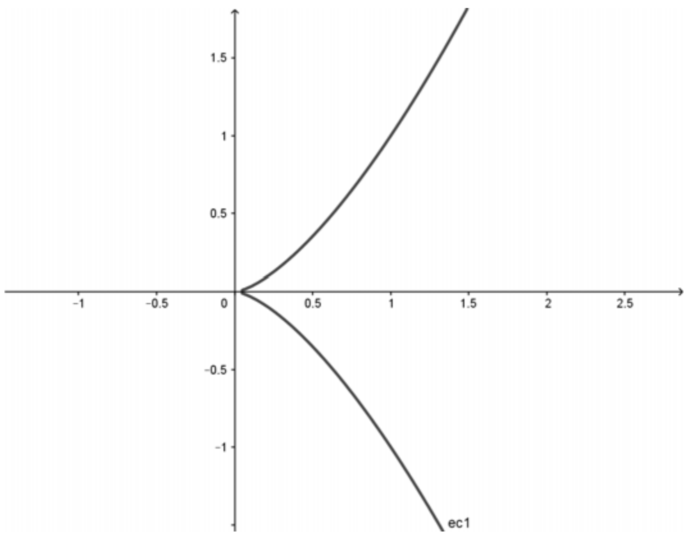
$Y^2 - X^3 = 0$



(0,0) es doble

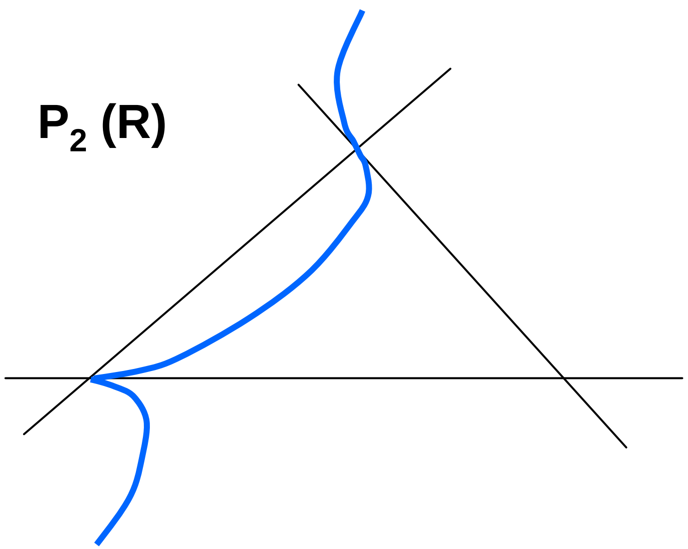
Tangentes y = 0 doble

Dirección asintótica x= 0

Homogeneizando $X_0X_2^2 - X_1^3 = 0$

Punto de corte con la recta del ∞ (0,0,1)

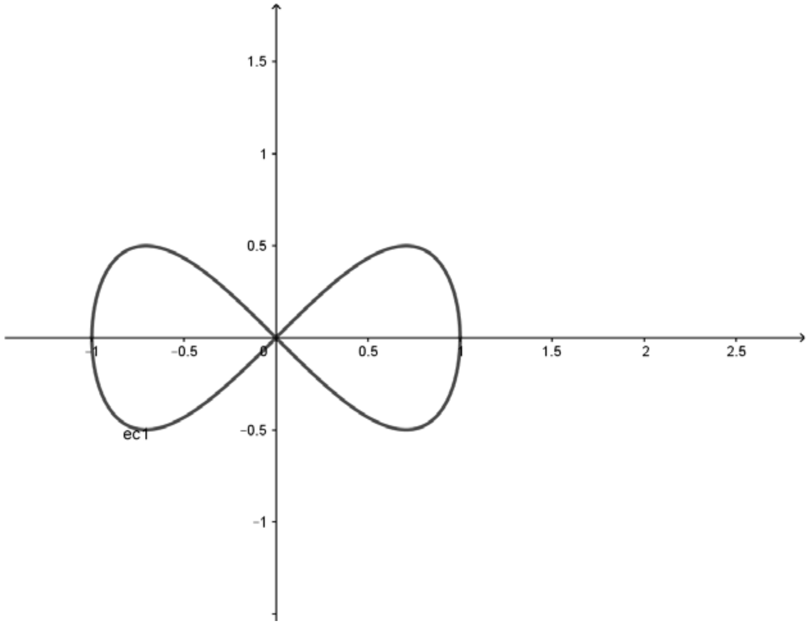
P_2 (R)



