Universidad Politécnica
de Madrid

Universidad Nacional
de San Luis

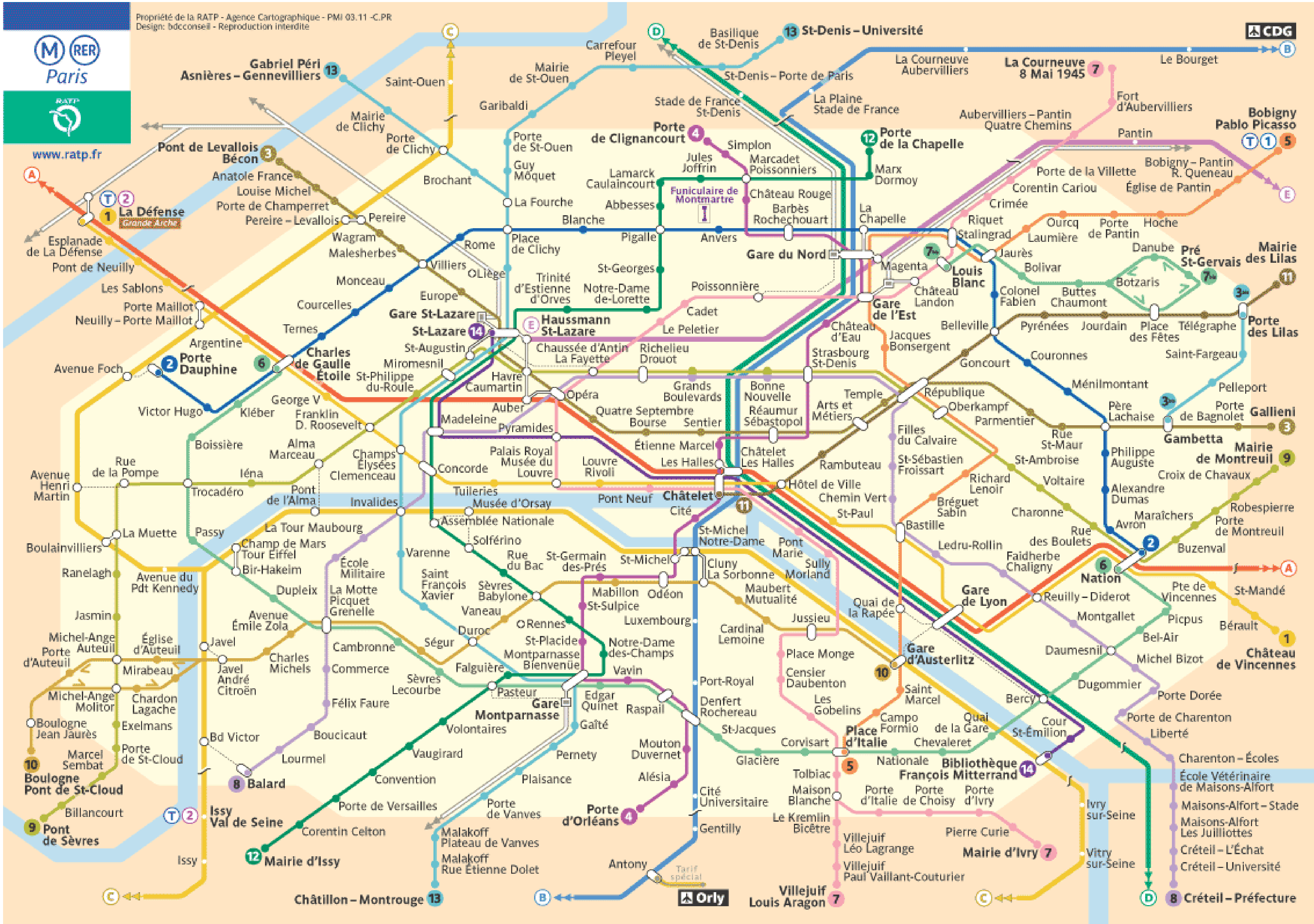
GEOMETRÍA A NUESTRO ALREDEDOR:

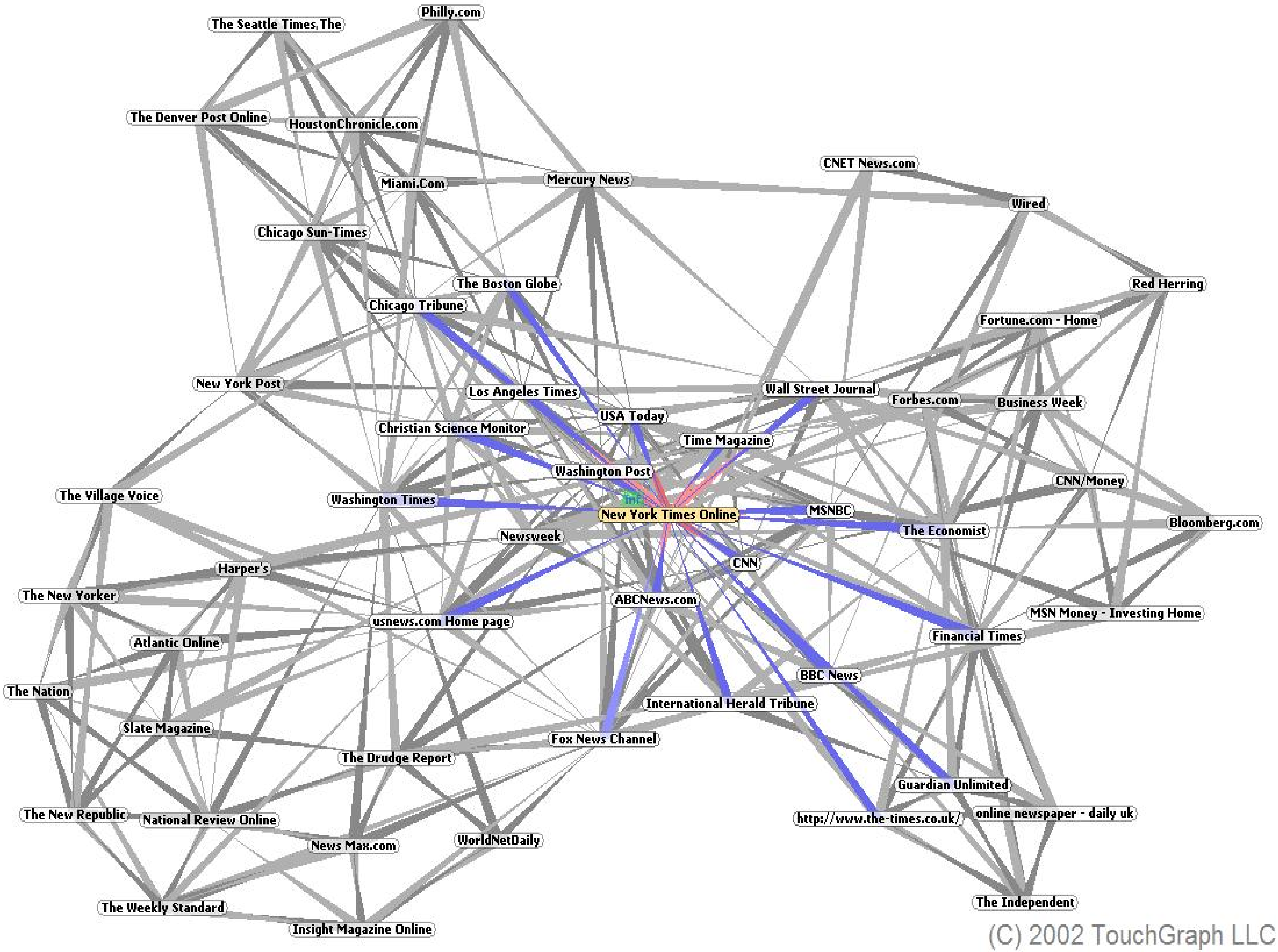
OPTIMIZACIÓN DE RUTAS

Gregorio Hernández, UPM

Gral. San Martín (Mendoza)

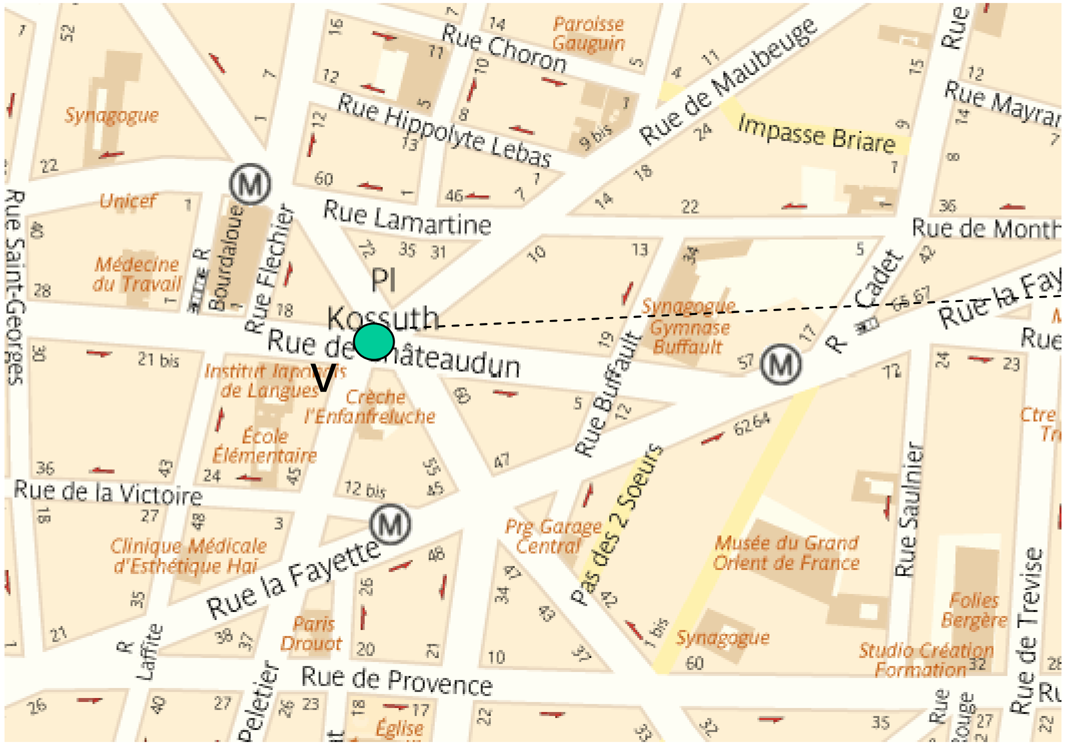
28 de septiembre de 2007


Propriété de la RATP - Agence Cartographique - PMI 03.11 -C.PR
Design: bdcconseil - Reproduction interdite
M RER
Paris
RATP
www.ratp.fr
CDG
Basilique de St-Denis
St-Denis – Université
La Courneuve Aubervilliers
Le Bourget
La Courneuve 8 Mai 1945
St-Denis – Porte de Paris
Carrefour Pleyel
Mairie de St-Ouen
Gabriel Péri Asnières – Gennevilliers
Saint-Ouen
Mairie de Clichy
Garibaldi
Stade de France St-Denis
La Plaine Stade de France
Fort d'Aubervilliers
Aubervilliers – Pantin Quatre Chemins
Bobigny Pablo Picasso
Pantin
Porte de Clichy
Porte de St-Ouen
Porte de Clignancourt
Simplon
Porte de la Chapelle
Marx Dormoy
Pont de Levallois Bécon
Anatole France
Louise Michel
Porte de Champerret
Pereire – Levallois
Pereire
Brochant
Guy Môquet
Lamarck Caulaincourt
Jules Joffrin
Marcadet Poissonniers
Funiculaire de Montmartre
Château Rouge
Barbès Rochechouart
La Chapelle
Porte de la Villette
Bobigny – Pantin R. Queneau
Corentin Cariou
Église de Pantin
Crimée
La Fourche
Abbesses
Blanche
Pigalle
Anvers
Gare du Nord
Riquet
Stalingrad
Ourcq
Laumière
Porte de Pantin
Hoche
La Défense Grande Arche
Esplanade de La Défense
Pont de Neuilly
Wagram
Malesherbes
Rome
Place de Clichy
Villiers
Liège
Monceau
Trinité d'Estienne d'Orves
St-Georges
Notre-Dame de-Lorette
Poissonnière
Magenta
Louis Blanc
Jaurès
Bolivar
Danube
Pré St-Gervais
Mairie des Lilas
Château Landon
Colonel Fabien
Buttes Chaumont
Botzaris
Les Sablons
Porte Maillot
Neuilly – Porte Maillot
Courcelles
Europe
Gare St-Lazare
Haussmann St-Lazare
Cadet
Gare de l'Est
Belleville
Pyrénées
Jourdain
Place des Fêtes
Télégraphe
Porte des Lilas
Ternes
St-Lazare
Le Peletier
Château d'Eau
Jacques Bonsergent
Argentine
Porte Dauphine
Charles de Gaulle Étoile
St-Augustin
Chaussée d'Antin La Fayette
Richelieu Drouot
Strasbourg St-Denis
Goncourt
Couronnes
Saint-Fargeau
Avenue Foch
Miromesnil
St-Philippe du-Roule
Havre Caumartin
Grands Boulevards
Bonne Nouvelle
Temple
République
Ménilmontant
Pelleport
Victor Hugo
Kléber
George V
Franklin D. Roosevelt
Auber
Opéra
Quatre Septembre
Bourse
Sentier
Réaumur Sébastopol
Arts et Métiers
Oberkampf
Parmentier
Père Lachaise
Porte de Bagnolet
Gallieni
Madeleine
Pyramides
Filles du Calvaire
Rue St-Maur
Gambetta
Boissière
Alma Marceau
Champs Élysées Clemenceau
Palais Royal Musée du Louvre
Étienne Marcel
St-Sébastien Froissart
St-Ambroise
Philippe Auguste
Mairie de Montreuil
Avenue Henri Martin
Rue de la Pompe
Iéna
Concorde
Louvre Rivoli
Les Halles
Châtelet Les Halles
Rambuteau
Croix de Chavaux
Trocadéro
Pont de l'Alma
Tuileries
Hôtel de Ville
Richard Lenoir
Voltaire
Alexandre Dumas
Invalides
Musée d'Orsay
Pont Neuf
Châtelet
Chemin Vert
Bréguet Sabin
Robespierre
Passy
Cité
St-Paul
Charonne
Maraîchers
Porte de Montreuil
La Muette
La Tour Maubourg
Assemblée Nationale
Bastille
Avron
Boulainvilliers
Champ de Mars Tour Eiffel
Solférino
St-Michel Notre-Dame
Pont Marie
Ledru-Rollin
Rue des Boulets
Buzenval
Bir-Hakeim
Varenne
Rue du Bac
St-Germain des-Prés
St-Michel
Cluny La Sorbonne
Sully Morland
Faidherbe Chaligny
Nation
Ranelagh
Avenue du Pdt Kennedy
École Militaire
Saint François Xavier
Sèvres Babylone
Mabillon
Odéon
Maubert Mutualité
Gare de Lyon
Pte de Vincennes
St-Mandé
Dupleix
La Motte Picquet Grenelle
Vaneau
St-Sulpice
Quai de la Rapée
Reuilly – Diderot
Jasmin
Avenue Émile Zola
Rennes
Luxembourg
Jussieu
Montgallet
Picpus
Bérault
Michel-Ange Auteuil
Église d'Auteuil
Javel
Duroc
St-Placide
Notre-Dame des-Champs
Cardinal Lemoine
Bel-Air
Porte d'Auteuil
Charles Michels
Cambronne
Ségur
Montparnasse Bienvenüe
Place Monge
Gare d'Austerlitz
Daumesnil
Michel Bizot
Château de Vincennes
Mirabeau
Javel André Citroën
Commerce
Falguière
Vavin
Censier Daubenton
Sèvres Lecourbe
Pasteur
Port-Royal
Michel-Ange Molitor
Chardon Lagache
Edgar Quinet
Gare Montparnasse
Raspail
Denfert Rochereau
Les Gobelins
Saint Marcel
Dugommier
Porte Dorée
Félix Faure
Bercy
Boulogne Jean Jaurès
Exelmans
Gaîté
St-Jacques
Campo Formio
Quai de la Gare
Cour St-Émilion
Porte de Charenton
Liberté
Bd Victor
Boucicault
Volontaires
Place d'Italie
Chevaleret
Marcel Sembat
Porte de St-Cloud
Lourmel
Vaugirard
Pernety
Mouton Duvernet
Corvisart
Glacière
Nationale
Bibliothèque François Mitterrand
Charenton – Écoles
Boulogne Pont de St-Cloud
Balard
Convention
Plaisance
Alésia
Tolbiac
École Vétérinaire de Maisons-Alfort
Billancourt
Issy Val de Seine
Porte de Versailles
Porte de Vanves
Porte d'Orléans
Cité Universitaire
Maison Blanche
Porte d'Italie
Porte de Choisy
Porte d'Ivry
Ivry sur-Seine
Maisons-Alfort – Stade
Pont de Sèvres
Corentin Celton
Malakoff Plateau de Vanves
Gentilly
Le Kremlin Bicêtre
Pierre Curie
Maisons-Alfort Les Juilliottes
Issy
Mairie d'Issy
Malakoff Rue Étienne Dolet
Villejuif Léo Lagrange
Mairie d'Ivry
Vitry sur-Seine
Créteil – L'Échat
Antony
Tarif spécial
Villejuif Paul Vaillant-Couturier
Créteil – Université
Châtillon – Montrouge
Orly
Villejuif Louis Aragon
Créteil – Préfecture



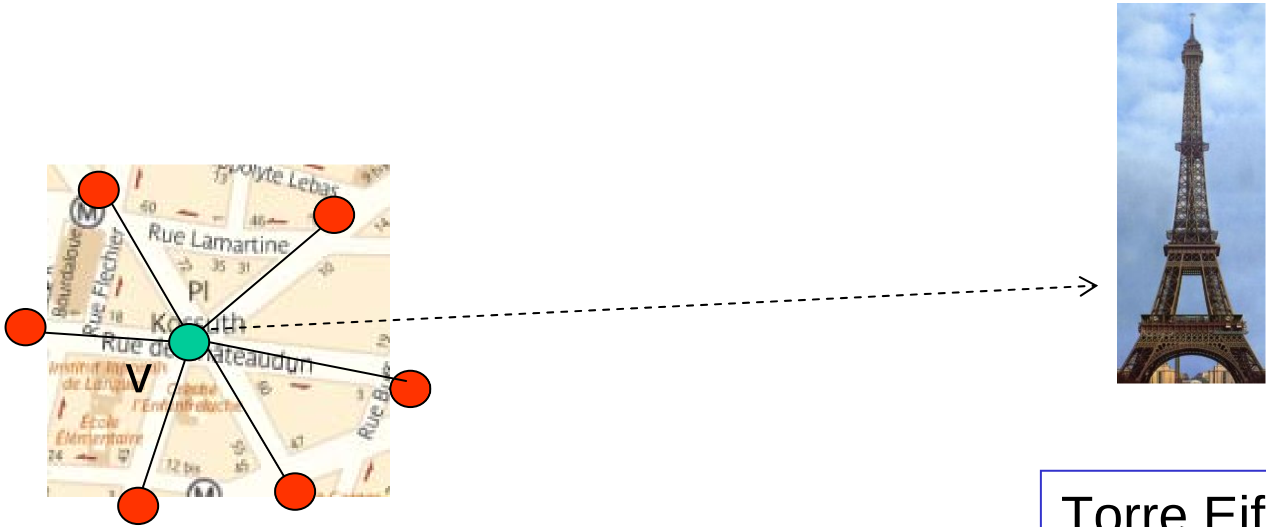
Philly.com
The Seattle Times,The
The Denver Post Online
HoustonChronicle.com
Miami.Com
Mercury News
CNET News.com
Wired
Chicago Sun-Times
The Boston Globe
Red Herring
Chicago Tribune
Fortune.com - Home
New York Post
Los Angeles Times
Wall Street Journal
Forbes.com
Business Week
USA Today
Christian Science Monitor
Time Magazine
Washington Post
CNN/Money
The Village Voice
Washington Times
New York Times Online
MSNBC
The Economist
Bloomberg.com
Newsweek
Harper's
CNN
The New Yorker
ABCNews.com
usnews.com Home page
MSN Money - Investing Home
Financial Times
Atlantic Online
BBC News
The Nation
International Herald Tribune
Slate Magazine
Fox News Channel
The Drudge Report
Guardian Unlimited
The New Republic
National Review Online
http://www.the-times.co.uk/
online newspaper - daily uk
News Max.com
WorldNetDaily
The Weekly Standard
The Independent
Insight Magazine Online
(C) 2002 TouchGraph LLC

Un turista en París



Torre Eiffel

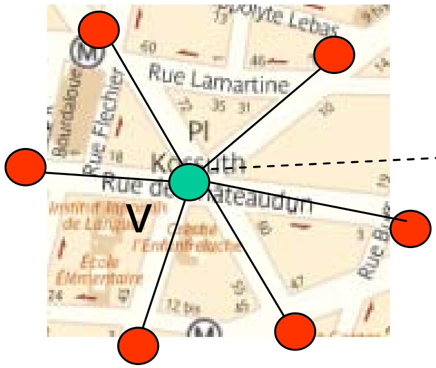
Un turista en París



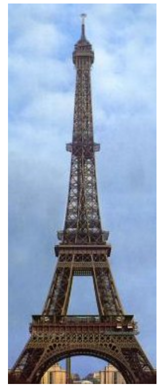
Torre Eiffel

NO TIENE MAPA
Información local (conoce su posición, destino y vecinos N(v))
Memoria limitada
Estrategia ecológica (prohibido dejar marcas)

Un turista en París



?



