

## MATEMÁTICA DISCRETA II (MI) TRABAJOS EN GRUPO

### GAUSS. APROXIMACIONES ASINTÓTICAS

Gauss, el “Príncipe de las Matemáticas” es junto a Newton y Arquímedes uno de los grandes genios de las matemáticas de todas las épocas. En este trabajo nos limitaremos a algunos de sus resultados sobre aproximaciones asintóticas.

En ocasiones es suficiente una estimación aproximada del resultado en un proceso combinatorio. El resultado exacto puede ser difícil de encontrar y de comprender. En ocasiones la respuesta puede estar definida por una función que depende de una o varias variables. Y nos gustaría comprender “cuán grande” es esa función, sin realizar los cálculos explícitamente.

Los puntos en que debe basarse el trabajo son:

1. Estimaciones de  $n!$
2. Estimaciones de los números binómicos.

Y dos estimaciones en Teoría de números que se resuelven con razonamientos geométricos

3. Gauss’s Circle Problem
4. Estimación de Dirichlet del número de divisores de un número natural

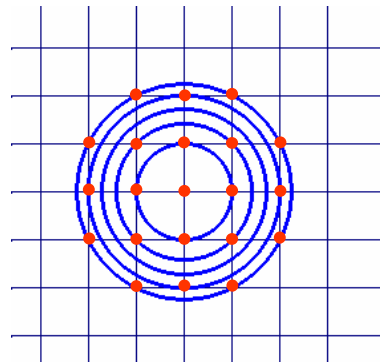
#### Gauss’s Circle Problem

¿De cuántas formas se puede expresar  $n$  como suma de dos cuadrados?

Esta pregunta se puede interpretar en términos geométricos como el número de puntos reticulares de la circunferencia de ecuación  $x^2 + y^2 = n$

Designando por  $r_2(n)$  a dicho número, se busca una estimación para la expresión

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^N r_2(n)$$



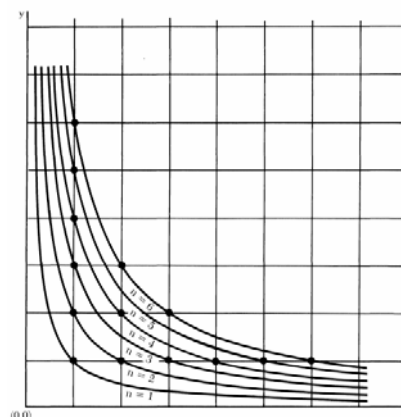
#### Número de divisores de $n$

¿Cuál es el valor promedio para el número  $d(n)$  de divisores de  $n$ ?

La función  $d(n)$  cuenta el número de puntos reticulares de la hipérbola  $xy = n$  en el primer cuadrante.

Así se busca una estimación para la expresión

$$\sum_{n=0}^N d(n)$$



#### Referencias

- G. Andrews: “Number Theory”, Dover, 1994  
G. W. Dunnington: “Gauss: Titan of Science”, MAA, 2004  
T. Koshy: “Elementary number theory with applications”, Academia Press, 2007.  
J. Matousek, J. Nešetřil: “Invitation to Discrete Mathematics”, Oxford Univ. Press, 1998  
<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/%7Ehistory/Biographies/Gauss.html>