Tangente en (0,0,1) es $x_0 = 0$

luego rama parabólica en la dirección x = 0

$X^2 - Y^2 - X^4 = 0$

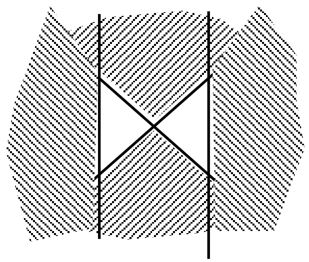


(0,0) es doble

Tangentes $x + y = 0$, $x - y = 0$

Regiones $(x + y)(x - y) = x^4$

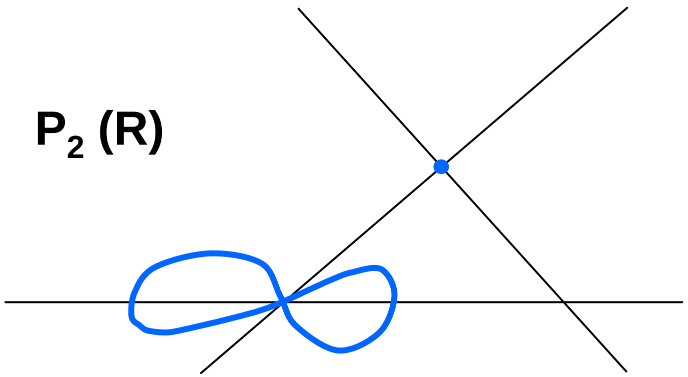
$x^2(1 - x^2) = x^4$



No hay ramas infinitas

Dirección asintótica $x = 0$

P_2 (R)

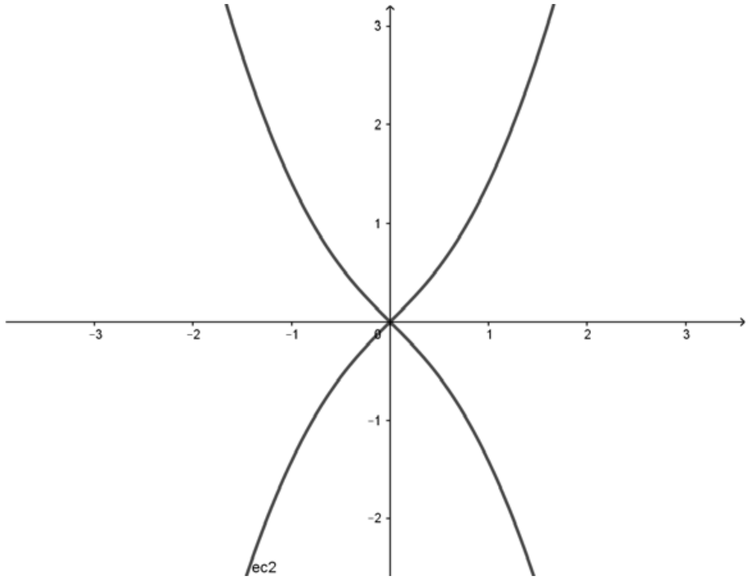


Homogeneizando $X_0^2 X_1^2 - X_0^2 X_2^2 - X_1^4 = 0$

Punto de corte con la recta del ∞ (0,0,1)