Torre Eiffel

¿Cómo movernos en una red desconocida?

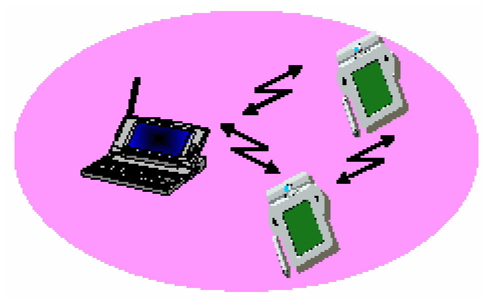
ROUTING

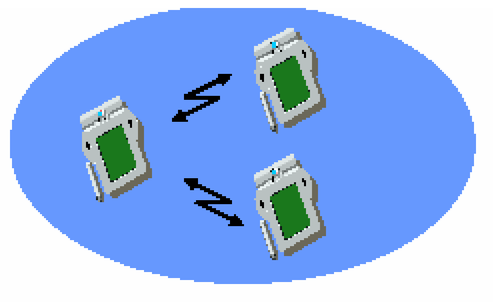
Redes inalámbricas móviles

Redes inalámbricas móviles

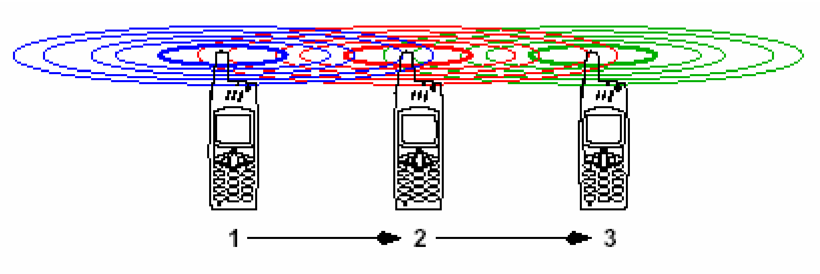
Redes inalámbricas móviles

- Ausencia de infraestructura
  áreas remotas, catástrofes, barcos, flota de vehículos





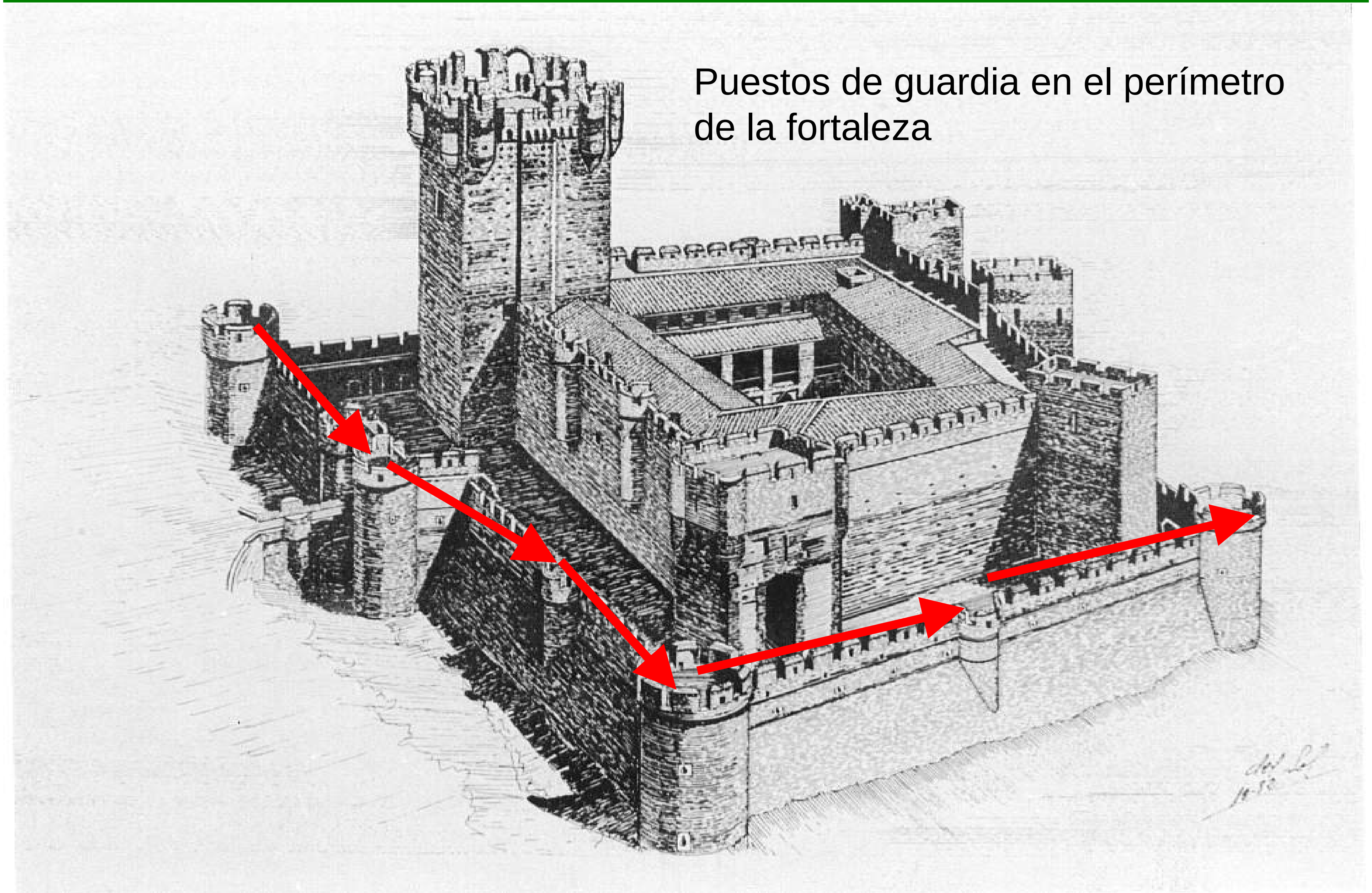
- No todo sensor o emisora escucha a todas las demás
  Los datos deben enviarse a través de varias emisoras hasta el destino



Comunicación inalámbrica

Comunicación inalámbrica

Puestos de guardia en el perímetro
de la fortaleza



Redes inalámbricas móviles

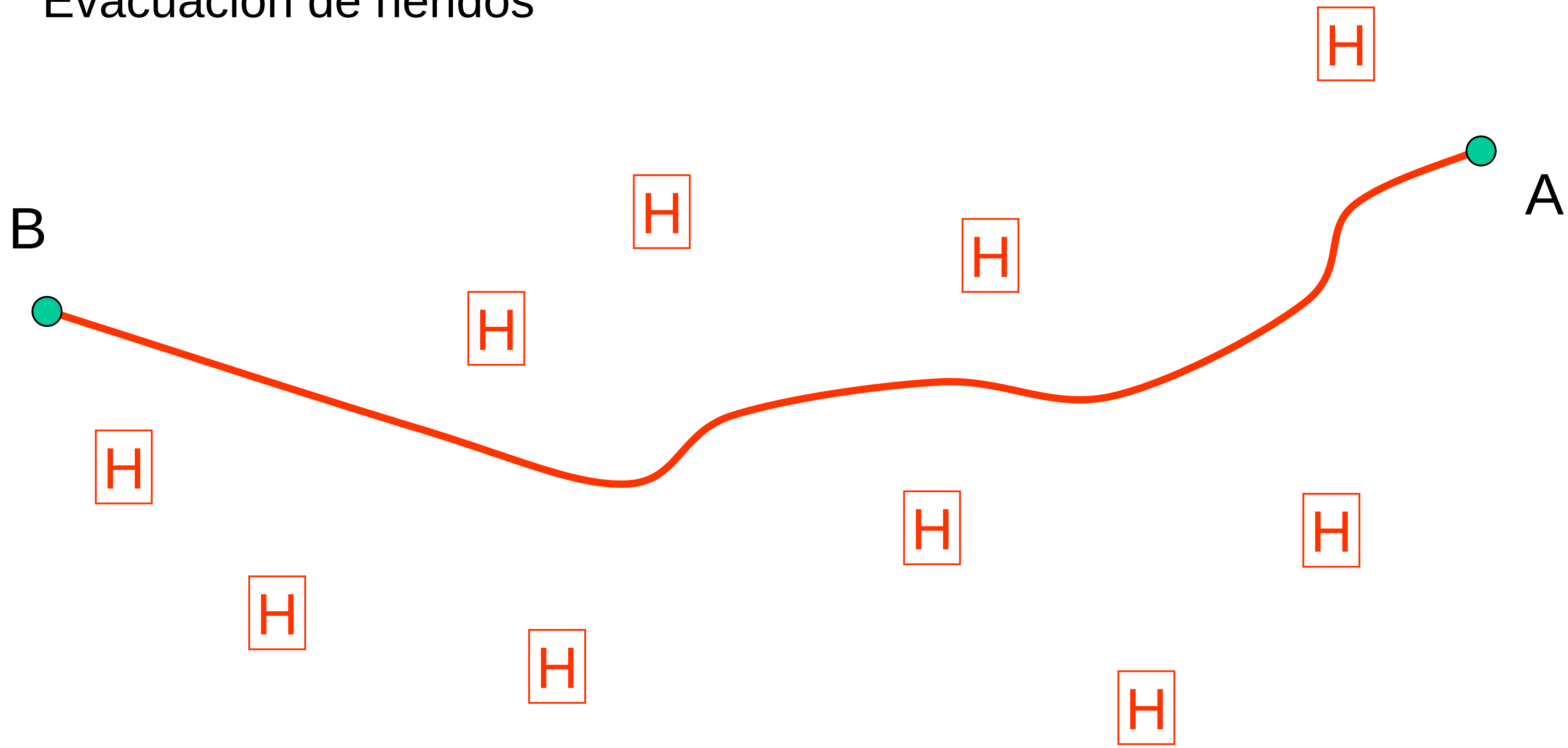
(1) ¿Cómo organizar la red?

(2) ¿Cómo se envían los mensajes por la red?

(3) ¿Cómo recuperar, almacenar e indexar los datos de la red?

Rutas seguras

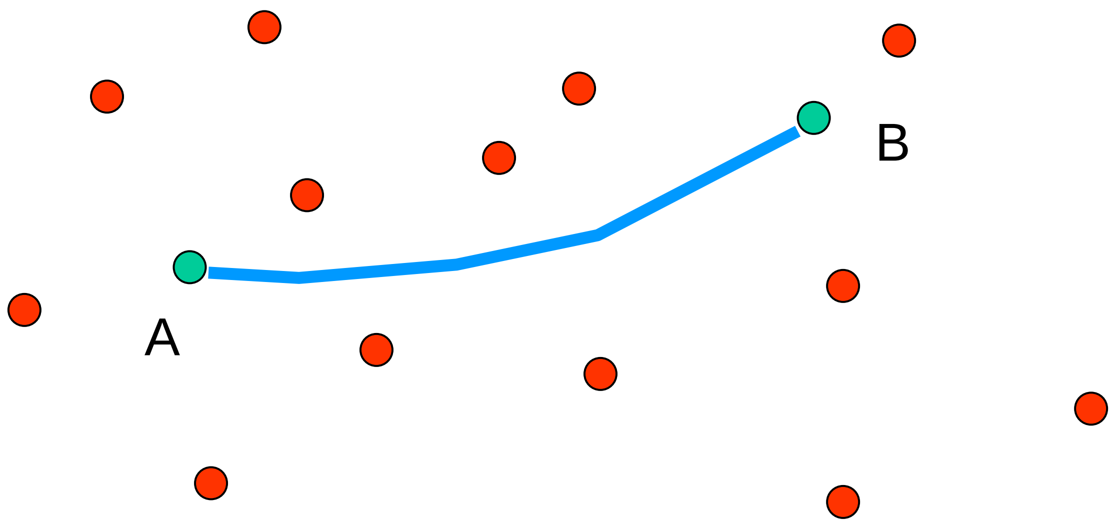
Evacuación de heridos



Hallar la ruta "más segura" entre A y B

Rutas seguras

• Transporte de mercancías peligrosas (minimizando el riesgo)

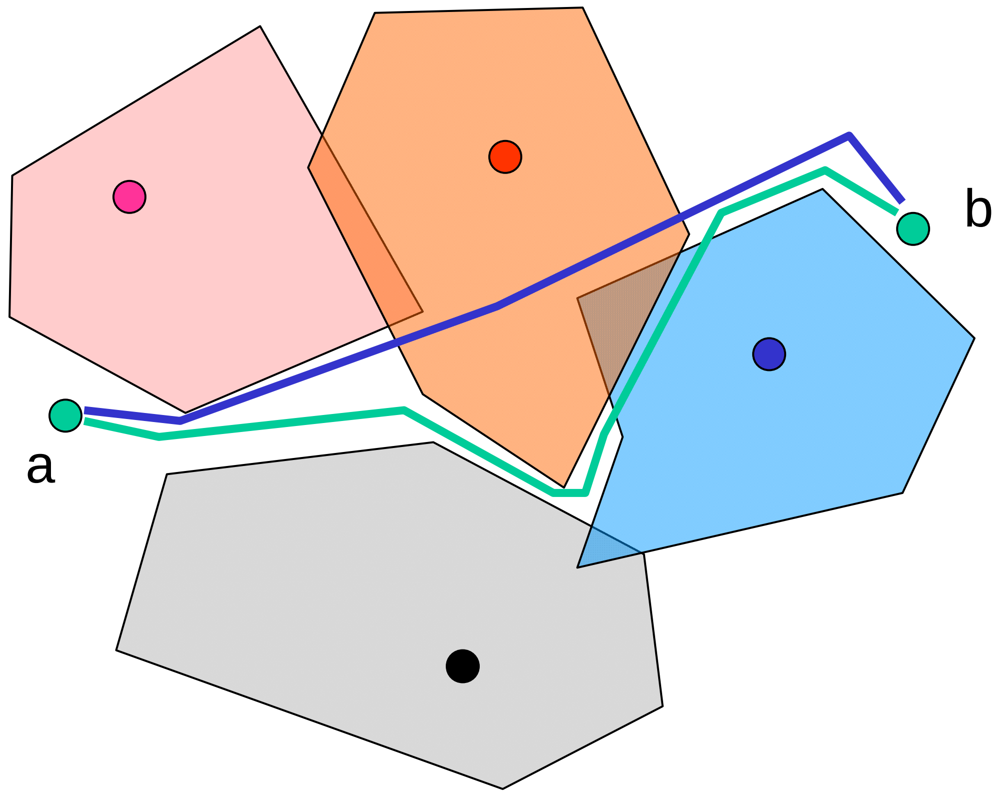


longitud acotada

Localización de servicios

Rutas seguras

- Transporte de mercancías peligrosas (minimizando el riesgo)
- Rutas secretas (minimizando la longitud del camino visible a los puntos "enemigos")



Sumario

PROBLEMAS DE RUTEO PARA REDES MÓVILES

OPTIMIZACIÓN DE RUTAS DE EVACUACIÓN

Redes inalámbricas

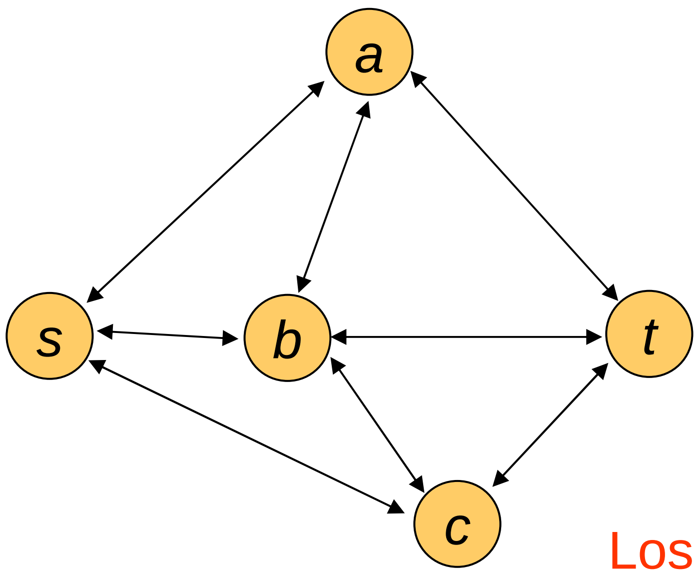
(1) ¿Cómo organizar la red? **DISEÑO**

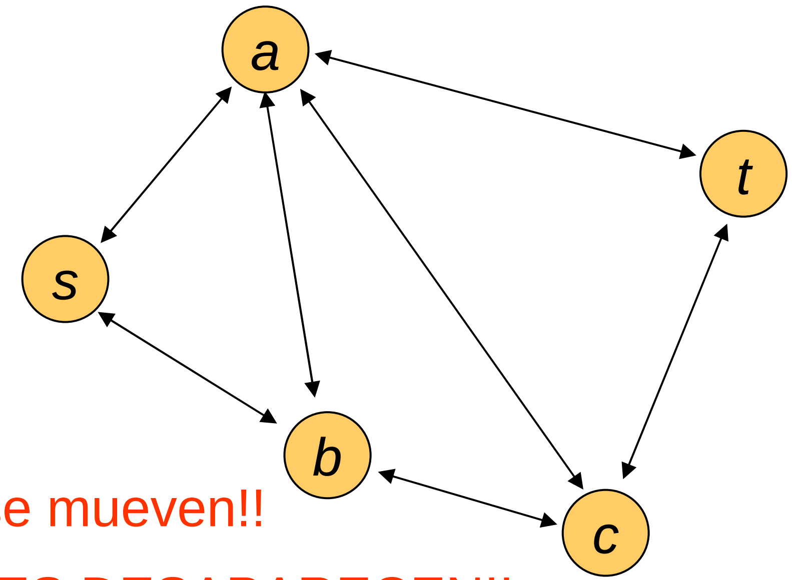
(2) ¿Cómo se envían los mensajes por la red?

