Gregorio Hernández Peñalver
ETSI Informáticos, UPM

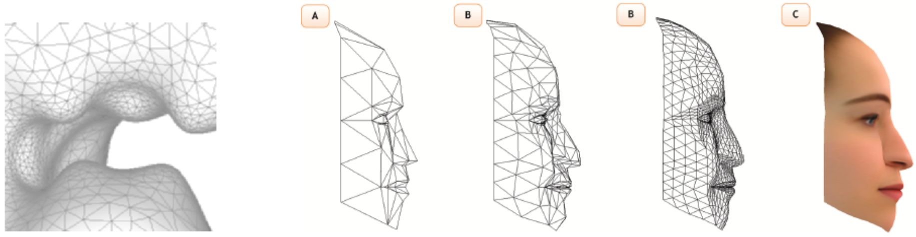
MATEMÁTICA DISCRETA II (MI)
TRABAJOS EN GRUPO

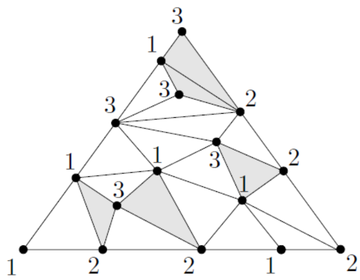
TRIANGULACIONES. TEOREMA DEL PUNTO FIJO.

"Siempre existe un punto de la superficie terrestre en el que no hay viento". Esta afirmación tan sorprendente es una consecuencia del **teorema del punto fijo** de Brouwer: **"Toda función continua f de un disco cerrado de R^2 en sí mismo tiene un punto fijo, es decir, existe un punto x tal que f(x) = x"**

Este teorema tiene numerosas demostraciones, una de ellas de naturaleza combinatoria basada en un lema de Sperner sobre coloración de triangulaciones.

Una triangulación de un objeto geométrico S es una descomposición de S en triángulos. Las triangulaciones constituyen una herramienta básica porque permiten descomponer el objeto en elementos más pequeños y manejables.





El lema de Sperner dice que si se triangula un triángulo y se colorean adecuadamente los vértices de la triangulación con tres colores, entonces siempre se obtiene un pequeño triángulo "tricoloreado".

Los objetivos del trabajo son:

- Presentar la demostración del lema y del teorema del punto fijo.
- Estudiar algunos aspectos combinatorios de las triangulaciones de conjuntos de puntos en el plano. Si se triangula un conjunto S de n puntos, ¿cuántos triángulos se obtienen?, ¿cuántos colores se necesitan para una coloración válida?
- "Triangulaciones" en 3D

Referencias

M. Aigner, G. Ziegler: "Proofs from THE BOOK", (cap. 25, 4th edition), Springer, 2010.
M. de Guzmán: "Mirar y ver", (caps. 8 y 9), Alhambra, 1976.
J. de Loera, J. Rambau, F. Santos: "Triangulations: Structures for algorithms and applications", Springer, 2010.

Páginas web
http://en.wikipedia.org/wiki/Brouwer_fixed-point_theorem
http://www.ics.uci.edu/~eppstein/junkyard/untetra/