Este punto es un punto aislado

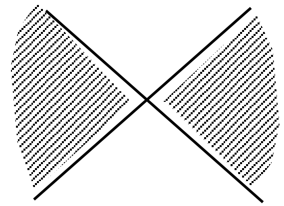
$X^2 - Y^2 + X^4 = 0$



(0,0) es doble

Tangentes $x + y = 0$, $x - y = 0$

Regiones $(x + y)(x - y) = - x^4$



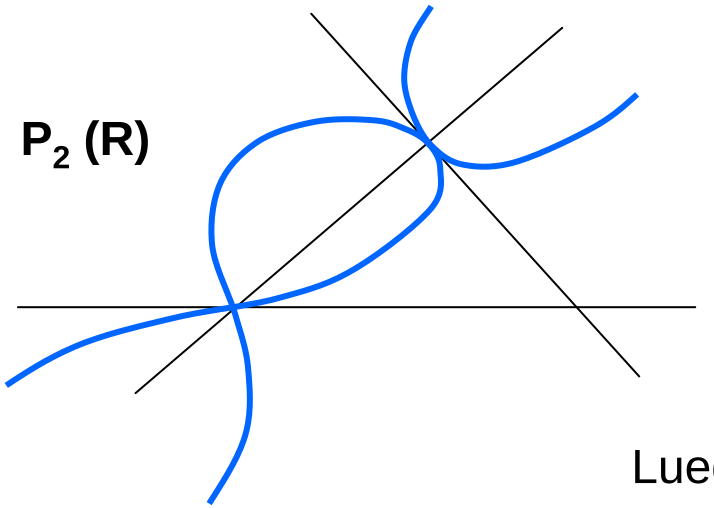
Dirección asintótica $x = 0$

Como no hay asíntotas paralelas al eje Y,

hay **ramas parabólicas en la dirección x = 0**

Homogeneizando $X_0^2 X_1^2 - X_0^2 X_2^2 + X_1^4 = 0$

P_2 (R)



Punto de corte con la recta del ∞ (0,0,1)

Este punto también es singular.

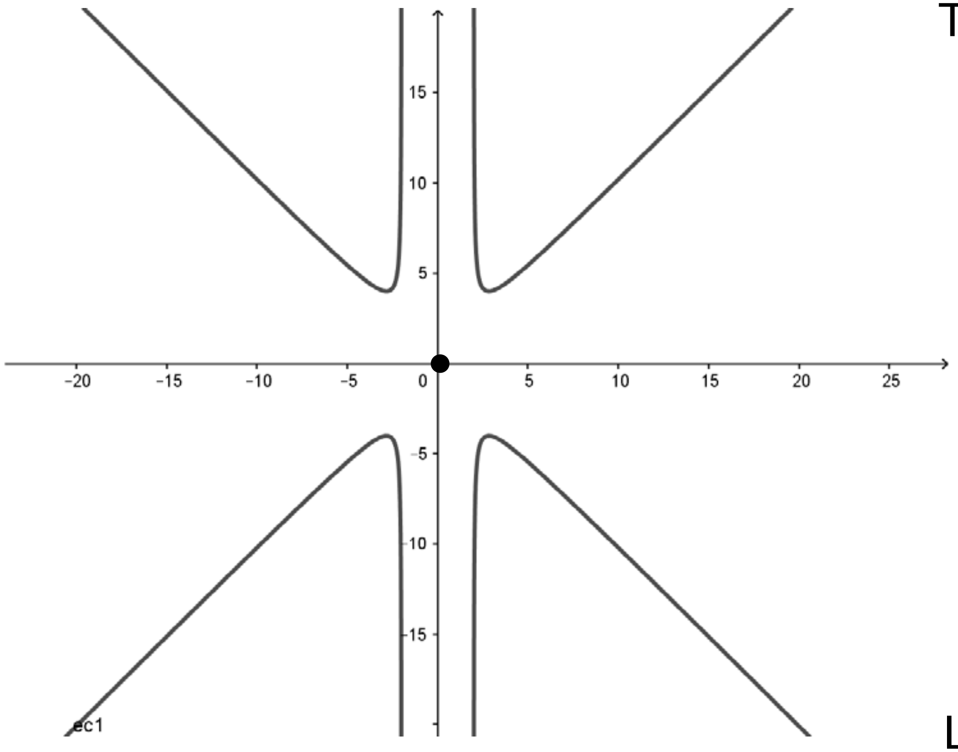
Para hallar las tangentes deshomogeneizamos

para que $(0,0,1) \rightarrow (0,0)$ $x_0/x_2=z$, $x_1/x_2=t$

$z^2t^2 - z^2 + t^4 = 0$ Tangente doble $z = 0$

Luego (0,0,1) es punto doble con tangente doble $x_0 = 0$

$X^2\, Y^2 - 4\, Y^2 - X^4 = 0$



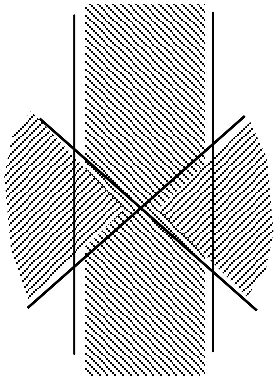
(0,0) es doble

Tangente doble $y = 0$

Regiones

$x^2(y + x)(y - x) = 4y^2$

$y^2(x + 2)(x - 2) = x^4$



Luego (0,0) es punto aislado

Direcciones asintóticas: $x^2(y + x)(y - x) = 0$

Asíntotas paralelas al eje Y, (coef de y^2)