PROBLEMAS DE RUTEO

Redes inalámbricas

Dispositivos sin cables que se comunican entre sí sin una infraestructura fija.



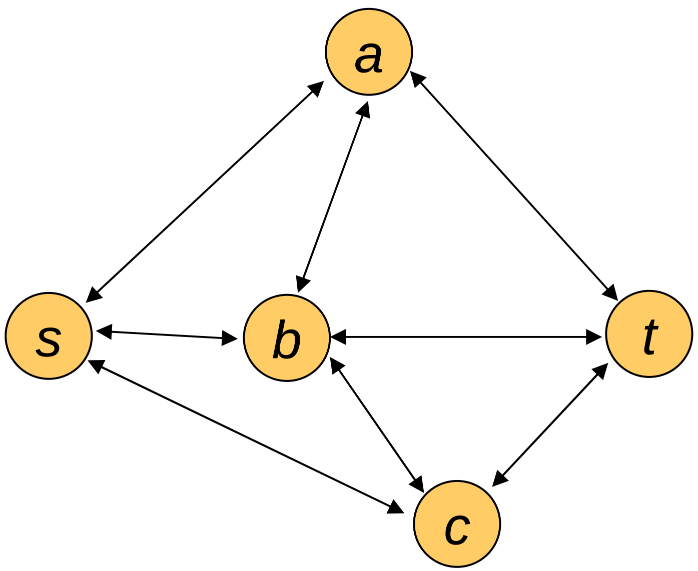


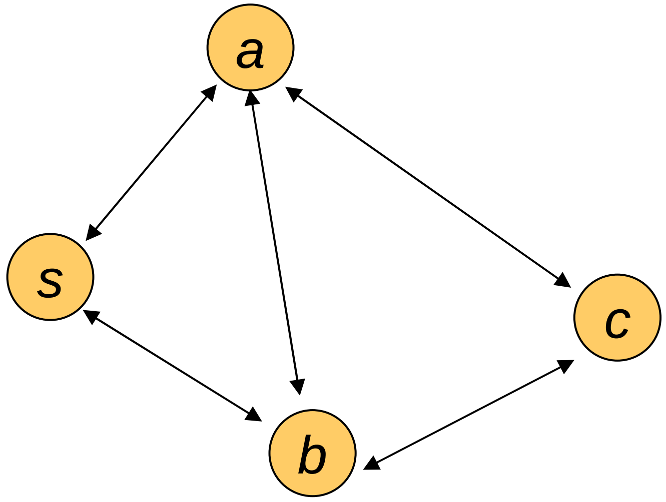
Los nodos se mueven!!

Los ENLACES DESAPARECEN!!

Redes inalámbricas

Dispositivos sin cables que se comunican entre sí sin una infraestructura fija.



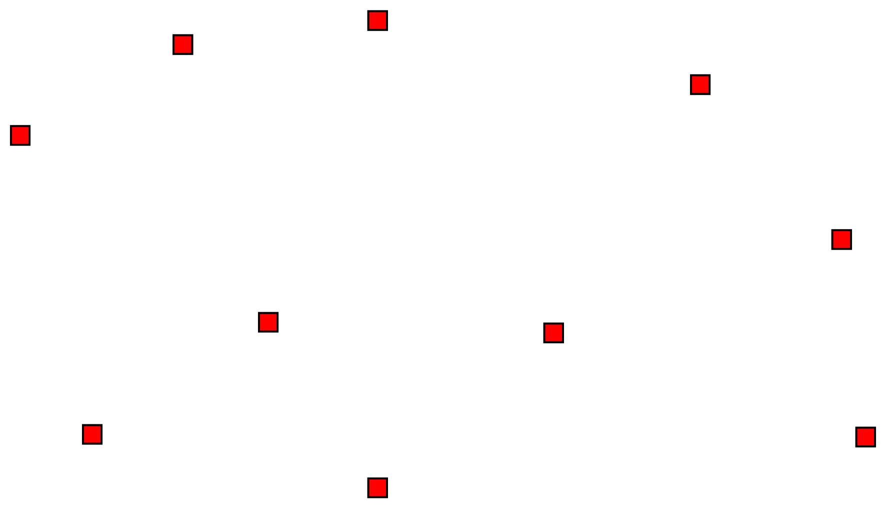


Los nodos DESAPARECEN!!

Redes inalámbricas

MODELO DE RED

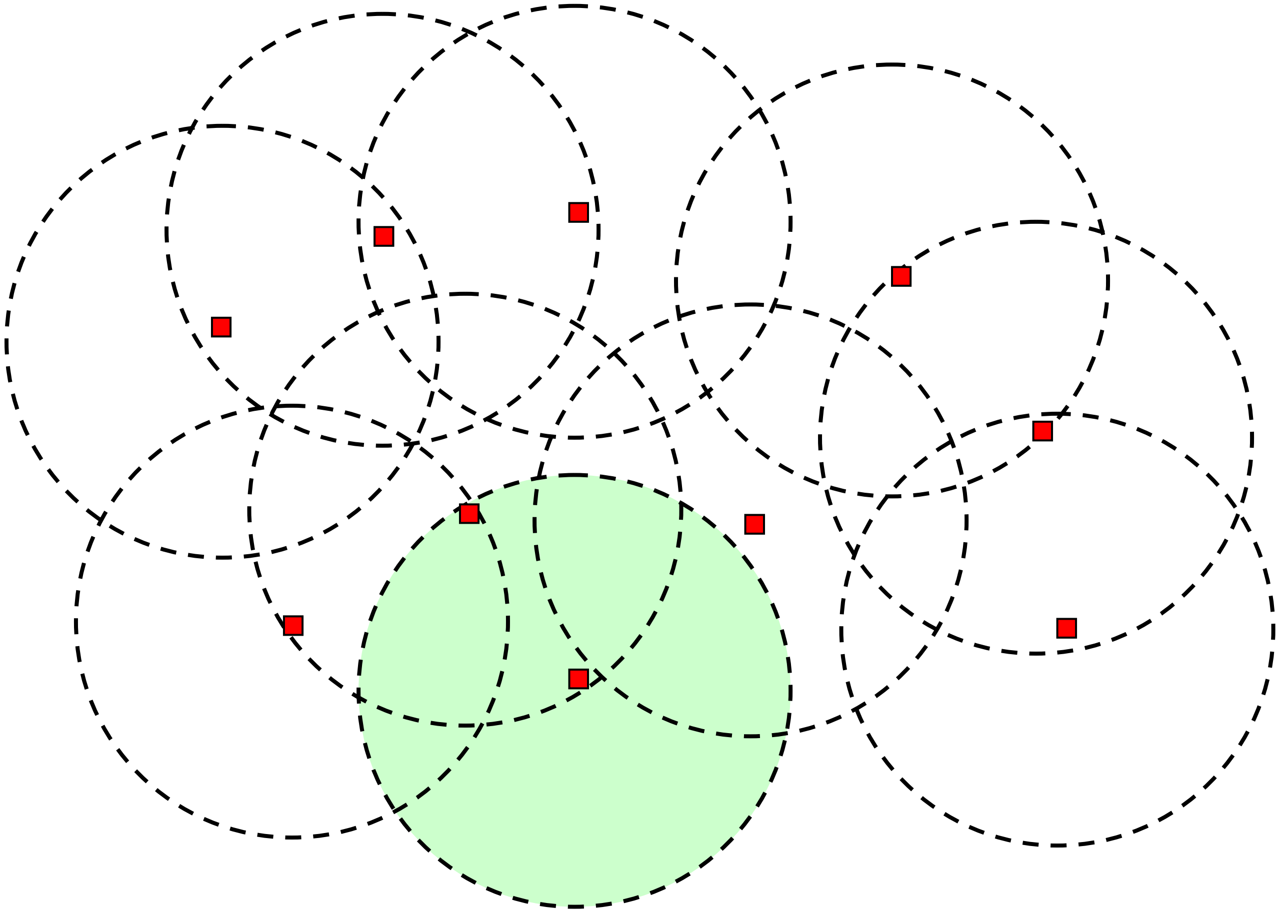
- Nodos



Redes inalámbricas

MODELO DE RED

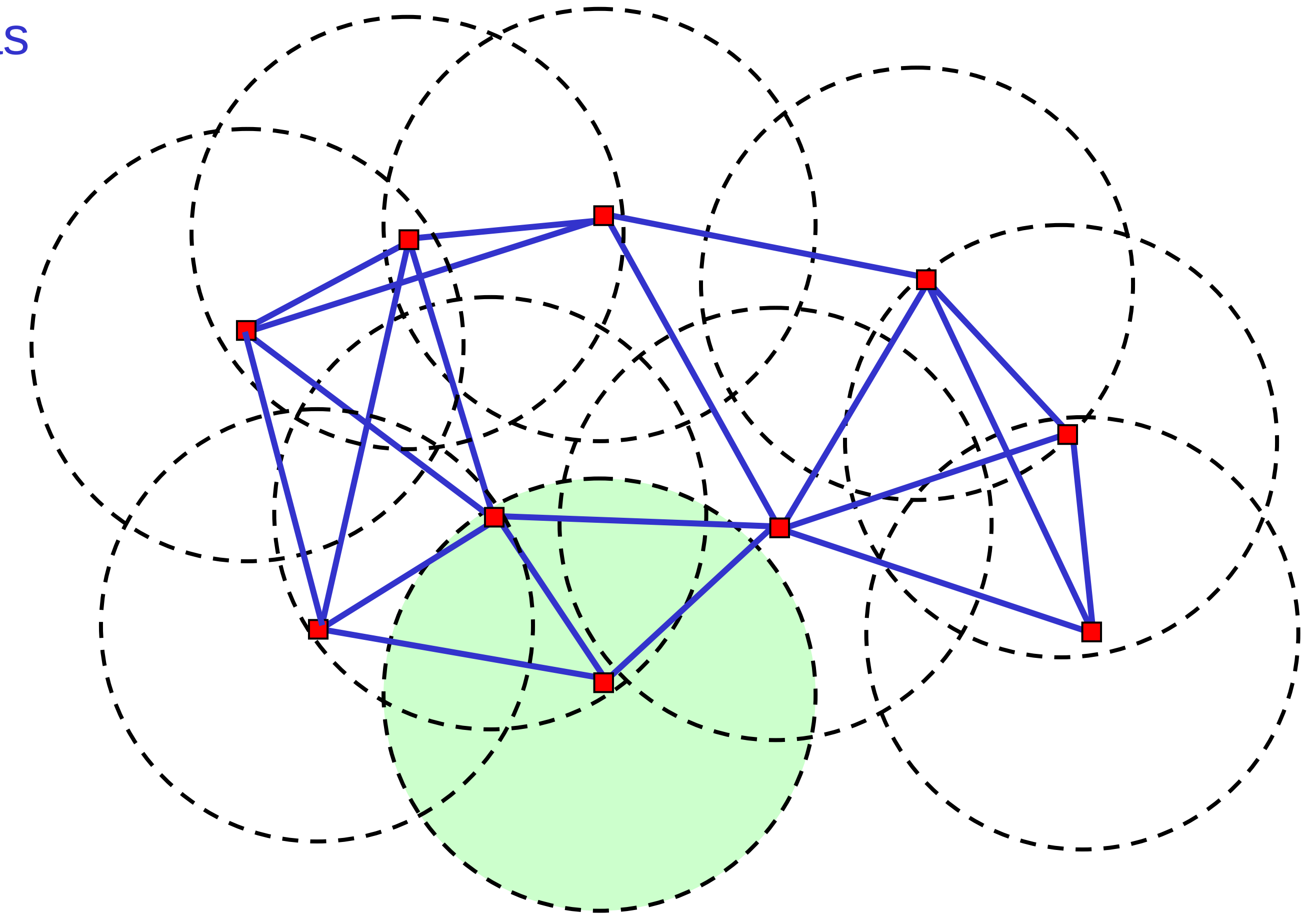
- Nodos



Redes inalámbricas

MODELO DE RED

- Nodos
- Aristas



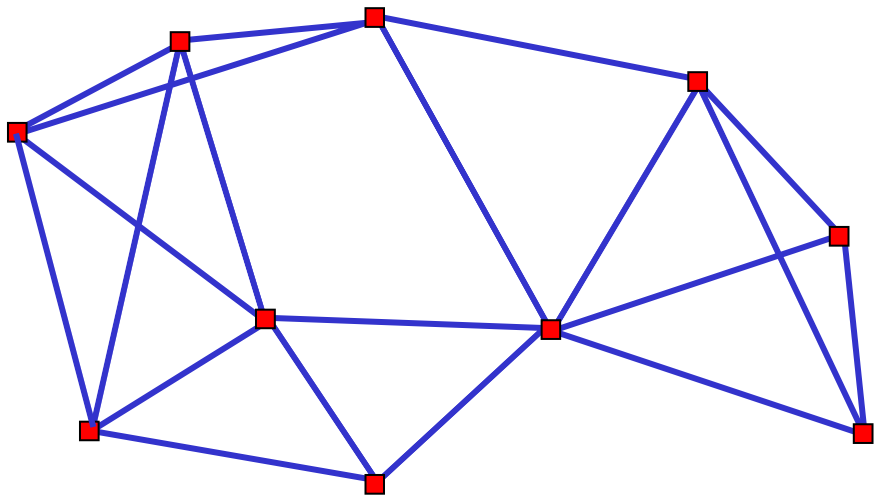
Redes inalámbricas

MODELO DE RED

- Nodos
- Aristas

Grafo del Disco Unidad

Unit Disk Graph UDG

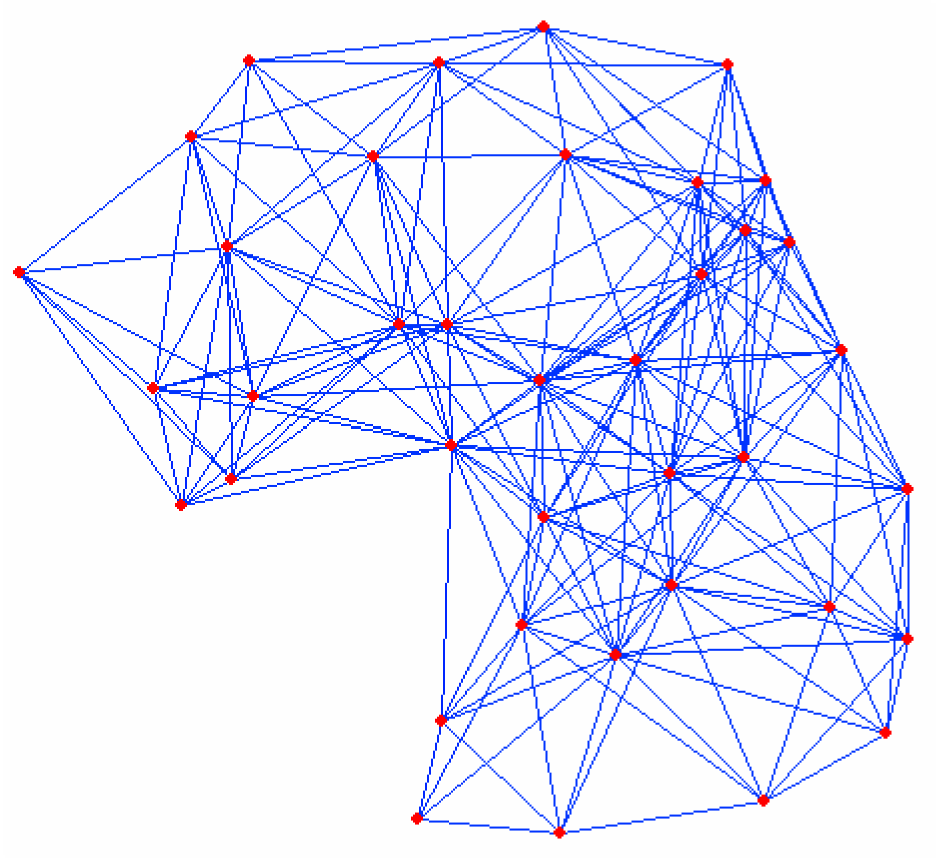


Redes inalámbricas

MODELO DE RED

Grafo del Disco Unidad

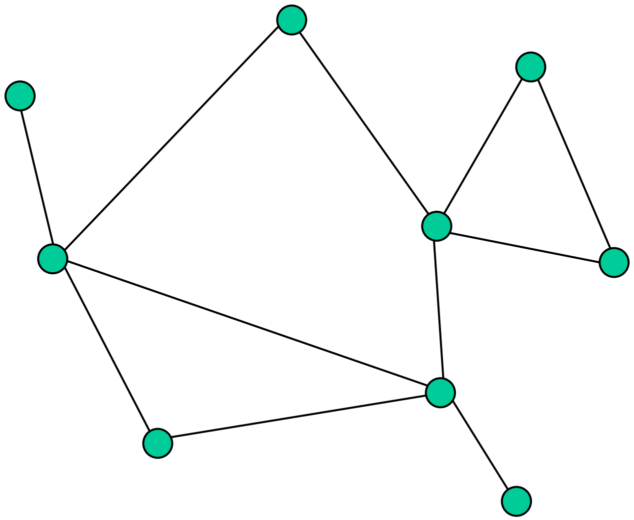
Unit Disk Graph UDG

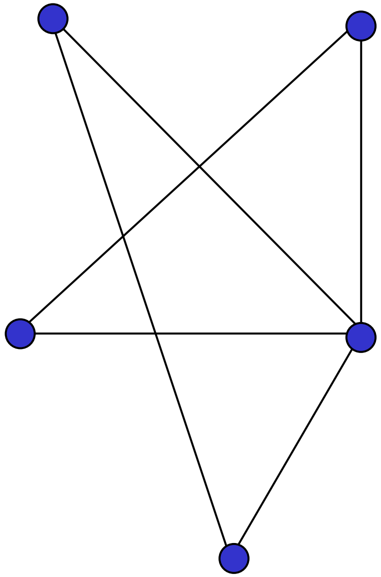


Dado un conjunto de puntos S, UDG(S) es un grafo geométrico, en el que hay una arista (u,v) si dist(u,v) $\leq$ 1

Redes inalámbricas

Un grafo geométrico es un grafo trazado en el plano (o el espacio) de forma que sus vértices son puntos y sus aristas segmentos

