

MATEMÁTICA DISCRETA II (MI) TRABAJOS EN GRUPO

FACTORIZACIÓN EN GRAFOS. “Instant Insanity”

Un rompecabezas consta de cuatro cubos de caras coloreadas con cuatro colores. Se desea apilar los cubos de forma que en cada una de las cuatro caras de la columna formada aparezcan los cuatro colores. Este es el rompecabezas denominado “Locura instantánea” o “Cubos diabólicos” por la aparente dificultad que entraña su resolución, ya que hay miles de formas diferentes de apilar los cubos.



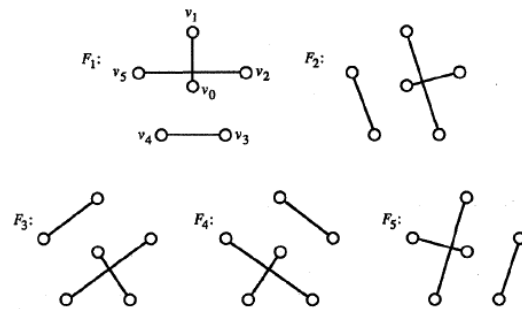
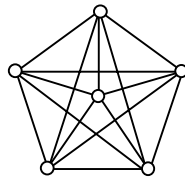
Sin embargo su resolución es sencilla utilizando la noción de factorización en grafos. Basta construir un multigrafo para cada cubo, unirlos todos y extraer subgrafos 2-regulares adecuadamente para obtener la solución al rompecabezas.

Un factor de un grafo G es un subgrafo generador (con todos los vértices de G). Un k -factor de G es un subgrafo generador k -regular. (Por lo que un 1-factor es simplemente un emparejamiento perfecto)

Un grafo G se dice factorizable en los factores F_1, F_2, \dots, F_r si las aristas de los factores forman una partición del conjunto de aristas de G .

Si todos los factores son grafos k -regulares, se dice que es una k -factorización de G .

En la figura tenemos una 1-factorización de K_6 .



La solución al rompecabezas inicial consiste en encontrar una 2-factorización de un multigrafo asociado a los cubos.

Objetivos del trabajo:

1. Estudio de la solución del rompecabezas.
2. Factorizaciones hamiltonianas de los grafos completos.
3. Factorización, regularidad y puentes. El teorema de Petersen.

Referencias

- G. Chartrand, L. Lesniak: “Graphs and Digraphs”. CRC Press, 2000.
G. Chartrand, P. Zhang: “Introduction to Graph Theory”. McGraw-Hill, 2005.
R. Grimaldi: “Matemáticas Discreta y Combinatoria”. Addison-Wesley, 1998.
N. Hartsfield, G. Ringel: “Pearls in Graph Theory”. Dover, 2003

Páginas web

<http://www.jaapsch.net/puzzles/insanity.htm>

<http://www.dma.fi.upm.es/gregorio/grafos/Descomposiciones/DescomposicionGrafos.htm>