$x - 2 = 0$, $x + 2 = 0$ que corresponden a la dirección asintótica doble $x = 0$

Para las otras direcciones asintóticas, pasamos al proyectivo

$X^2 Y^2 - 4 Y^2 - X^4 = 0$ Homogeneizando $X_1^2 X_2^2 - 4X_0^2 X_2^2 - X_1^4 = 0$

Puntos de corte con la recta del ∞ (0,0,1), (0,1,1), (0,1, – 1)

Tangente en (0,1,1) $-2x_1 + 2x_2 = 0$, es decir, asíntota $x - y = 0$

Tangente en (0,1, – 1) $-2x_1 - 2x_2 = 0$, es decir, asíntota $x + y = 0$

Tangentes en (0,0,1) ¡es punto doble!

Para hallar las tangentes deshomogeneizamos para que $(0,0,1) \rightarrow (0,0)$
$x_0/x_2=z$, $x_1/x_2=t$

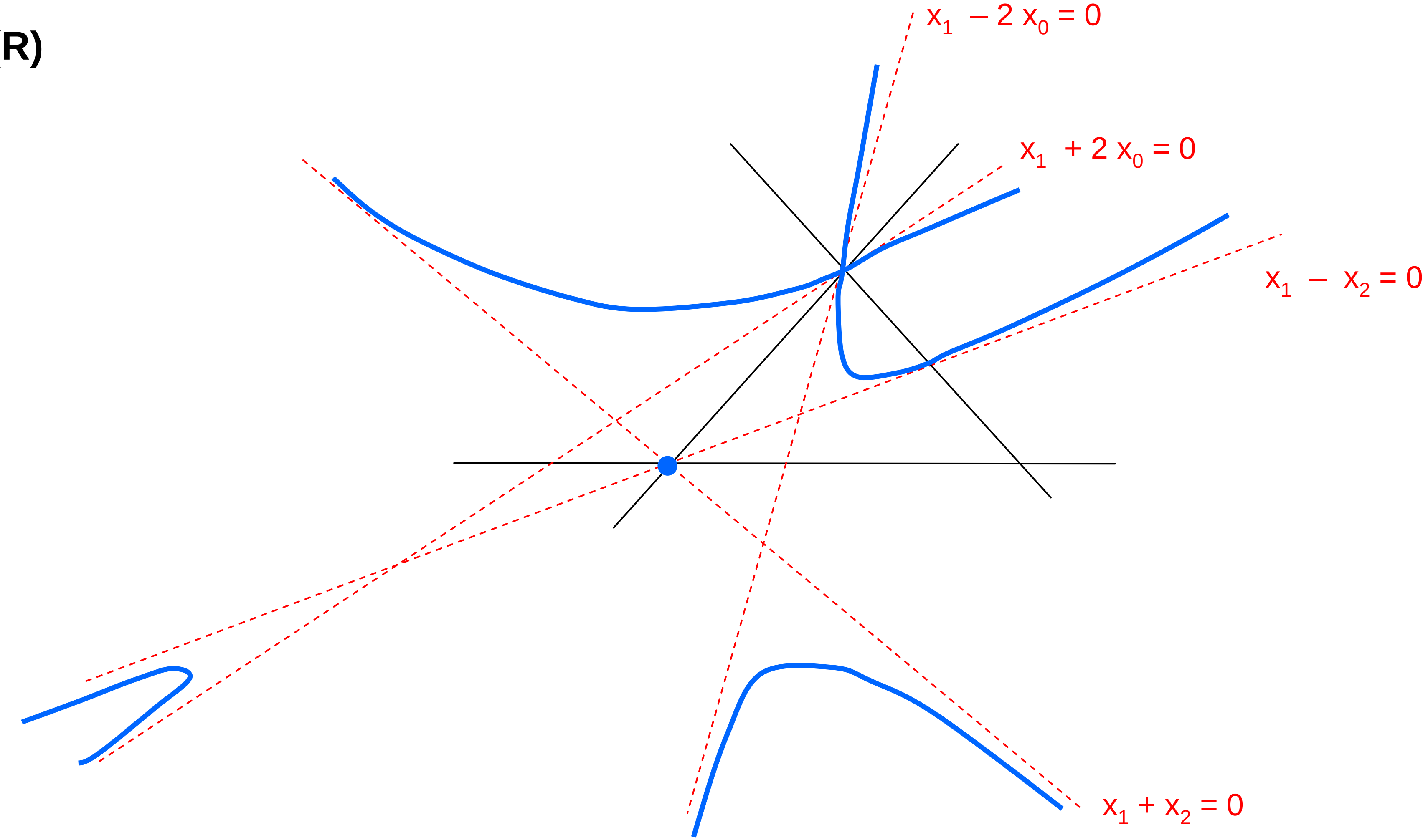
$t^2 - 4z^2 + t^4 = 0$

Tangentes en (0,0) $t - 2z = 0$, $t + 2z = 0$

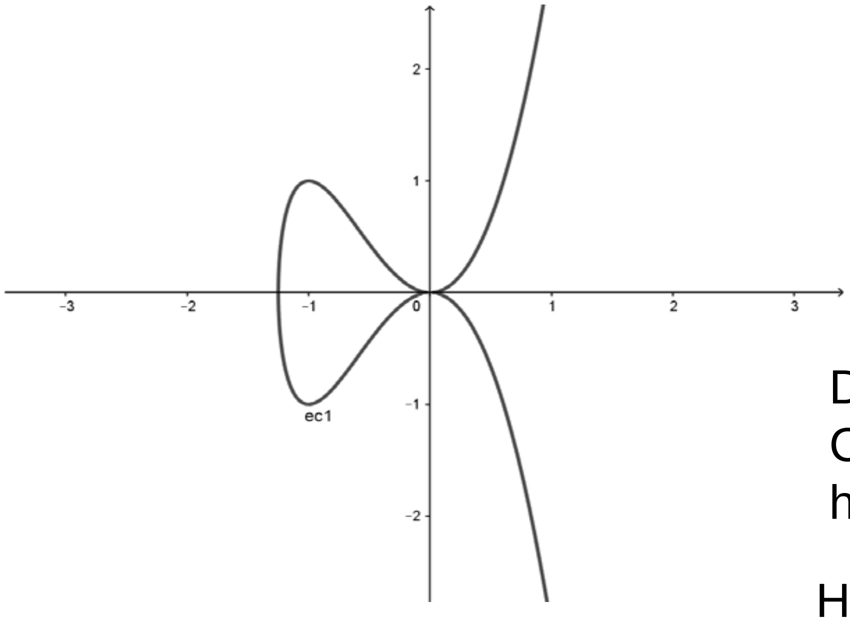