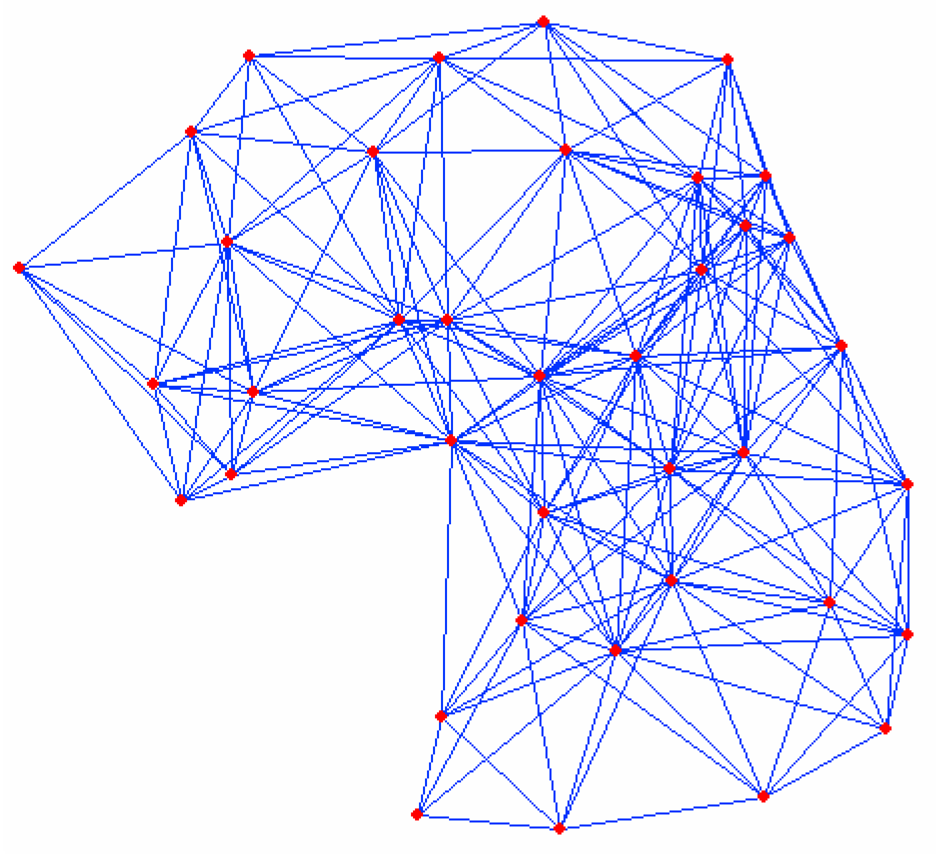




Redes inalámbricas

MODELO DE RED

Grafo del Disco Unidad
Unit Disk Graph UDG



Los sensores tienen GPS para conocer su posición

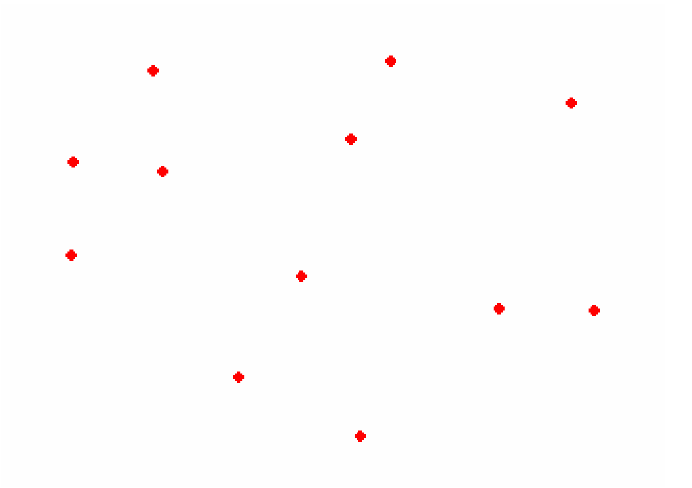
Si no lo tienen, la distancia entre vecinos se estima por la intensidad de la señal recibida

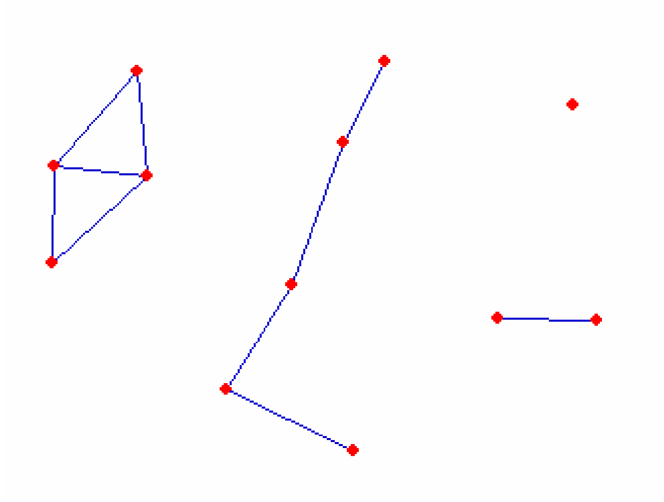
Redes inalámbricas

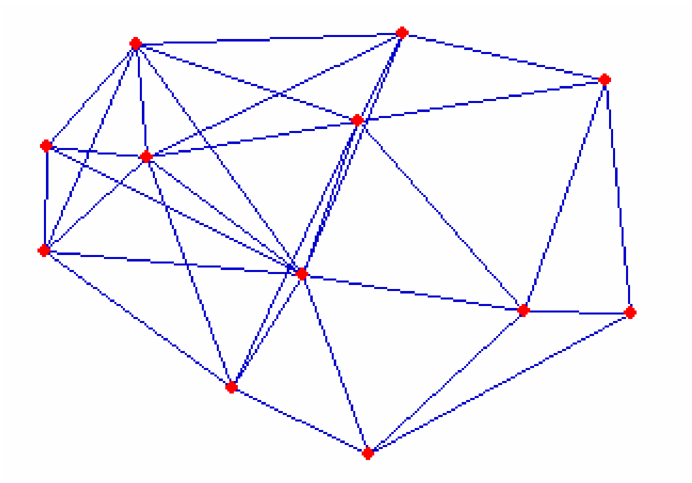
MODELO DE RED

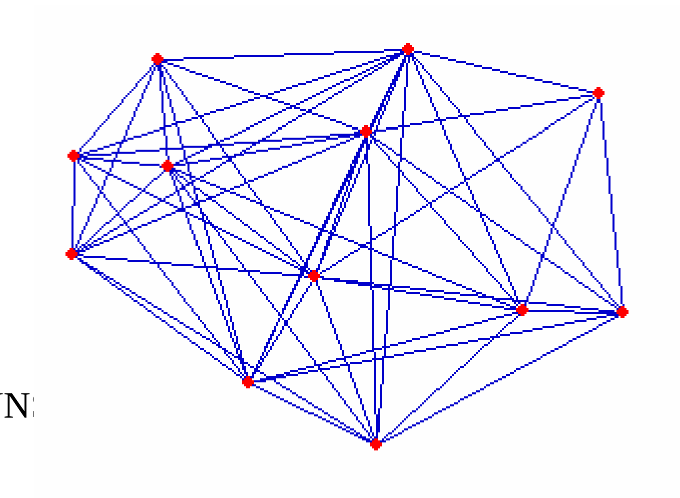
Grafo del Disco Unidad

Unit Disk Graph UDG









Redes inalámbricas

ESTRATEGIAS LOCALES

La información disponible en cada nodo u es **LOCAL**, se reduce a:
(1) Posición de u
(2) Posición de los vecinos de u (hasta una distancia k)

Memoria limitada
Estrategia ecológica (prohibido dejar marcas)
El grafo subyacente es UDG(S)

Redes inalámbricas

PROBLEMA 1

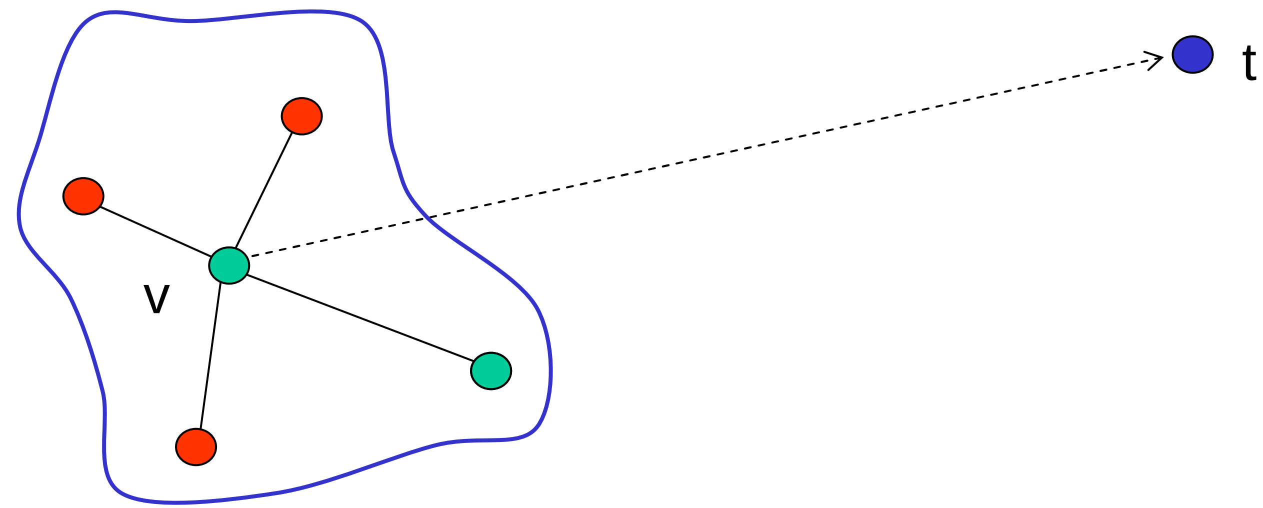
Sea G un subgrafo plano de UDG(S). Hallar un algoritmo determinista A que permita a un agente viajar desde un vértice s a otro t con las siguientes condiciones:

1) En cualquier momento A sólo conoce las posiciones de s, t y de un número constante de nodos de G.

2) Cuando el agente alcanza un vértice u, puede utilizar la lista de vecinos de u y sus posiciones.

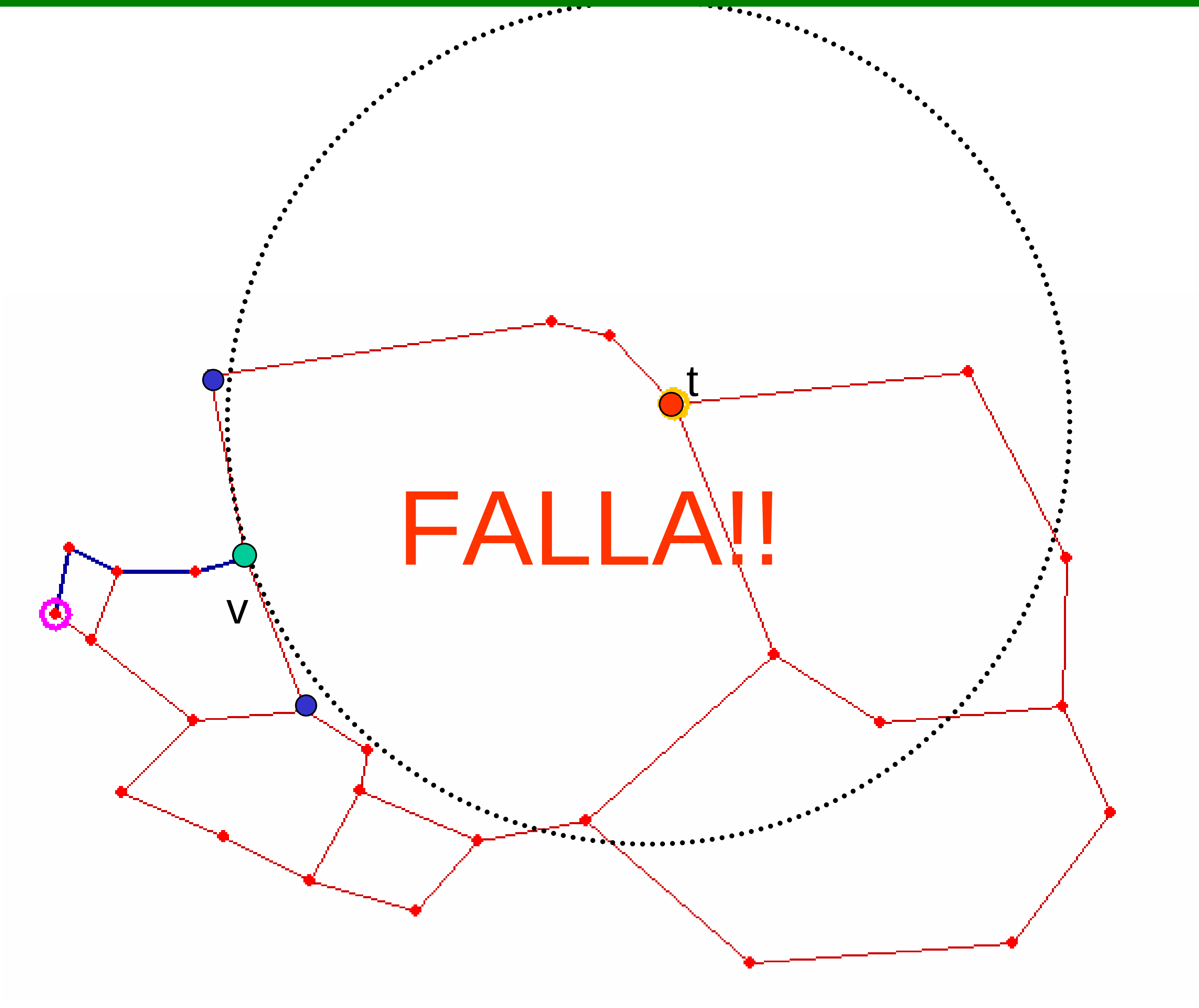
3) No se permite que A deje marcas en su camino.

Estrategia voraz



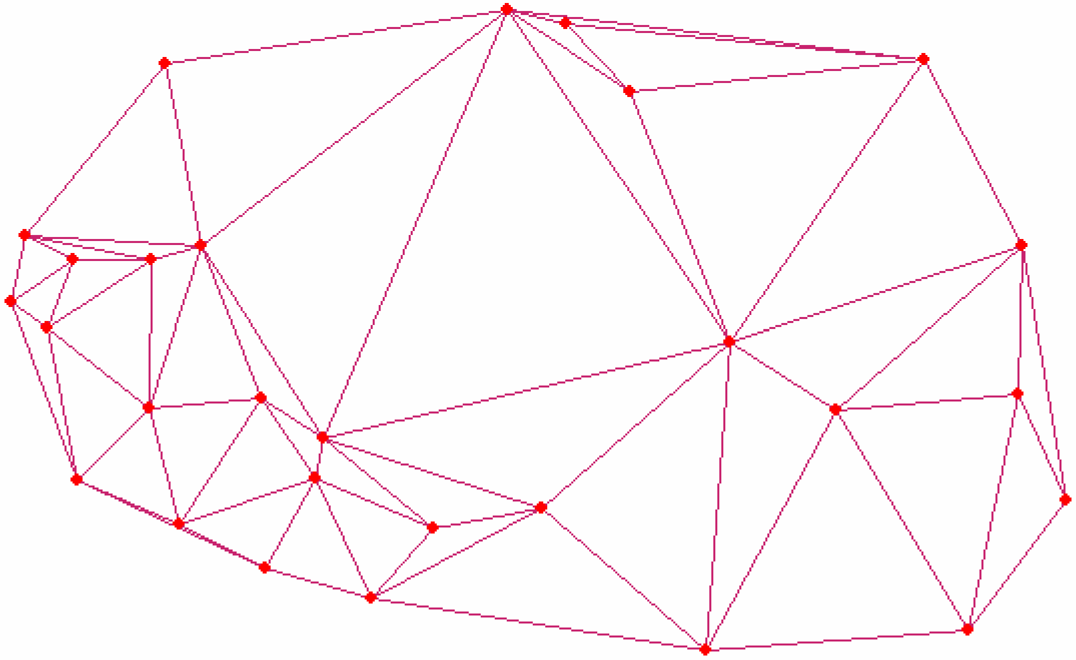
El paquete sale de v al vecino más próximo a t

Estrategia voraz



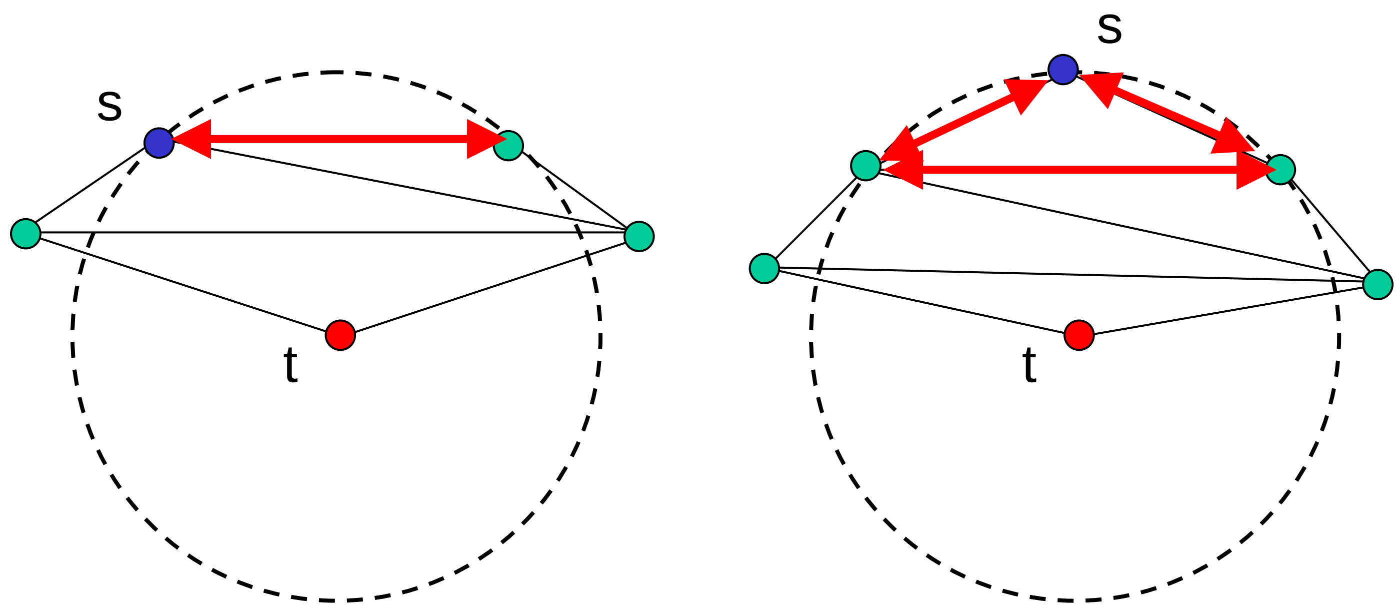
Estrategia voraz

- Algoritmo OLVIDADIZO (sin memoria)
- No trabaja para algunos grafos
- No trabaja para algunas triangulaciones



Estrategia voraz

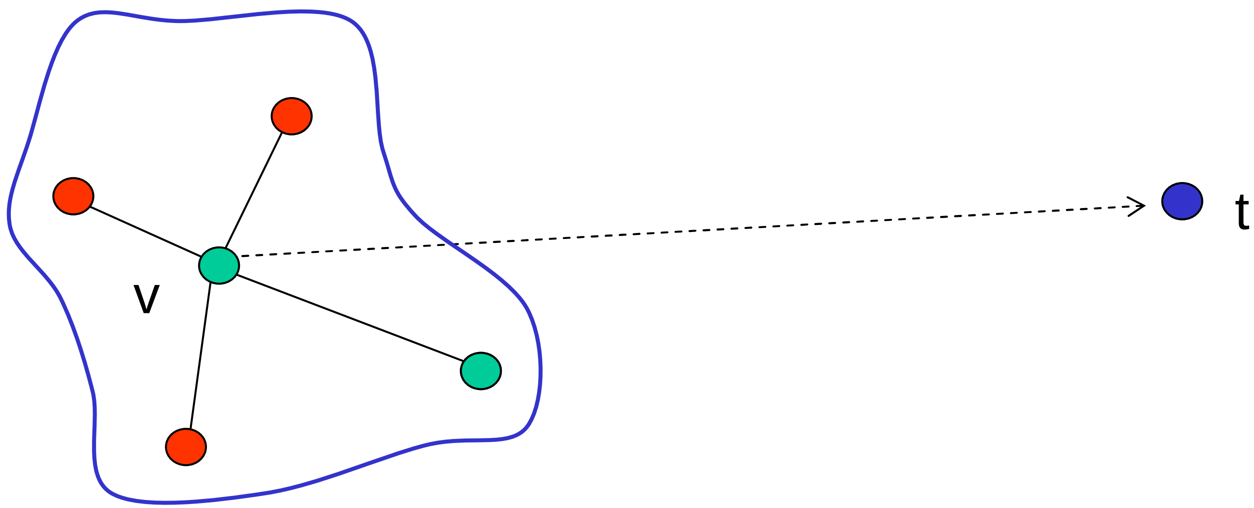
- Algoritmo OLVIDADIZO (sin memoria)
- No trabaja para algunos grafos
- No trabaja para algunas triangulaciones



