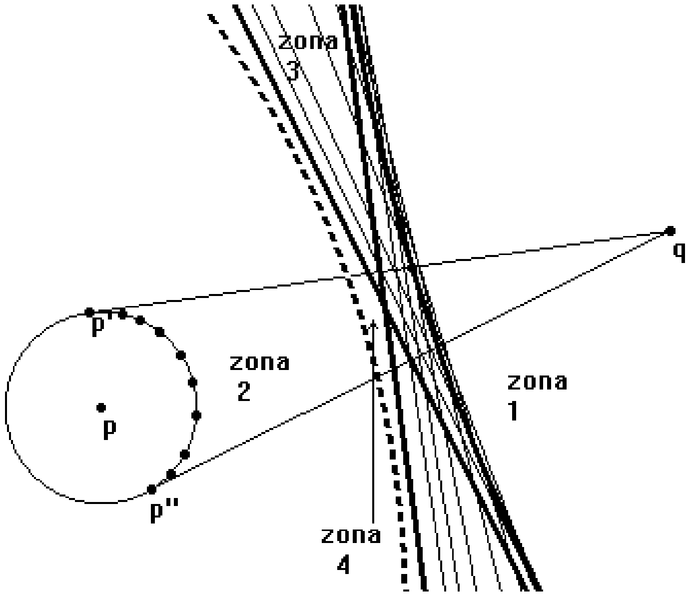


Figura 4: Clasificación de los votantes

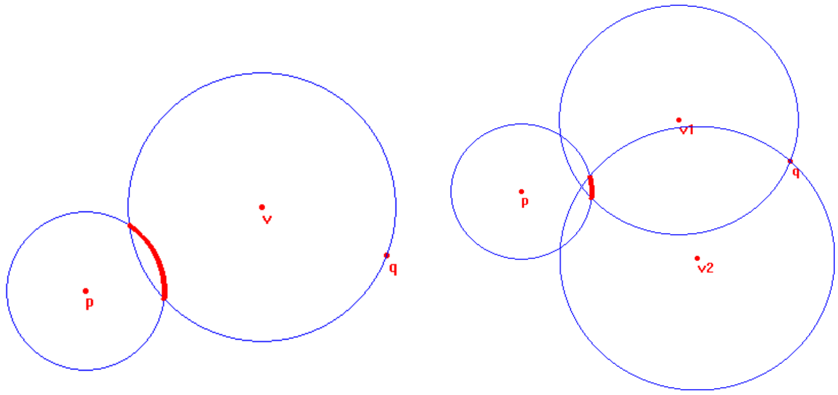
De esta manera, la idea es encontrar la posición o posiciones óptimas (propuestas políticas del partido p) dentro del entorno que le garantice la captación del mayor número de votantes de entre los dudosos.

c) Solución geométrica al problema. Calculo de las posiciones óptimas:

El proceso que describimos a continuación se basa en la localización de intersecciones de circunferencias. Buscamos posiciones dentro del entorno de p que tengan más cerca la posición de un votante que la posición adoptada por el partido q.

Por un lado, tomamos la circunferencia centrada en p que nos indica el entorno de flexibilidad para el partido político correspondiente, por otro, para cada votante vi la circunferencia centrada en dicho punto y que pasa por q, ya que si la distancia a p es menor que a q, el primer partido podrá contabilizar a vi como votante propio. El arco marcado en la figura 5 (a) representa las posiciones que hacen que el partido p capte al votante. Si realizamos este proceso para todos los votantes, la zona de máxima intersección de estos arcos garantizará la posición adecuada para el partido. Eligiendo una postura en esa zona se asegurará el mayor número de votantes.

Ver figura 5 (b).



(a) (b)

Figura 5: Arcos que representan: la zona de captación por parte del partido p de: un votante v (figura a) y la de dos votantes v1, v2 (figura b), al variar su posición en el entorno

4. Ejemplo práctico en el caso de la política en España

En esta sección se pone en práctica el proceso geométrico presentado a través de la simulación de un estudio de opinión relativo a temas presupuestarios basado en el Estudio de Opinión Pública y Política Fiscal nº 2615 (Julio de 2005) realizado por el CIS (Centro de Investigaciones Sociológicas).