Corresponden a $x_1 - 2x_0 = 0$, $x_1 + 2x_0 = 0$ (las asíntotas $x = 2$, $x = -2$)

$$X_1^2 X_2^2 - 4X_0^2 X_2^2 - X_1^4 = 0$$

P_2 (R)



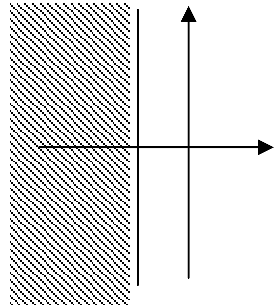
$Y^2 - 5X^4 - 4X^5 = 0$



(0,0) es doble

Tangente doble $y = 0$

Regiones $y^2 = x^4(5 + 4x)$



Dirección asintótica: $x = 0$

Como no hay asíntota paralela al eje Y,

hay **rama parabólica** en la dirección $x = 0$

Homogeneizando $X_0^3 X_2^2 - 5X_0 X_1^4 - 4X_1^5 = 0$

Punto de corte con la recta del ∞ (0,0,1)

Este punto también es singular.

Para hallar las tangentes deshomogeneizamos

para que $(0,0,1) \rightarrow (0,0)$ $x_0/x_2=z$, $x_1/x_2=t$

$z^3 - 5zt^4 - 4t^5 = 0$ Tangente triple $z = 0$

Luego (0,0,1) es punto triple con tangente $x_0 = 0$

P_2 (R)