Estrategia por brújula

Kranakis, Singh, Urrutia, ‘99

Compass Routing CR

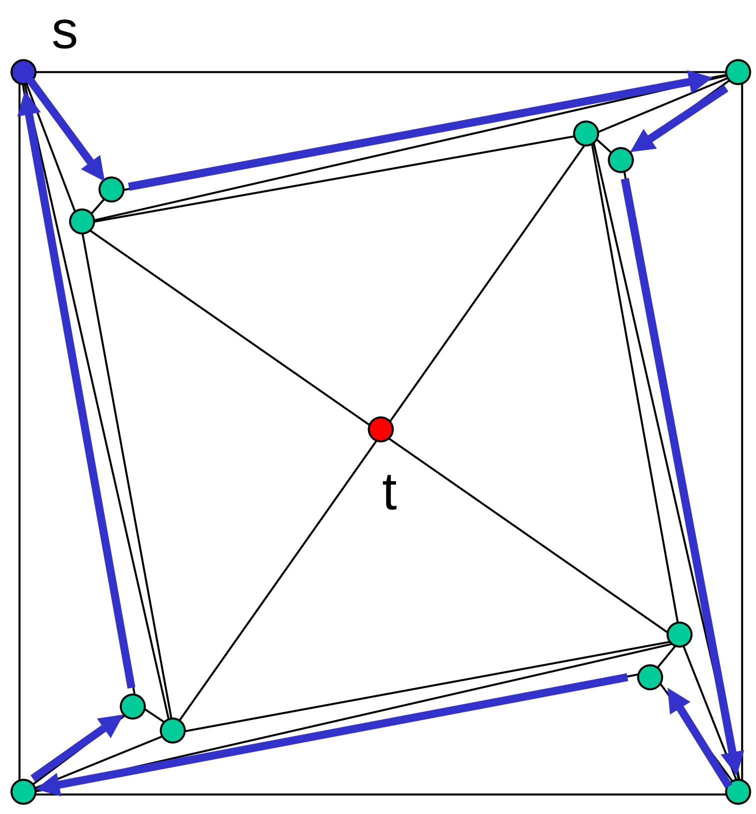


El paquete sale de v al vecino que minimiza el ángulo con la recta vt

Estrategia por brújula

Kranakis, Singh, Urrutia, '99

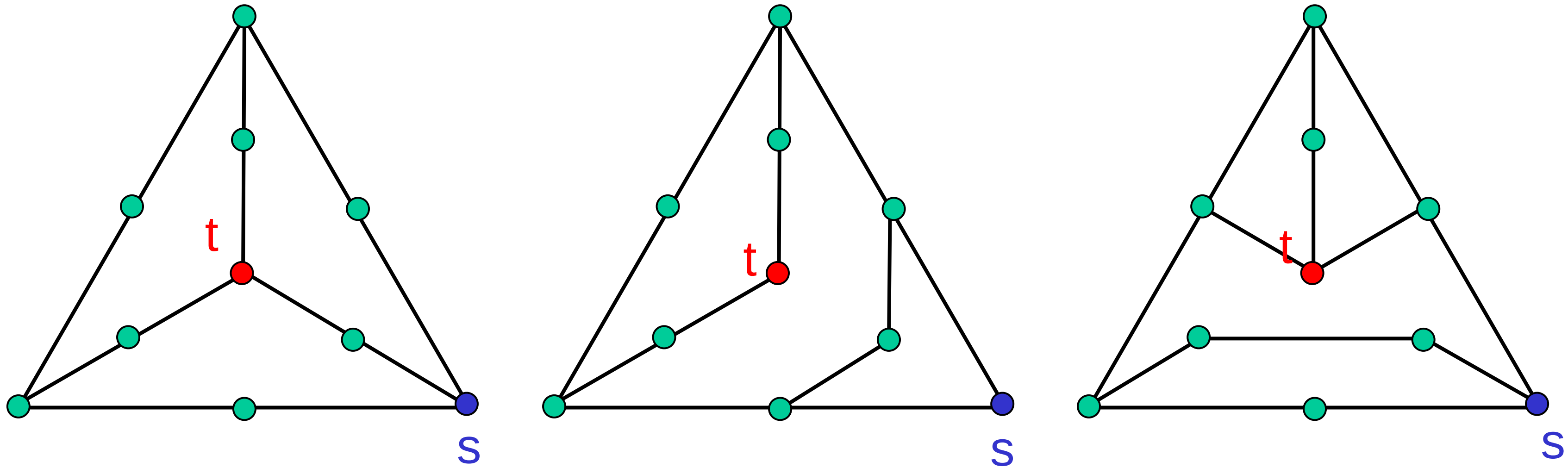
- Algoritmo OLVIDADIZO (sin memoria)
- Hay triangulaciones que lo baten



Algoritmos sin memoria

Bose, Morin ‘00

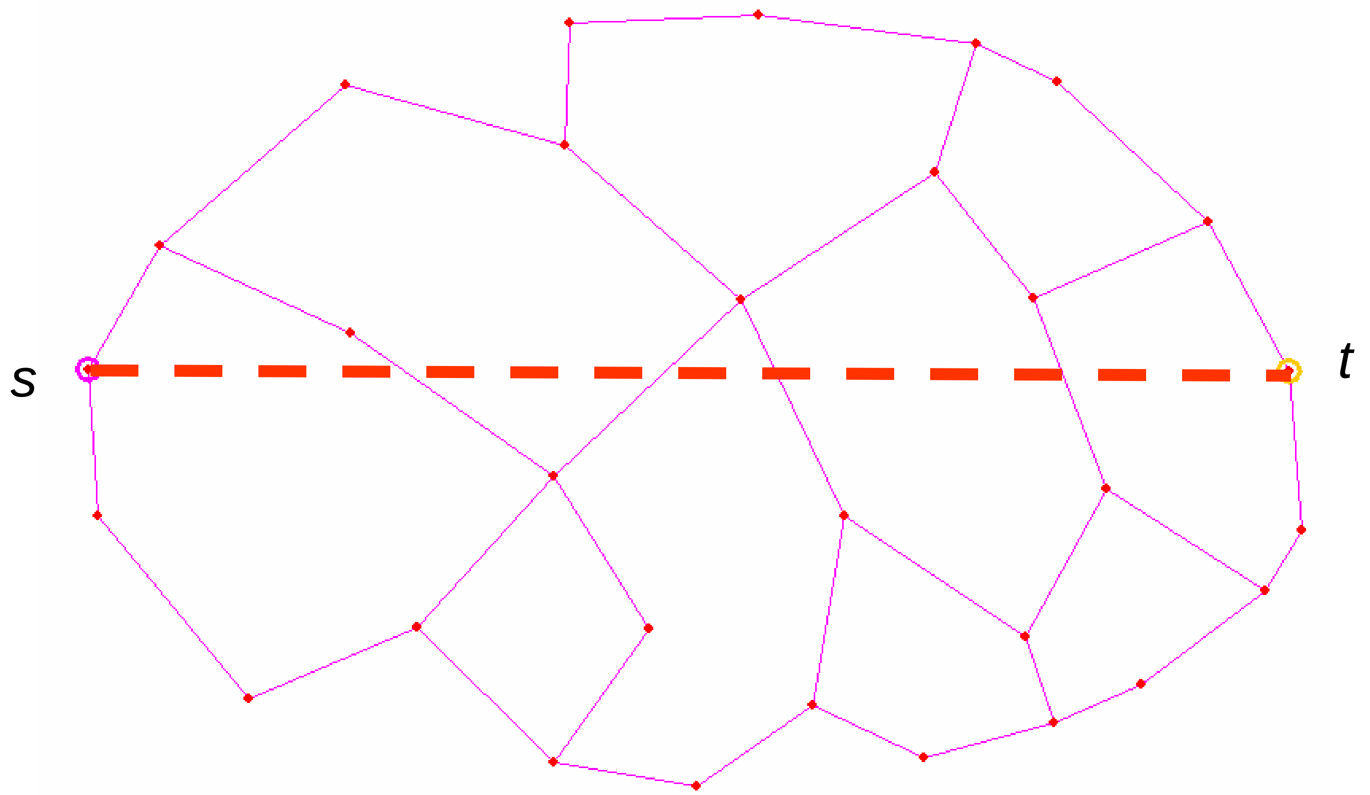
No existen algoritmos de ruteo y sin memoria que trabajen para todos los grafos planos.



Algoritmos con memoria constante

RUTEO por CARAS (FACE ROUTING)

Kranakis, Urrutia, ‘99

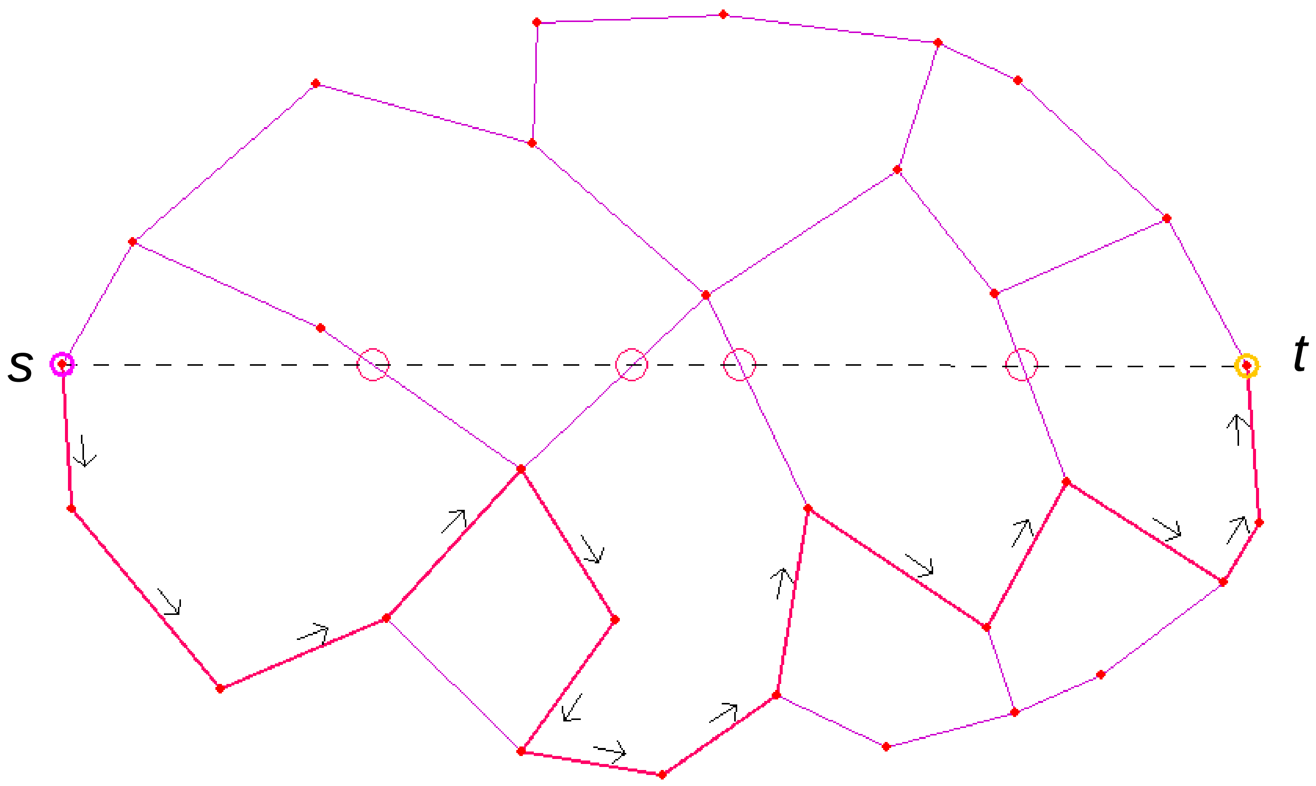


El envío se mueve a través de las caras atravesadas por el segmento st

Algoritmos con memoria constante

RUTEO por CARAS (FACE ROUTING)

Kranakis, Urrutia, '99



El envío se mueve a través de las caras atravesadas por el segmento st

Algoritmos con memoria constante

RUTEO por CARAS (FACE ROUTING)

Teorema

El algoritmo FR siempre alcanza el destino en cualquier grafo plano en una cantidad lineal de pasos

Algoritmos con memoria constante

PROBLEMA 1

Sea G un grafo geométrico plano. Hallar un algoritmo determinista A que permita a un agente viajar desde un vértice s a otro t con las siguientes condiciones:

(1) En cualquier momento A sólo conoce las posiciones de s, t y de un número constante de nodos de G.

(2) Cuando el agente alcanza un vértice u, puede utilizar la lista de vecino de u y sus posiciones.

(3) No se permite que A deje marcas en su camino.

El RUTEO por CARAS (FACE ROUTING)
es el algoritmo buscado

Algoritmos con memoria constante

PROBLEMA 1

Sea G un grafo geométrico **plano**. Hallar un algoritmo determinista A que permita a un agente viajar desde un vértice s a otro t con las siguientes condiciones:

(1) En cualquier momento A sólo conoce las posiciones de s, t y de un número constante de nodos de G.
(2) Cuando el agente alcanza un vértice u, puede utilizar la lista de vecino de u y sus posiciones.
(3) No se permite que A deje marcas en su camino.

El RUTEO por CARAS (FACE ROUTING)
es el algoritmo buscado

Subgrafo plano de UDG

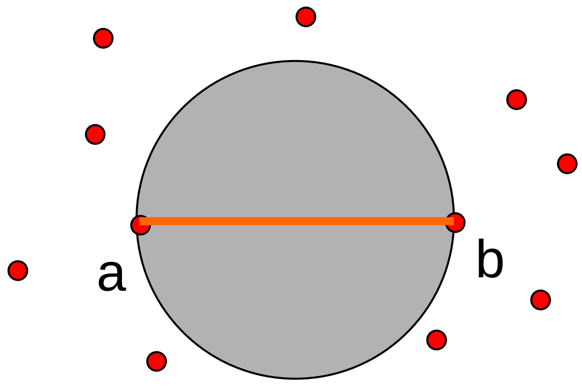
PROBLEMA 2

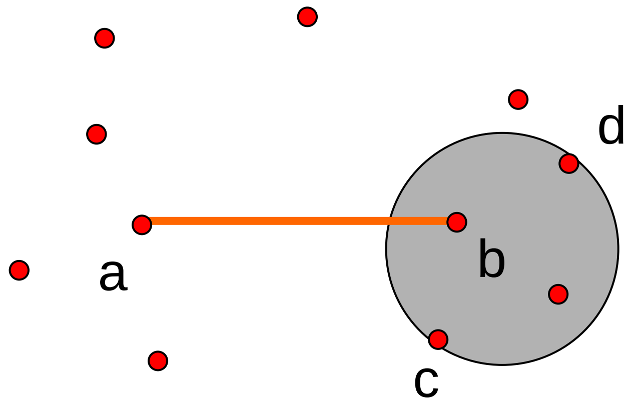
Dada una red N definida por UDG(S) extraer un subgrafo plano H tal que si N es conexo, entonces el subgrafo H también es conexo.

Subgrafo plano de UDG

Grafo de vecindad Gabriel

GG





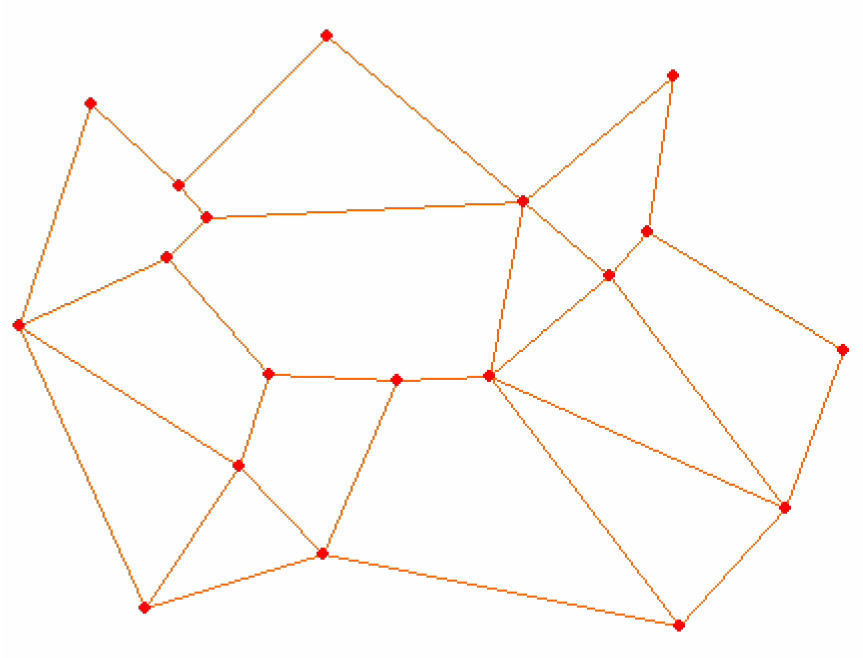
a, b son vecinos Gabriel

c, d no son vecinos Gabriel

Subgrafo plano de UDG

Grafo de vecindad Gabriel GG

El grafo intersección de UDG(S) con el Grafo de Gabriel de S es plano y se puede construir de forma local

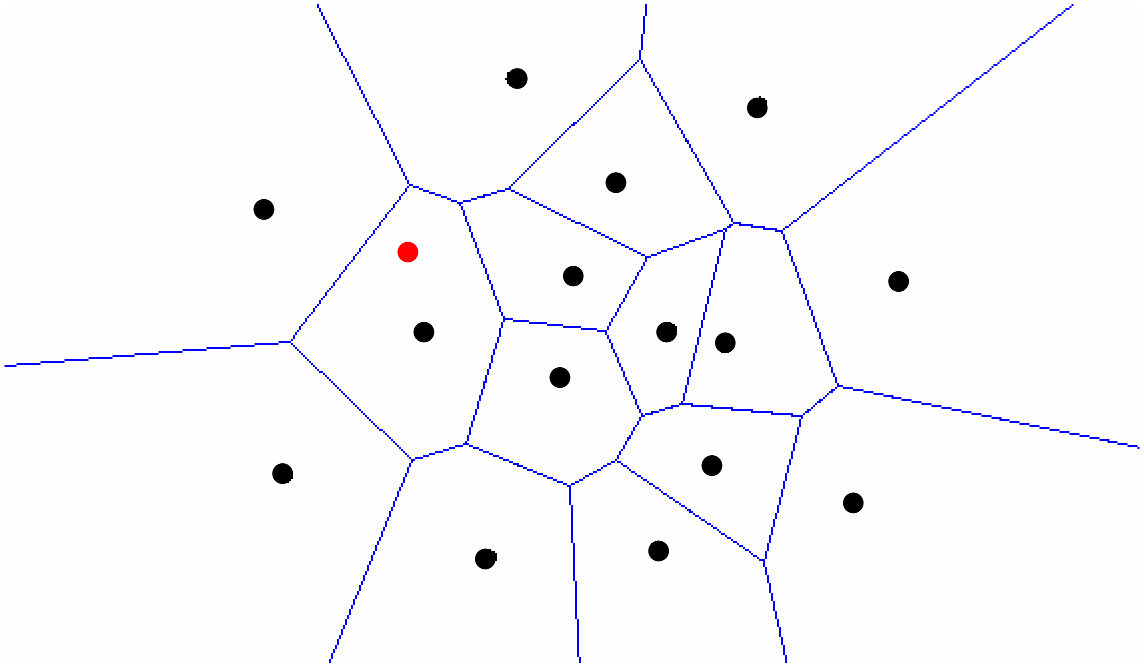


Redes inalámbricas

Dado un conjunto de nodos S, la estrategia de RUTEO POR CARAS sobre la red definida por el Grafo de Gabriel en UDG(S), proporciona un algoritmo local que garantiza el éxito en todos los envíos que se realicen por la red.

