

## MATEMÁTICA DISCRETA II (MI) TRABAJOS EN GRUPO

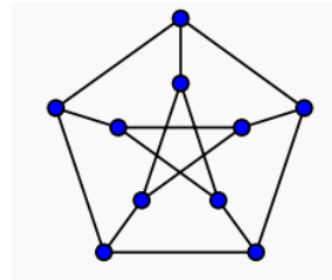
### PETERSEN. Un grafo con nombre propio

En 1898 el matemático danés Julius Petersen construyó un grafo conexo, cúbico, sin puentes y cuyas aristas no se pueden colorear con sólo tres colores, refutando una conjetura de Tait. Este es el grafo que ahora se conoce como grafo de Petersen que tiene unas notables propiedades de simetría y que constituye ejemplo mínimo o contraejemplo para muchas cuestiones sobre grafos.

#### Propiedades importantes:

El grafo de Petersen

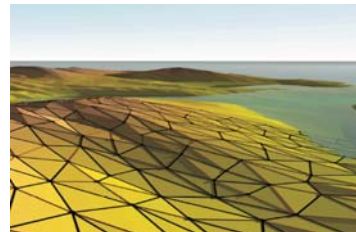
- Es el menor grafo cúbico (3-regular), sin puentes y no 3-coloreable en sus aristas.
- Es el menor grafo cúbico de cintura 5.
- Es el menor grafo cúbico, sin puentes y no hamiltoniano.
- Es el menor grafo hipohamiltoniano.



El grafo generalizado de Petersen  $GP(n,k)$  se forma conectando los vértices de un polígono regular de  $n$  lados a los correspondientes vértices de un polígono estrellado con símbolo de Schläfi  $\{n/k\}$ . (Es decir, estrella de  $n$  lados en que cada vértice se conecta al  $k$ -simo vértice). Así el grafo de Petersen es  $GP(5,2)$ . Se estudiarán algunos de estos grafos.

Petersen inició con un artículo en 1891 los estudios sobre emparejamientos y factores en grafos. Ahí aparece un teorema clásico: “*Todo grafo 3-regular y sin puentes tiene un emparejamiento perfecto*”. La construcción de emparejamientos perfectos tiene numerosas aplicaciones por lo que es de gran interés la búsqueda de algoritmos eficientes para dicha construcción.

En la segunda parte del trabajo se presentarán algunas de esas aplicaciones y se estudiará un algoritmo basado en la demostración realizada por Frink del teorema de Petersen. Finalmente se mostrará su aplicación a la *vigilancia de terrenos*.



#### Referencias

Las demostraciones de las propiedades del grafo de Petersen deben buscarse en los libros sobre Grafos que aparecen en la bibliografía de la asignatura.

D.A. Holton, J. Sheehan: “The Petersen graph”, Cambridge Univ. Press, 1993.

O. Frink, “A proof of Petersen’s theorem”. *Annals of Mathematics*, 2, 27, pp. 491-493, 1925.

T. Biedl, P. Bose, E. Demaine, A. Lubiw. “Efficient Algorithms for Petersen's Matching Theorem”. *Journal of Algorithms*, 38, pp. 110-134, 2001.

[http://en.wikipedia.org/wiki/Petersen\\_graph](http://en.wikipedia.org/wiki/Petersen_graph)

Una implementación del algoritmo que construye un emparejamiento perfecto se encuentra en

<http://www.dma.fi.upm.es/personal/gregorio/grafos/web/descomposiciones/DescomposicionGrafos.htm>