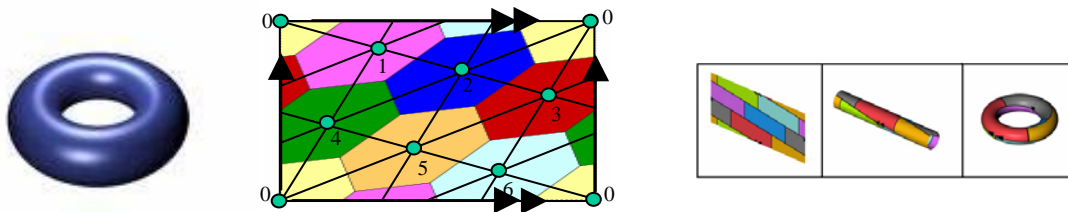


## MATEMÁTICA DISCRETA II (MI) TRABAJOS EN GRUPO

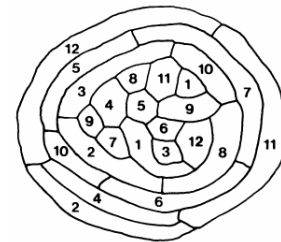
### COLOREANDO MAPAS DE IMPERIOS Y MAPAS LUNARES

En 1890 P. Heawood encontró un fallo en la primera demostración publicada del “Teorema de los cuatro colores” debida a Alfred Kempe. En el mismo trabajo consiguió demostrar que cinco colores bastaban para colorear cualquier mapa en el plano y plantear nuevos problemas sobre mapas.

Uno de ellos sobre coloración de mapas dibujados en superficies diferentes al plano, como el toro de la figura. Consiguió resolver completamente el problema de coloración en el toro, demostrando que siete colores eran siempre suficientes para colorear cualquier mapa y construyendo un mapa que necesita siete colores.

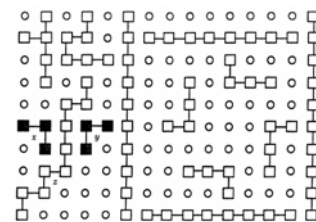


El segundo problema planteado por Heawood fue el de colorear mapas de imperios, en los que la metrópoli y sus colonias debían recibir el mismo color. El mapa de la figura aparece en el trabajo de Heawood y sirve para mostrar un ejemplo de mapa de “2-imperios” que necesita 12 colores. (Un “m-imperio” es un imperio que consta de m países). Heawood demostró que todo mapa de “m-imperios se puede colorear con  $6m$  colores.



En 1949 G. Ringel planteó la coloración de mapas Tierra-Luna, en los que cada país tiene su “colonia lunar”. La pregunta es: ¿cuál es el menor número  $k_2$  de colores tales que cualquier mapa Tierra-Luna se puede colorear con  $k_2$  colores? Todavía no hay respuesta. Sólo se sabe que  $9 \leq k_2 \leq 12$

La coloración de los mapas Tierra-Luna tiene una sorprendente aplicación en la comprobación de errores en las placas de circuitos impresos. Se necesita comprobar si en el proceso de fabricación se ha añadido alguna línea de soldadura que conecta redes que no debían estar eléctricamente conectadas. Aquí aparece la noción de **espesor** (*thickness*) de un grafo.



El objetivo del trabajo es la presentación de estos resultados sobre coloración de grafos y su aplicación a los circuitos impresos.

#### Referencias

- J. Gross, J. Yellen: “Graph Theory and its Applications”. CRC Press, 1999
- N. Hartsfield, G. Ringel: “Pearls in Graph Theory”. Dover, 2003
- J. Hutchinson: “Coloring Ordinary Maps, Maps of Empires, and Maps of the Moon”, Math. Magazine, 66 (4), pp. 211-226, Oct. 1993
- I. Stewart: “How to cut a cake and other conundrums mathematics”, Oxford Univ. Press, 2006