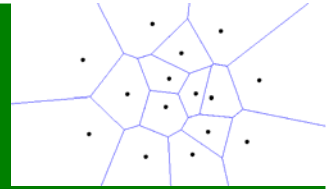
Diagrama de Voronoi

El problema de la oficina de Correos



UBICACIÓN DE SERVICIOS

Diagrama de Voronoi



- ¿Cuál es el hospital que tengo más cerca?
- Se está agotando la nafta de mi auto, ¿a dónde voy a repostar?
- ¿A través de qué antena receptora está conectado mi celular a la red?
- Si caen varias piedras a la vez en un lago en calma, ¿dónde chocan las ondas producidas?
- Si se extiende de forma homogénea el fuego producido a la vez en n puntos de un campo, ¿dónde se encuentran los diferentes frentes del fuego?

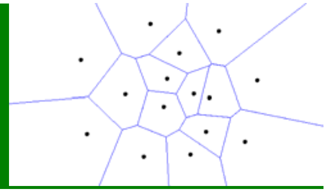
Diagrama de Voronoi

¿Porqué tienen esta forma las rocas de esta imagen?

Diagrama de Voronoi

¿Por qué tienen esta forma las piñas tropicales?

Diagrama de Voronoi



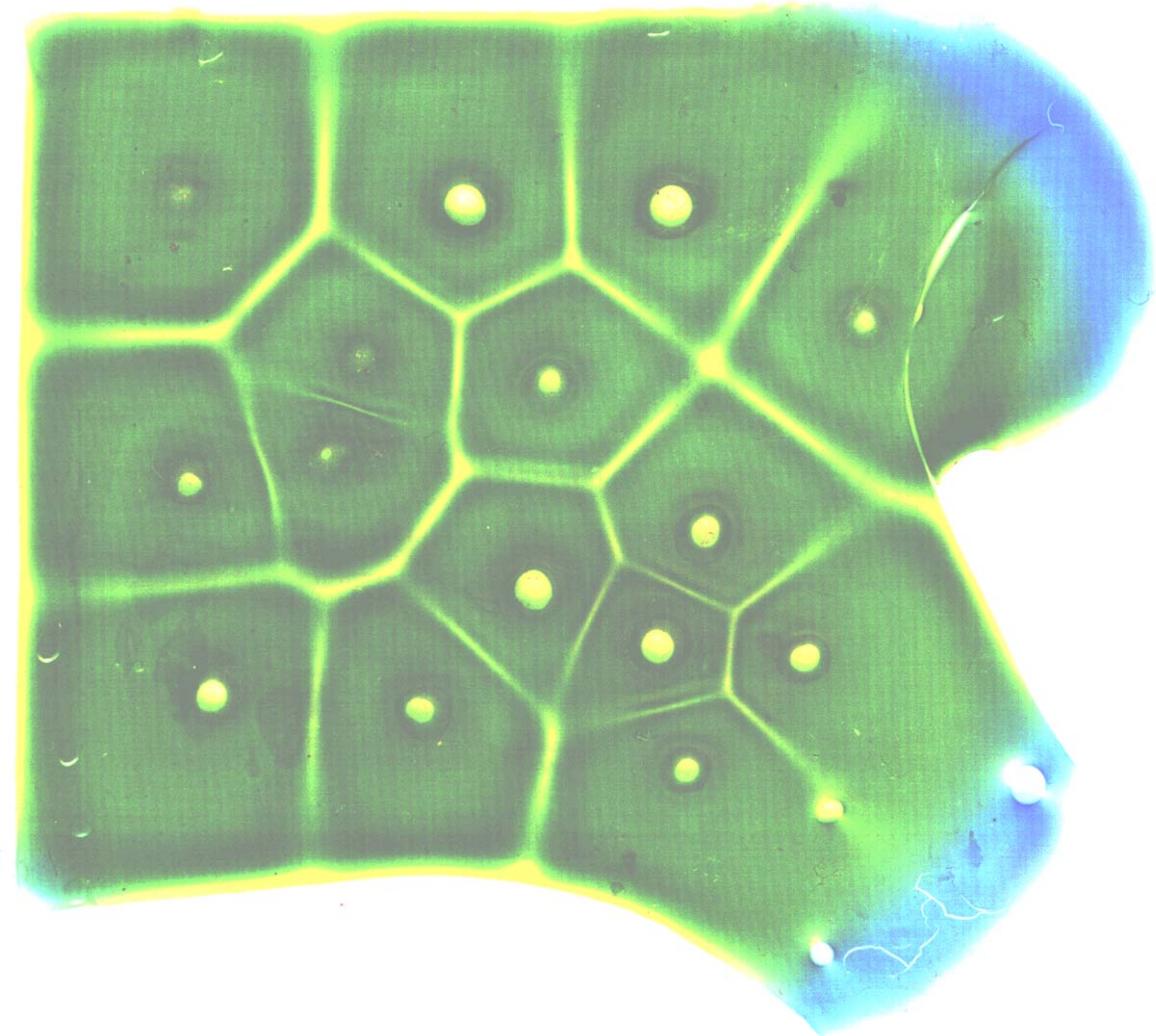
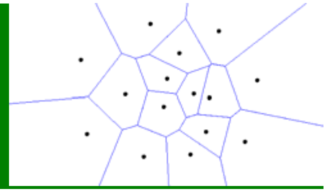


Diagrama de Voronoi



Dado S, conjunto de *n* puntos del plano, se llama *región de Voronoi* de un punto p∈S a

$$Vor(p,S) = \{x \in \Re^2 \,/\, dist(x,p) \leq dist(x,q),\ \forall q \in S\}$$

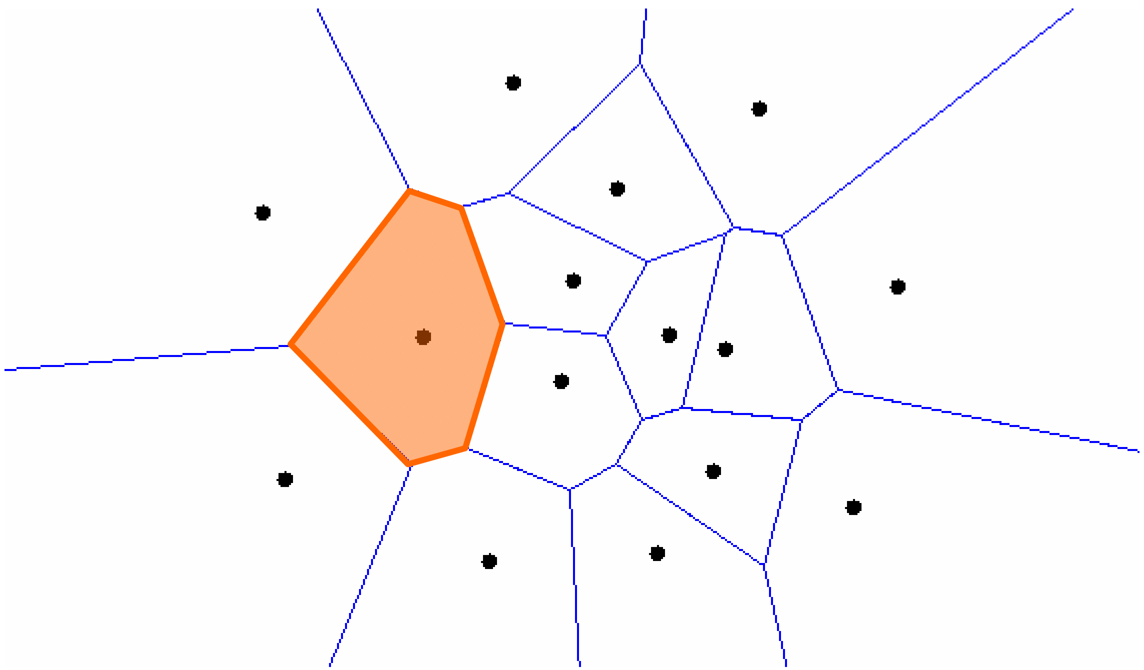


Diagrama de Voronoi

Se llama ***diagrama de Voronoi*** de un conjunto S de puntos del plano al conjunto formado por los puntos que pertenecen a más de una región de Voronoi.

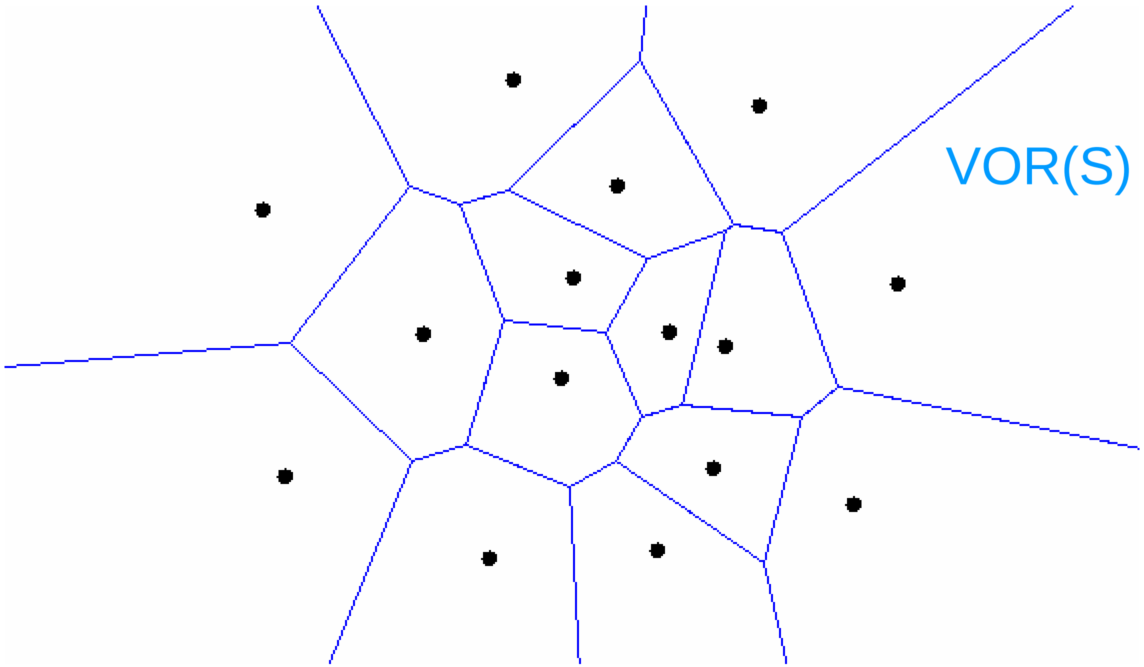


Diagrama de Voronoi

Propiedades de Vor(S)

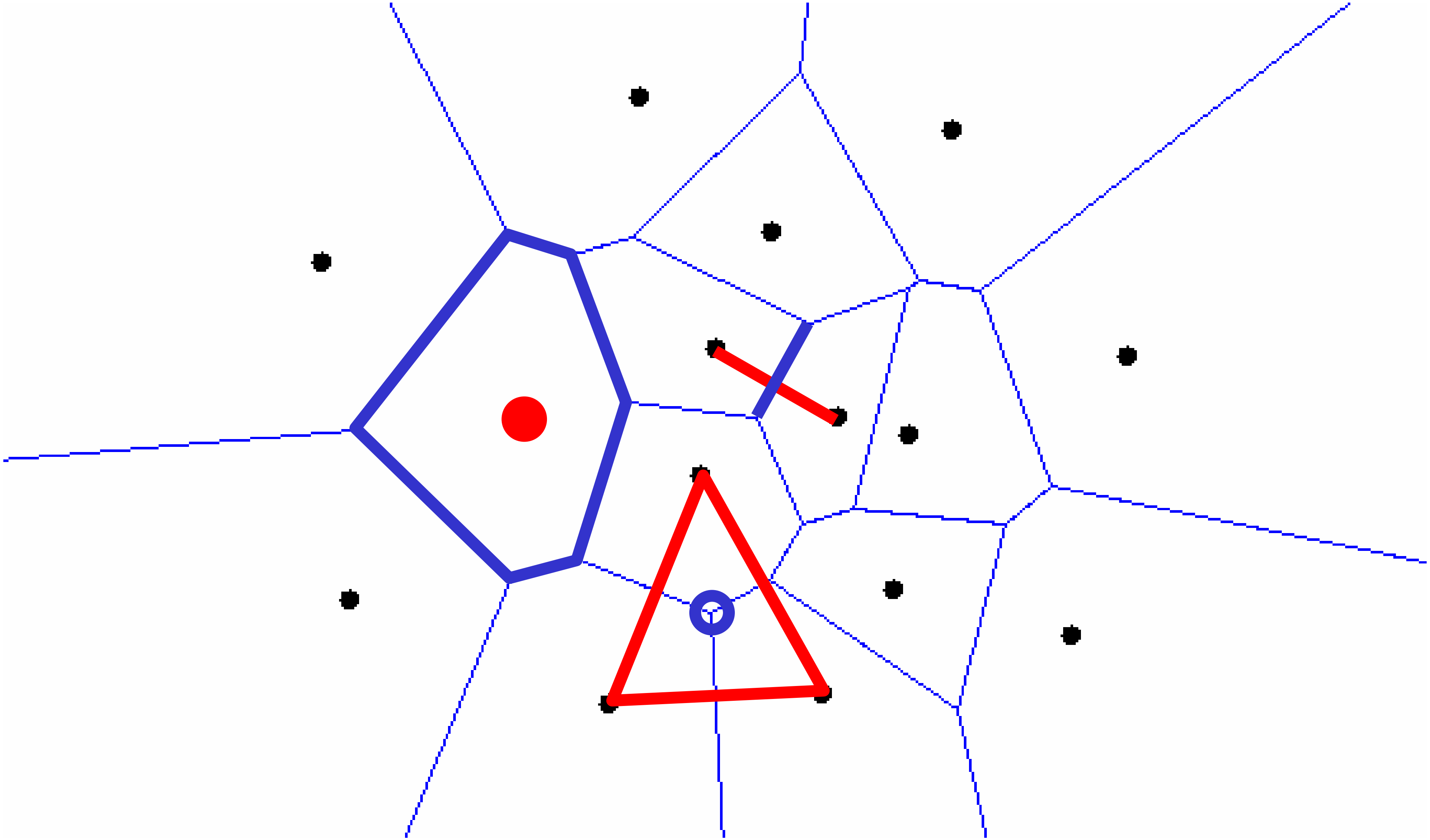
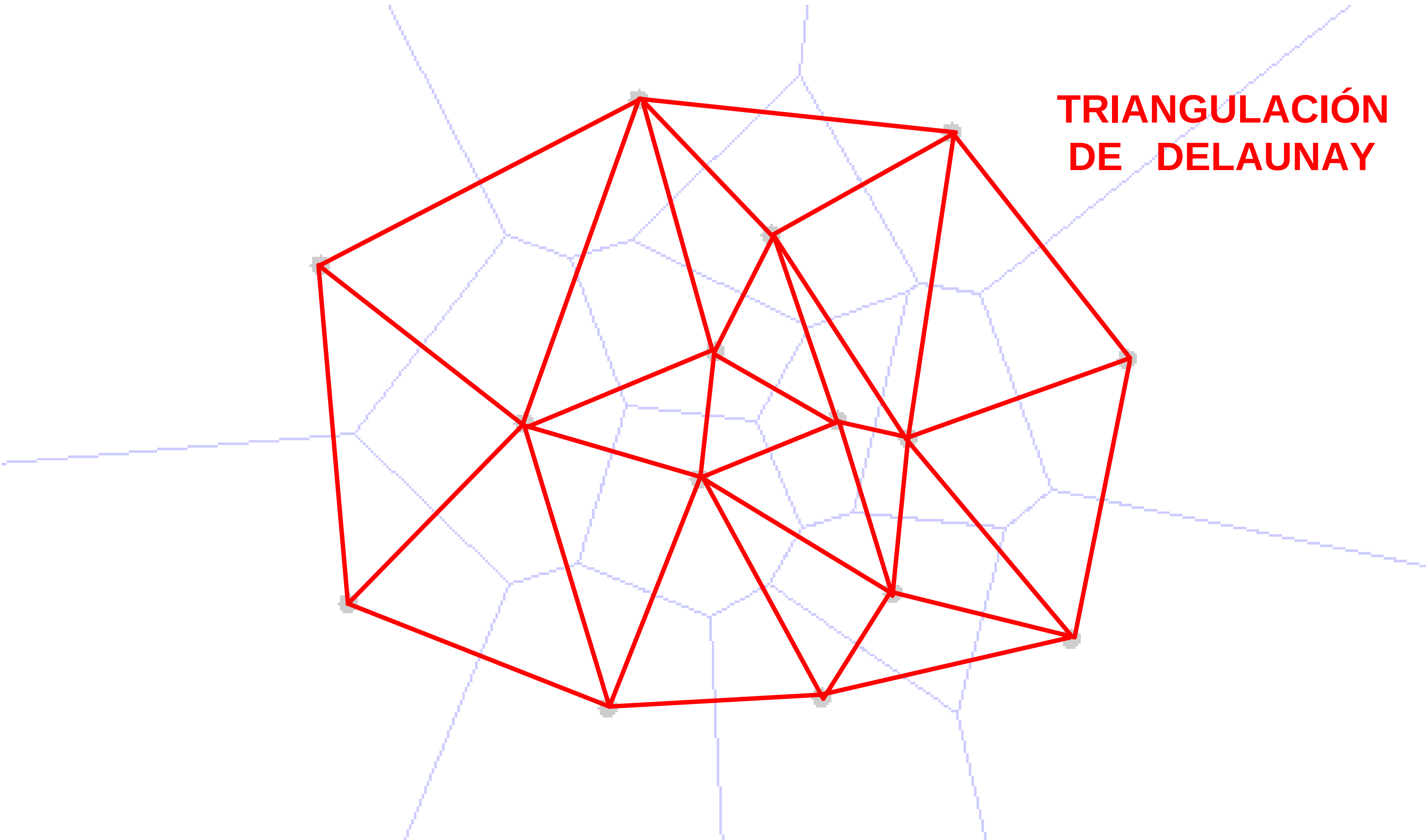