4.1. Las encuestas de opinión

En España existen numerosos estudios estadísticos y encuestas sobre gran número de tópicos llevados a cabo por entidades como el CIS (Centro de Investigaciones Sociológicas), el INE (Instituto Nacional de Estadística) o el CEACS (Centro de Estudios Avanzados en Ciencias Sociales). Como un típico estudio de encuestas de opinión relevantes realizadas en la actualidad en nuestro país, hemos decidido trabajar con el estudio nº 2615 del CIS. Por un lado, sus resultados nos permitirán simular de forma más real la información que necesitamos y que no se encuentra a nuestra disposición por las carencias de este tipo de estudios, por otro lado, nos servirá para poner en práctica la teoría presentada avalándola como una buena posibilidad de planteamiento político y poniendo de manifiesto la necesidad de otras encuestas y estudios más completos. Esta encuesta contiene cuestiones sobre temas como los siguientes:

- El grado de demanda de ciertos servicios públicos por parte del encuestado.
- Opinión de los servicios que se reciben a cambio de los impuestos que se pagan.
- Evaluación sobre la cantidad de recursos que se destinan a los diferentes servicios.
- La necesidad de incrementar los impuestos para la mejora de los servicios.
- Buena distribución de los impuestos.

Todas estas cuestiones se presentan con respuestas multiopcionales como "no", "poco", "mucho".

4.2. Simulación a través de un ejemplo de política nacional

Usaremos el modelo presentado para simular unas estrategias electorales en un caso de política en España con datos parcialmente basados en los resultados de la encuesta del CIS anteriormente citada. Estos datos nos permitirán ejecutar una búsqueda de la política más adecuada en dos temas específicos, y evaluar los beneficios de tener esta información antes de un proceso electoral. Saber el número de las personas entrevistadas y sus respuestas a las preguntas del estudio, nos ha permitido simular el problema al nivel nacional.

Para poder llevar a cabo este tipo de trabajos se hace necesario contar con información adicional de tipo cuantitativo. Por ello añadiríamos a las encuestas preguntas del tipo:

1. Elija, de la lista siguiente, dos servicios que usted considera de alta prioridad: Educación, Defensa, Salud, Vivienda, Justicia, Trabajo y Materias Sociales, Transporte y Comunicaciones, Medio Ambiente.
2. Sabiendo el porcentaje de recursos que el gobierno ha dedicado en 2005 a cada uno de ellos, ¿qué porcentaje dedicaría usted?
3. ¿Afectaría a su actitud y decisión de voto el saber con antelación el dinero que dedicaría un partido si llegara al poder a cada uno

de los servicios anteriormente citados? En ese caso, ¿cuánto margen de diferencia con sus prioridades le permitiría a un candidato para darle su voto?

Preguntas como éstas nos permiten escoger dos temas que son importantes para los ciudadanos. Nos proporcionan además información cuantitativa sobre sus opiniones y los posibles efectos de sus decisiones de voto. Este ejemplo pone de manifiesto que es necesaria alguna preparación de los ciudadanos en ciertos temas para poder responder a las preguntas. Es muy importante para ellos tener información sobre los compromisos políticos de los partidos en temas presupuestarios y otros asuntos de interés. Nos gustaría comentar que estos elementos juegan un papel en las decisiones de la votación de los ciudadanos.

Para poner en práctica el ejemplo, escogimos evaluar las inversiones en educación y salud (temas detectados de interés en la encuesta del CIS), y generamos de forma aleatoria las respuestas a las tres preguntas propuestas usando los porcentajes reales de respuestas en dicha encuesta. Las políticas iniciales de los partidos se tomaron como sigue:

- Partido q el PP (Partido Popular). q=(1.6,8.9) que es la media de los porcentajes del presupuesto total de los recursos invertidos en Educación y Sanidad durante sus 8 años de mandato (1997, 2004).
- Partido p, el PSOE (Partido Socialista Obrero Español). p=(0.6,1.4) resulta la media de los porcentajes del presupuesto total de los recursos, invertidos en educación y sanidad durante los 2 últimos años de mandato que hasta ese momento llevaban (2005, 2006).

Estas cantidades se extrajeron de los capítulos 1 al 8 de los Presupuestos Generales del Estado Consolidados (1997-2006).

Cabe destacar que, como el trabajo se basa en encuestas reales, los elementos a evaluar pueden ser otros, en cada caso los detectados como más preocupantes para la sociedad en cada momento, ya que son esos los que más pueden influir en su decisión de voto.

4.3. Aplicación del proceso de cálculo de las posiciones óptimas

El proceso geométrico estudiado puede implementarse como un algoritmo eficiente y se ha programado en el lenguaje C. Los datos de entrada serán las localizaciones de los dos partidos mayoritarios: p y q (sus posturas políticas ante los dos ítems), el radio de flexibilidad para los partidos: r, y las localizaciones de los diferentes votantes encuestados (sus preferencias políticas sobre los temas considerados) vi, i=1,...,2276 (numero de encuestados). Las salidas son el número de votantes que votaría a cada partido según sus propuestas iniciales y el número de votantes que capturaría cada partido después de alterar su posición hacia una posición óptima dentro del entorno de flexibilidad.

De esta forma consideramos lo siguiente:

- El plano de políticas se define con el porcentaje de los presupuestos dedicados a educación y a sanidad.
- Las políticas seguidas por los dos partidos políticos, el primero el PSOE y el segundo el PP, determinados como ya mencionamos anteriormente: p=(0.6,1.4), q=(1.6,8.9).
- La flexibilidad política, que se va variando en cada estudio.
- Las preferencias de los votantes generadas a partir de la encuesta del CIS como explicamos en la sección 3.2.

Una representación gráfica de cuál sería la situación en ese momento viene dada en la figura 6

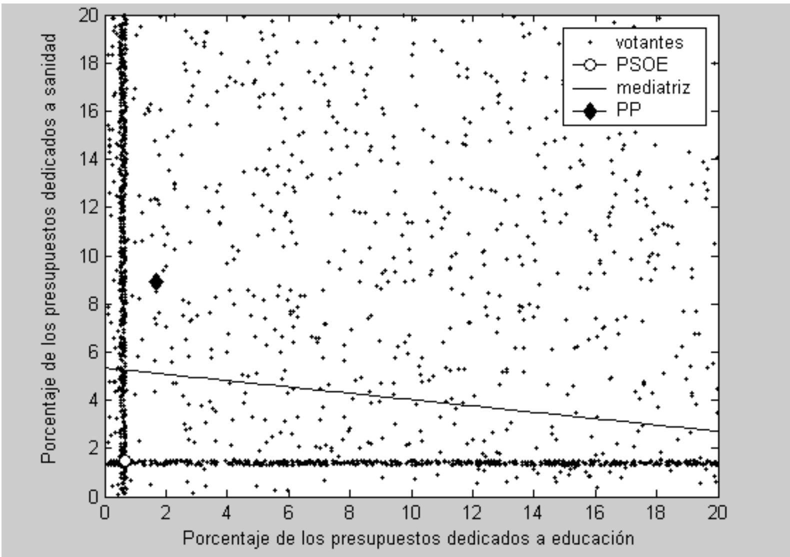


Figura 6: Representación gráfica de la situación de los votantes y de los partidos en la simulación

Para estudiar el efecto de una variación de la política a ofrecer en estos campos, permitiremos una flexibilidad para uno de los partidos (figura 7). La ejecución del proceso demuestra, como cabe esperar, que existen votantes que son captados por el partido por el cambio ofrecido y que existen votantes que, aun con la variación, no son captados (figura 8).