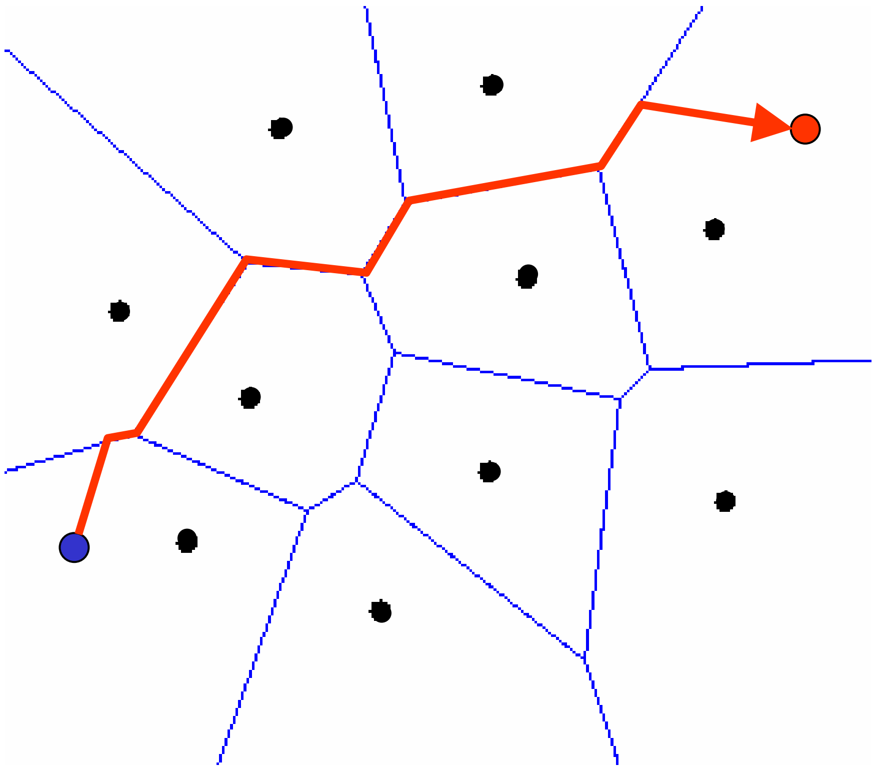
Diagrama de Voronoi

Propiedades de Vor(S)



Rutas seguras

Ruta evitando lugares peligrosos

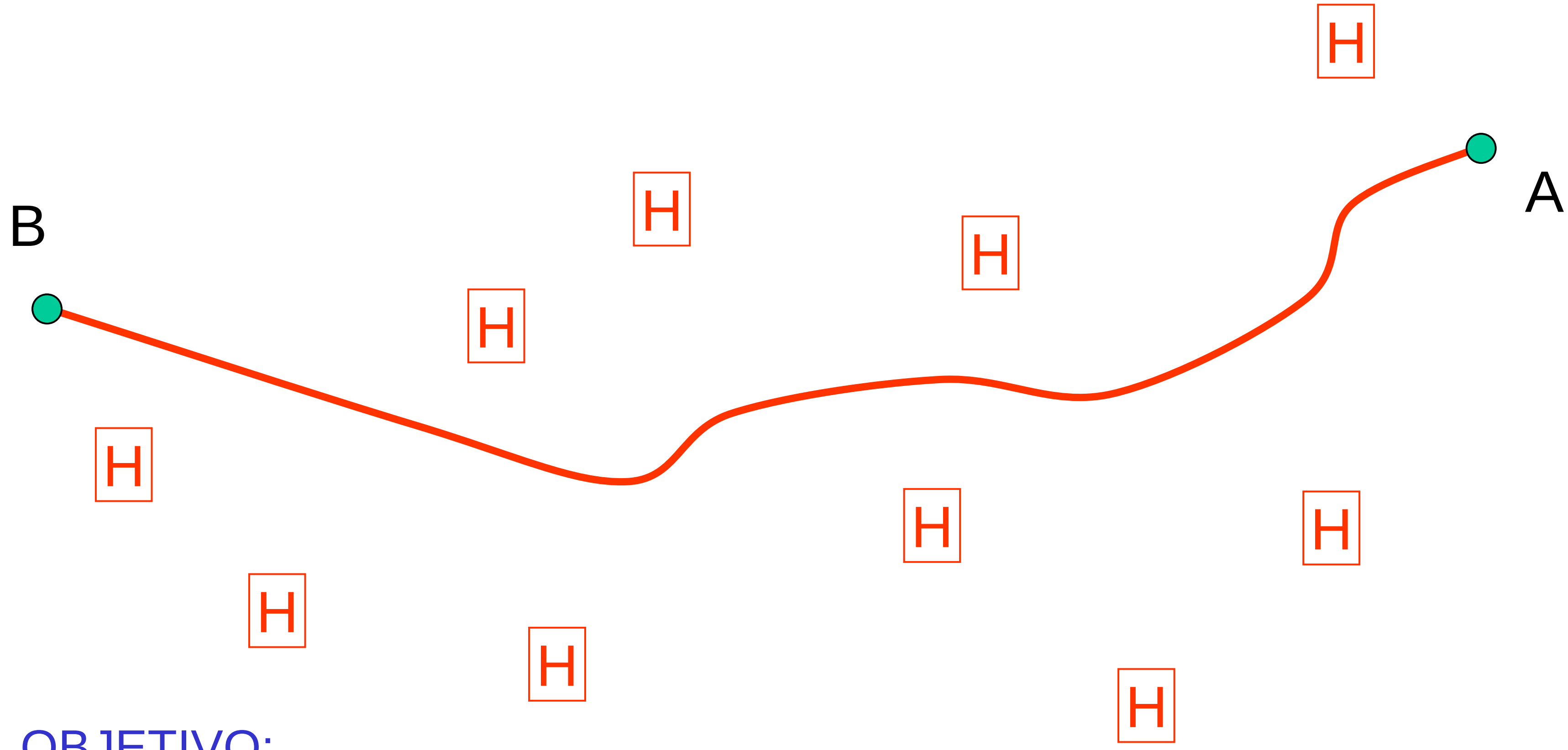


OBJETIVO:
Alejados de los
puntos negros

Diagrama de Voronoi
=
“Mapa de rutas”

Rutas seguras

Rutas de evacuación

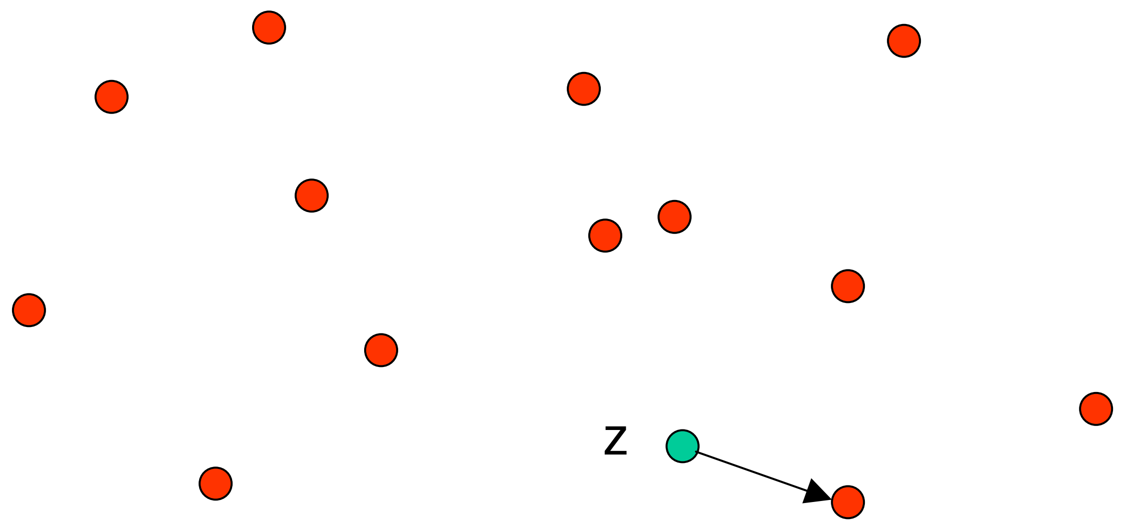


OBJETIVO:
Próximos a los refugios

Abellanas, H, '07

Rutas seguras de evacuación

Puntos seguros S

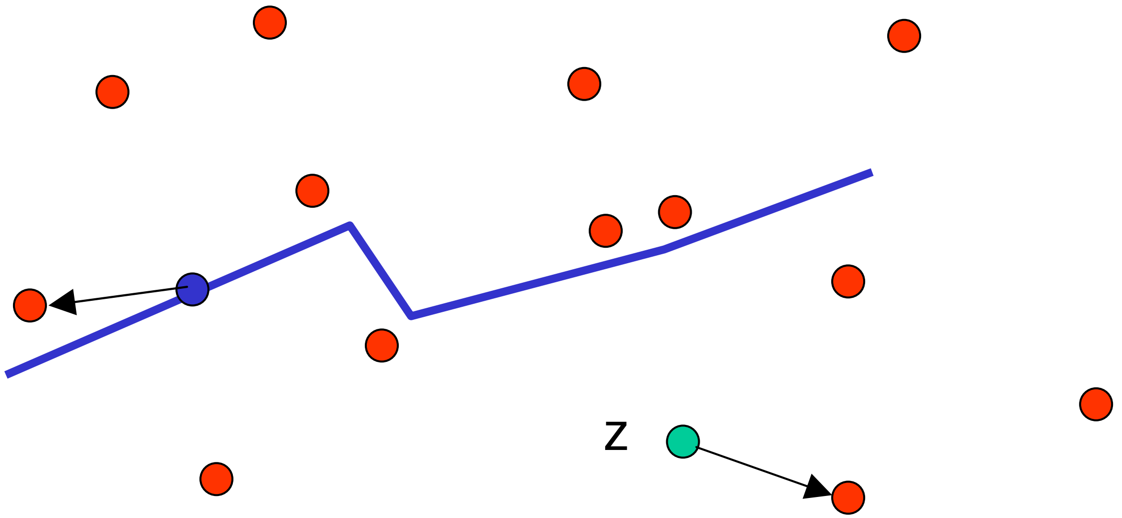


Desviación de z

$dev(z,S) = \min\{dist(z,x) \mid x \in S\}$

Rutas seguras de evacuación

Puntos seguros S

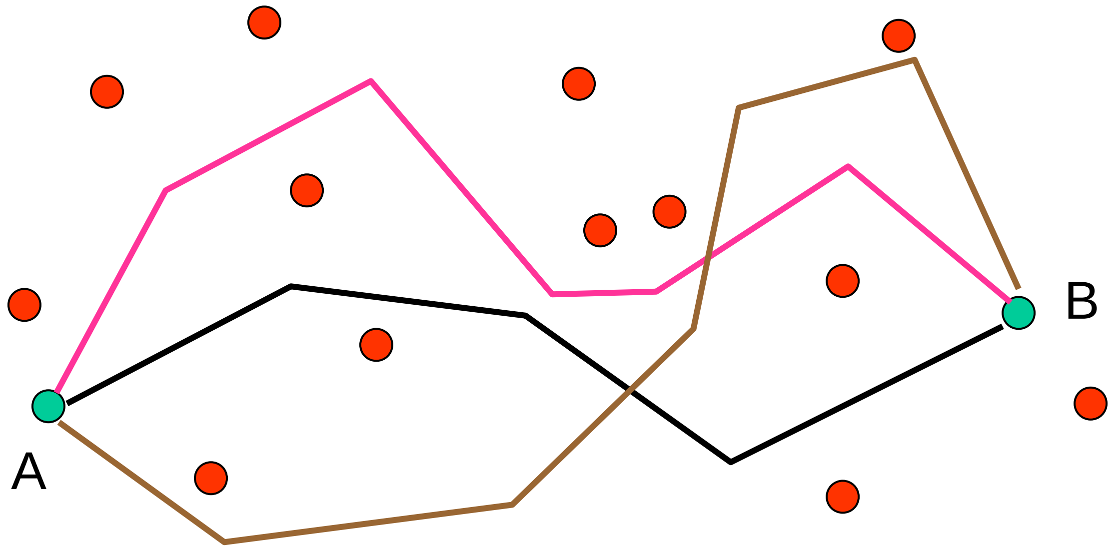


Desviación de z $\text{dev}(z,S) = \min\{\text{dist}(z,x) \,/\, x \in S\}$

Desviación de P $\text{dev}(P,S) = \max\{\text{dev}(z,S) \,/\, z \in P\}$

Rutas seguras de evacuación

Hallar la ruta más segura entre A y B

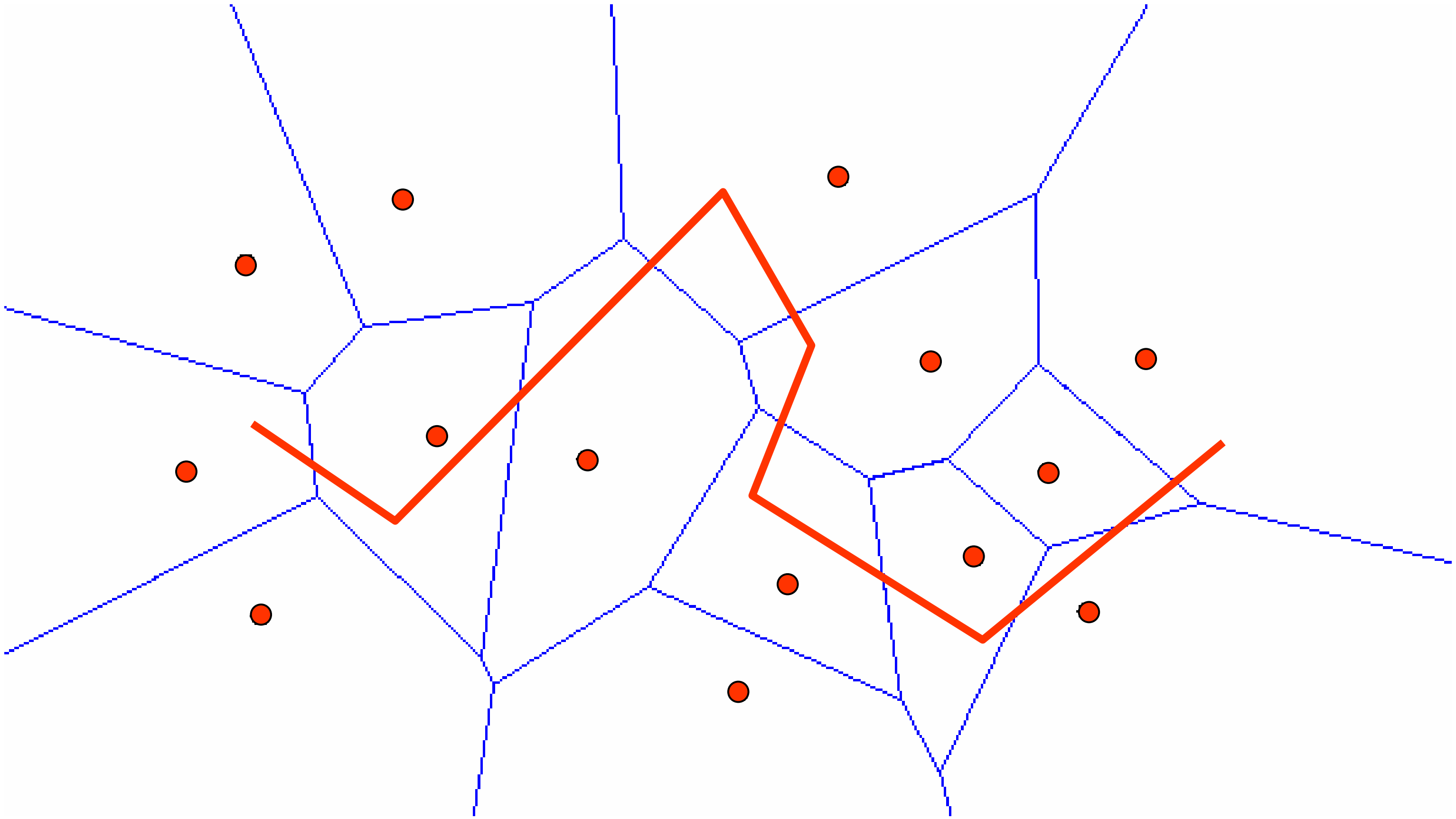


La desviación de un par A, B se mide por la desviación mínima de los caminos entre A y B

Caminos de desviación mínima

Rutas seguras de evacuación

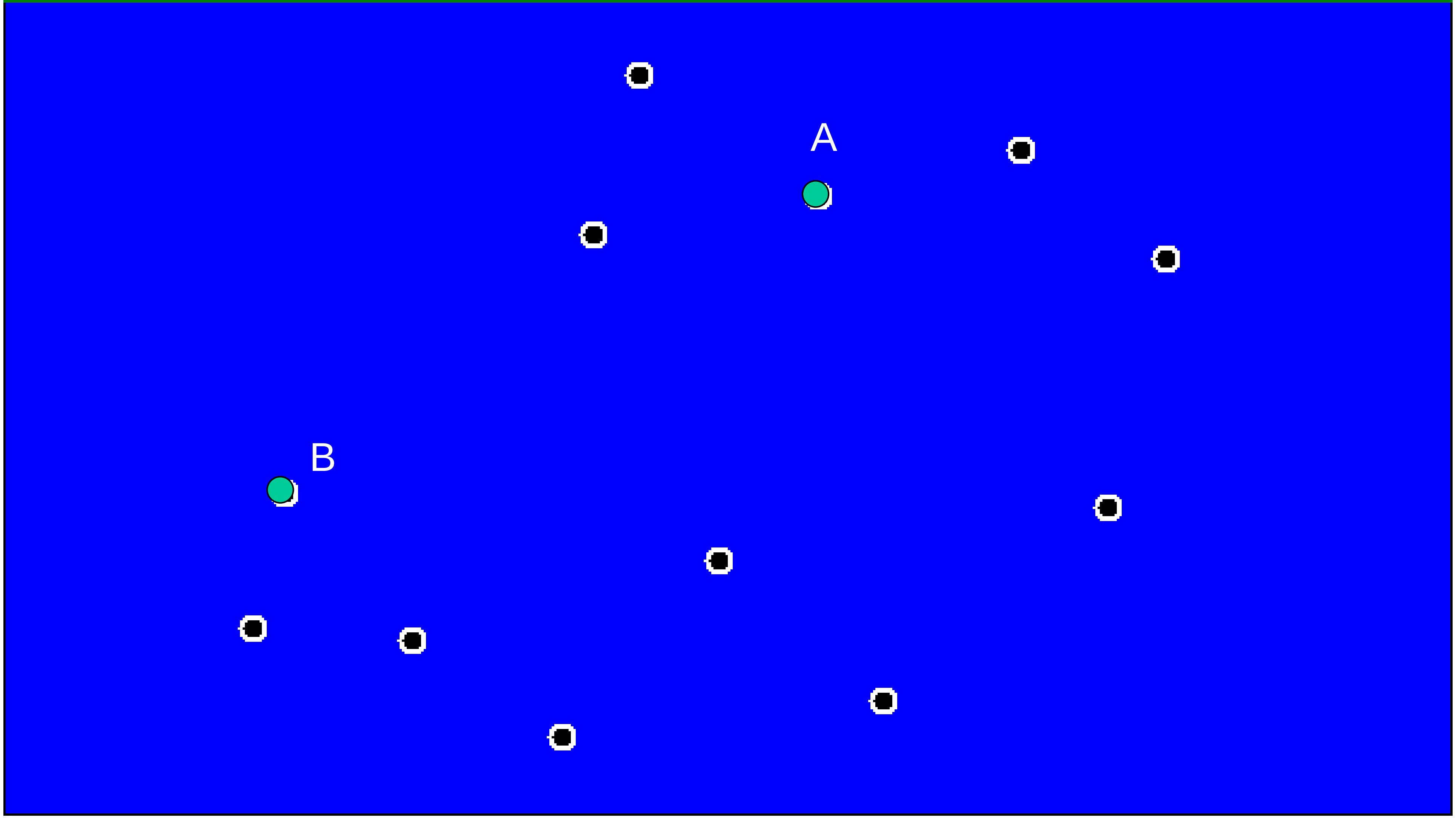
La desviación de un camino poligonal de k segmentos con respecto a un conjunto S de n puntos seguros se calcula utilizando el Diagrama de Voronoi