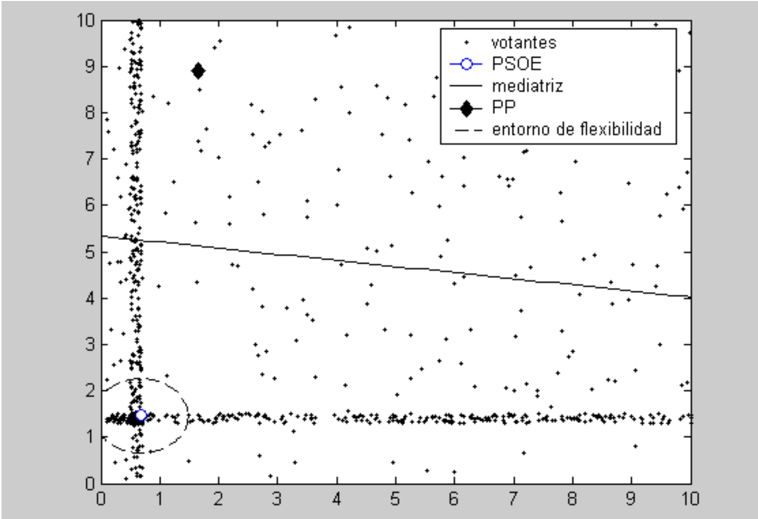


Figura 7: Entorno de flexibilidad para el primer partido p

Sin considerar flexibilidad política sobre las propuestas iniciales, los resultados del algoritmo arrojan que la intención de voto daría la victoria al PSOE (1277 votos) en lugar de al PP (999 votos).

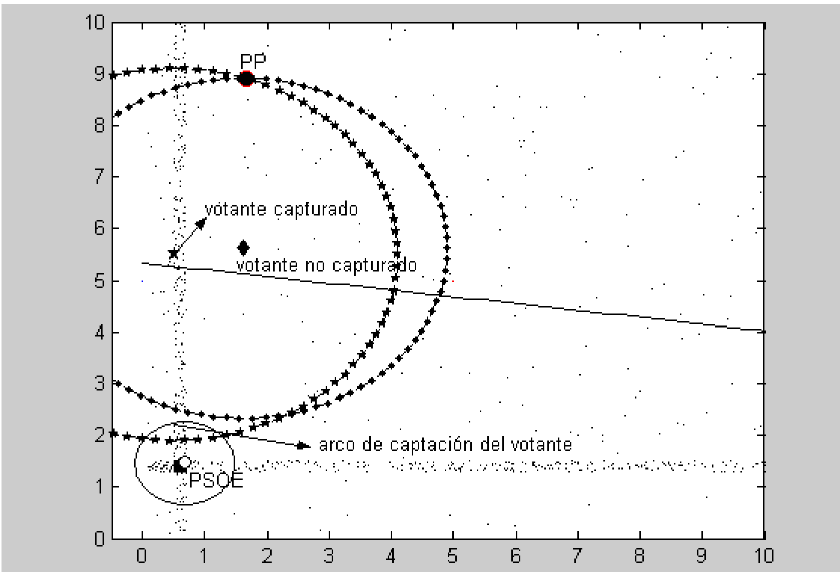


Figura 8: Posible captación de votantes tras la flexibilidad o cambio de política

A continuación pasamos a simular cómo cambiarían los resultados si los partidos alterasen sus propuestas en el margen de flexibilidad:

Estudio 1: Flexibilidad para el partido vencedor PSOE

En esta simulación permitimos una flexibilidad política del 0.8% al primer partido PSOE. Esto le supone un aumento de votos a 1312. Para ello la política óptima a ofrecer debe situarse en el arco de la circunferencia que marca el entorno de flexibilidad definido por los puntos (x1,x2)=(1.32,1.73) y (x1,x2)=(1.37,1.59). Esto es, una inversión en educación: x1, entre el 1.32% y el 1.37%; y en sanidad: x2, entre el 1.59% y el 1.73%; verificando la pertenencia al entorno, es decir: $(x1-0.6)^2+(x2-1.4)^2=(0.8)^2$.

Estudio 2: Flexibilidad para el partido perdedor PP

Hemos considerado distintos márgenes de flexibilidad:

- Cuando la flexibilidad política es de un 0.6%, el partido aumenta el número de posibles votantes a 1078 posicionándose en la zona óptima, lo que no le supone todavía la victoria sobre el PSOE.
- Una flexibilidad del 0.8% le es suficiente para garantizar la victoria, tendría 1138 votantes. La política óptima a ofrecer debe situarse en el arco de la circunferencia que marca el entorno de flexibilidad definido por los puntos (x1,x2)=(2.25,8.44) y (x1,x2)=(2.28,8.48), con $(x1-1.66)^2+(x2-8.91)^2=(0.8)^2$.

5. Conclusiones

Con este trabajo hemos querido dejar constancia de que hay conceptos de la geometría que permiten resolver problemas en el área de la economía política, concretamente en el área de la competición política. Se comprueba cómo, en el caso de escoger un modelo bipartidista con una población discreta de votantes, los modelos de la geometría aportan procesos de cálculo que obtienen soluciones óptimas para la captación de votos marcando unas estrategias adecuadas a los políticos.

Con este modelo presentado también se pone de manifiesto que la cultura política, económica y matemática de los ciudadanos puede marcar diferencias a la hora de las elecciones. Si conocen información sobre ciertos temas de interés para la sociedad, pueden tomar decisiones importantes que alterarían las votaciones. Además, el conocimiento de las preferencias de los votantes y de teorías como las aquí presentadas, pueden ser de gran utilidad a los políticos a la hora de preparar sus campañas y marcar sus estrategias políticas.

En general, los estudios de intención de voto se han encontrado tradicionalmente con dificultades como las que nosotros hemos resaltado en nuestro estudio. Destacamos las siguientes:

- Usualmente, existen muy pocos estudios cuantitativos sobre la opinión de los ciudadanos.
- Los partidos políticos son muy reacios a comprometerse claramente y a dar información cuantitativa precisa sobre ciertos temas, sobre los que destacan los presupuestos.
- Algunas veces la falta de preparación de los ciudadanos hace que no sean capaces de entender y dar su opinión a ciertas preguntas de tipo económico.

Teniendo en cuenta estas limitaciones, el presente trabajo resalta que una mayor preparación tanto de los ciudadanos como de los políticos puede influenciar de forma relevante sobre los resultados electorales.

En el ejemplo desarrollado los resultados pueden resumirse como sigue:

Al preparar una campaña electoral, el conocimiento cuantitativo previo sobre las opiniones de los ciudadanos podría ayudar a los partidos a escoger su oferta óptima. Esta idea ha quedado reflejada en el ejemplo presentado, ya que si suponemos el gasto en educación y sanidad como una prioridad para los ciudadanos (algo apoyado parcialmente por el estudio de CIS), encontramos que una variación de sólo 0.8% en las inversiones propuestas de la política del partido que perdió las elecciones podría cambiar el resultado de la elección a su favor.

Este ejemplo puede extenderse fácilmente a los numerosos campos de la economía y de los ambientes políticos

Por supuesto, no hemos intentado analizar todos los factores que pueden influir en una votación porque sería prácticamente imposible. La idea es restringirse a aquellos que resultan de gran importancia en cada momento. A pesar de este análisis, comprendemos que crear un modelo realista de decisiones del votante es una tarea difícil, la naturaleza contingente de las consideraciones políticas y la incertidumbre del ciudadano hace complicada la tarea. No obstante, creemos que este estudio apoya la influencia de la preparación y el conocimiento técnico de votantes y políticos en la toma de decisiones y en los resultados electorales.

Referencias

[1] LÓPEZ, M., RODRIGO, J., LANTARÓN, S. (2009). *Un algoritmo para evaluar la influencia de la cultura política de los votantes en las decisiones de voto en España*. Revista de Estudios Políticos, 144, pp. 195:210.

[2] LILLO, I., LÓPEZ M., RODRIGO, J. (2007). *Competición política bipartidista. Estudio geométrico del equilibrio en un caso ponderado. Documento de trabajo nº 321/2007*. Fundación de las cajas de ahorros (FUNCAS).

[3] LILLO, I., LANTARÓN, S., LÓPEZ M., RODRIGO J. (2006). *Study of the influence of the voters' political culture on vote decision through the simulation of a political competition problem in Spain*. Documento de trabajo nº 275/2006. Fundación de las cajas de ahorros (FUNCAS).

[4] ABELLANAS M., LILLO, I., LÓPEZ, M., RODRIGO, J. (2006). *Electoral strategies in a dynamical democratic system. European Journal of Operational Research* , Vol 175, pp.870-878.

Sobre las autoras:

Nombre: Mª Dolores López González
Correo Electrónico: marilo.lopez@upm.es
Institución: Grupo de Innovación Educativa Pensamiento Matemático. Universidad Politécnica de Madrid, España.

Nombre: Sagrario Lantarón Sánchez
Correo Electrónico: sagrario.lantaron@upm.es
Institución: Grupo de Innovación Educativa Pensamiento Matemático. Universidad Politécnica de Madrid, España.

Nombre: Isabel Lillo Villalobos
Correo Electrónico: sabelillo@mixmail.com
Institución: Instituto de Enseñanza Secundaria Satafi, Getafe (Madrid), España.