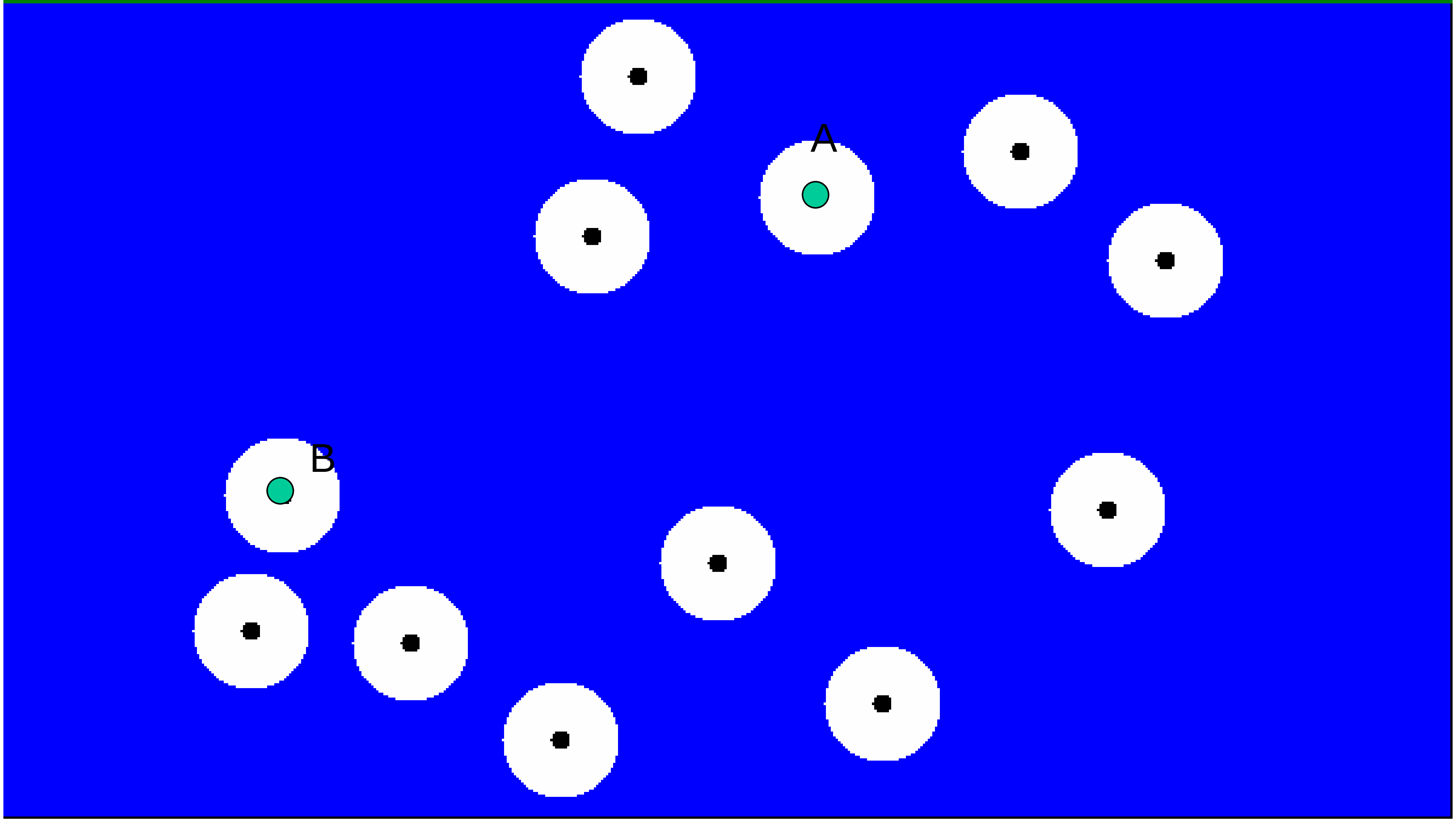
Rutas seguras de evacuación

¿Cuál es la desviación mínima de todos los caminos entre A y B?

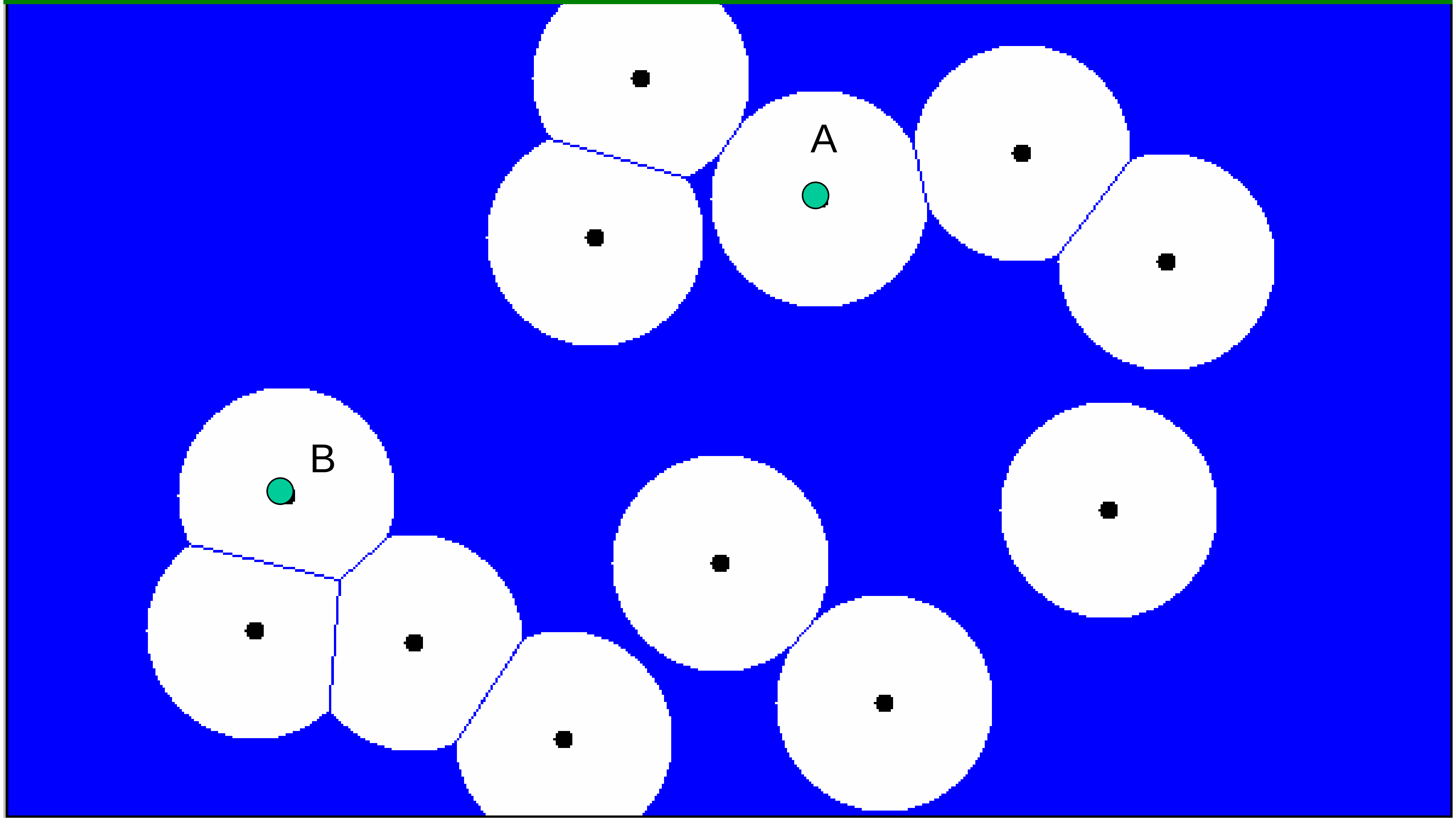
Rutas seguras de evacuación



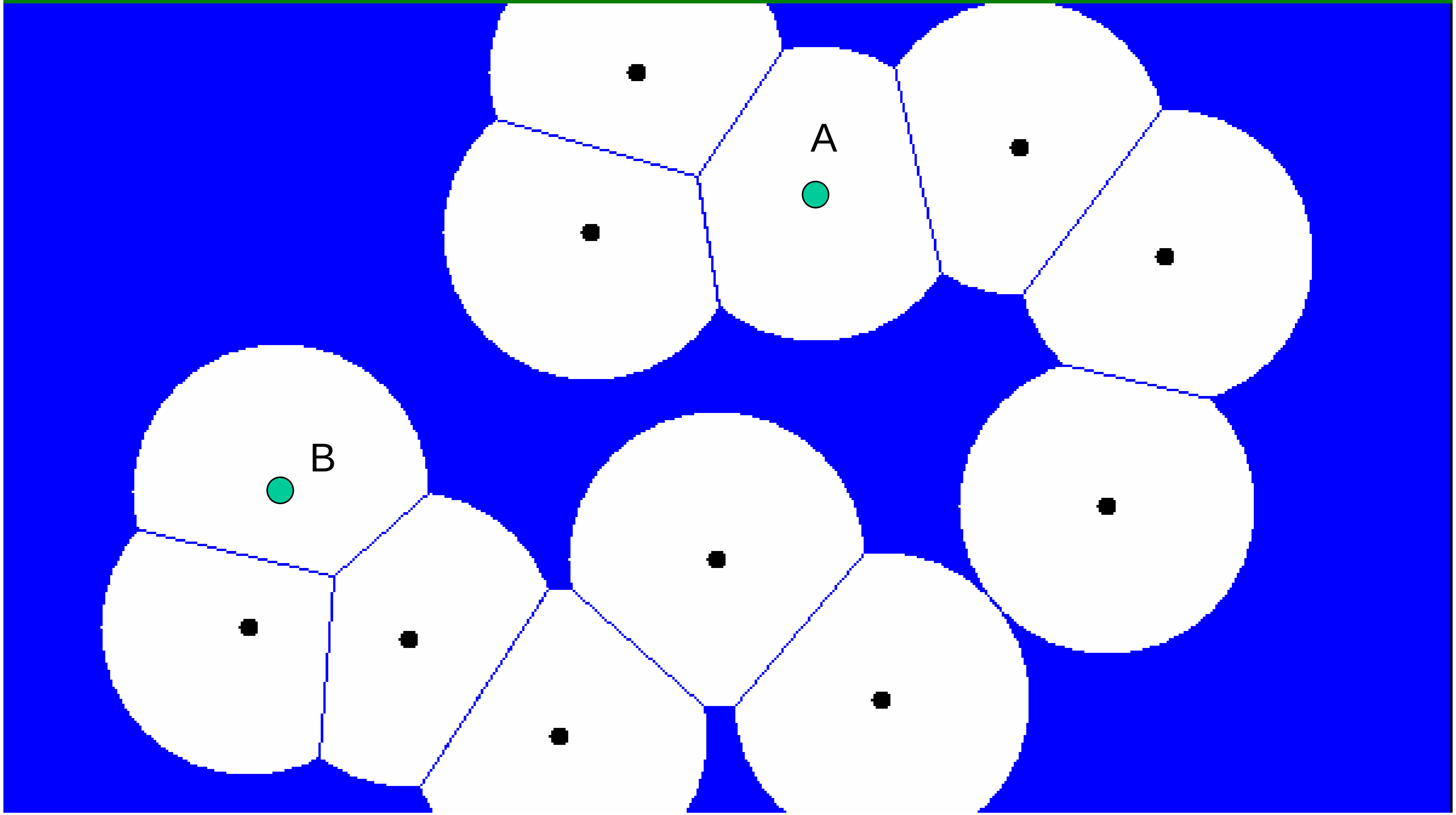
Rutas seguras de evacuación



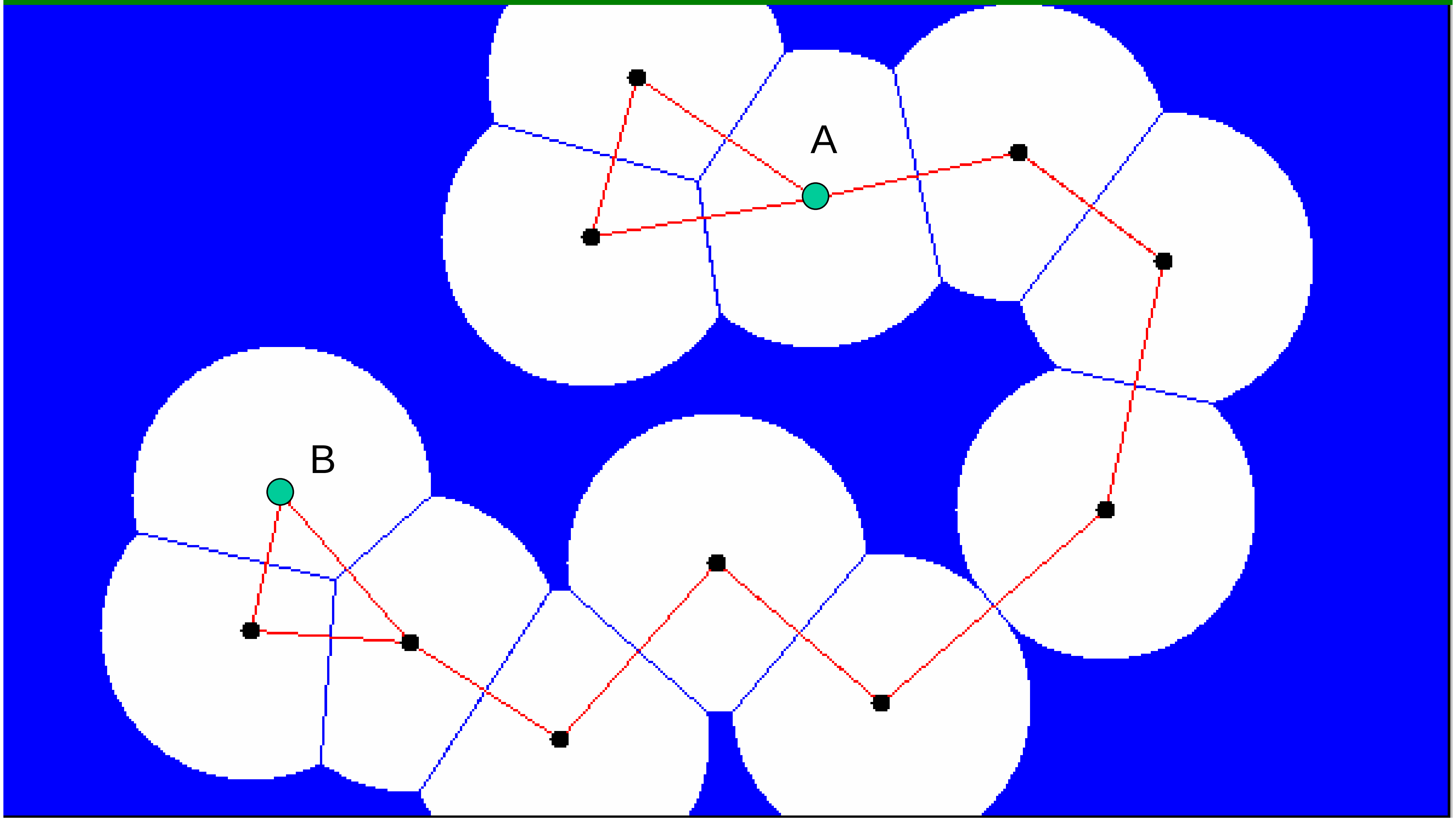
Rutas seguras de evacuación



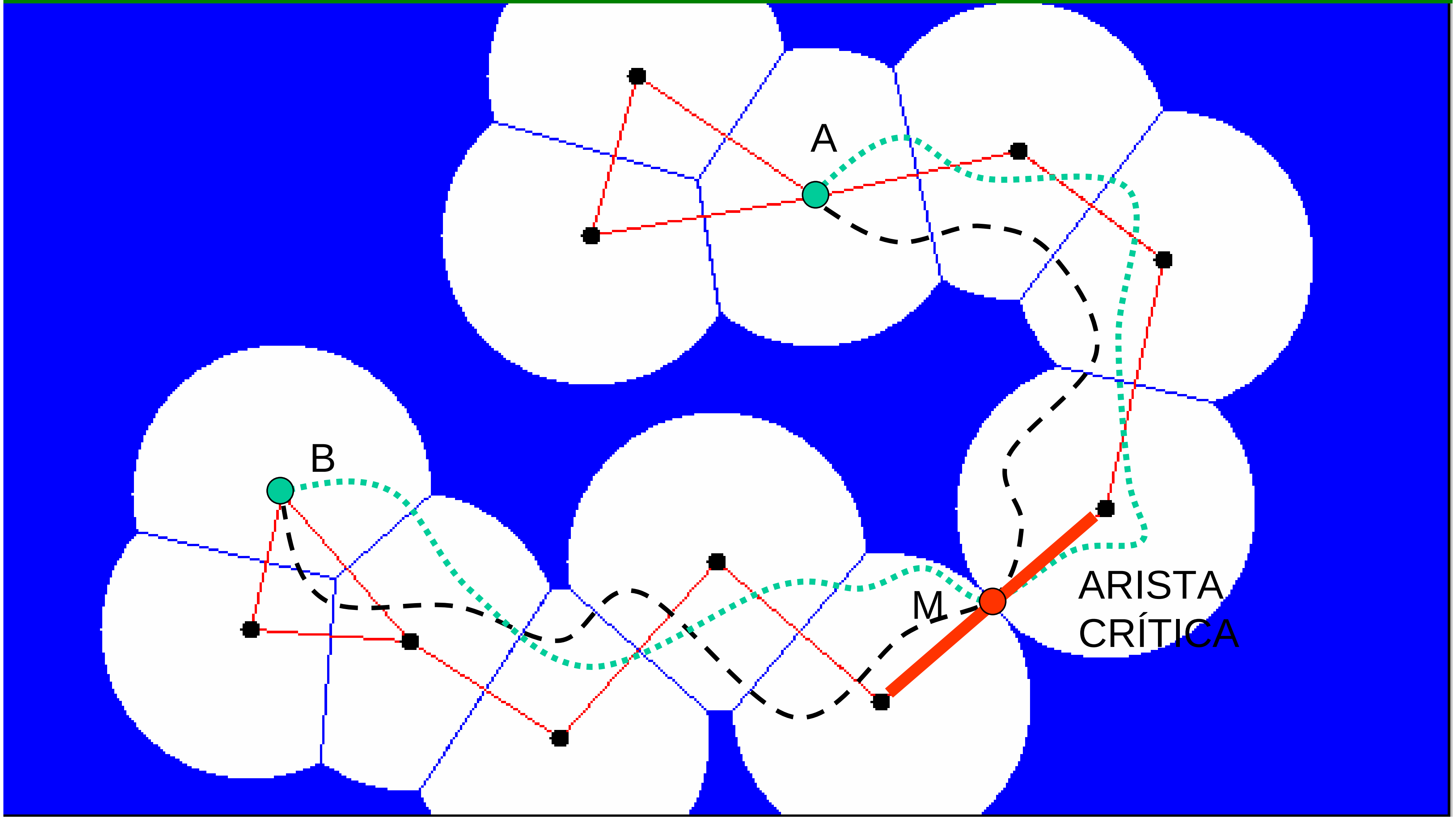
Rutas seguras de evacuación



Rutas seguras de evacuación



Rutas seguras de evacuación



Rutas seguras de evacuación

¿Cuál es la desviación mínima de todos los caminos entre A y B?

$$\text{dev}(A,B,S) = \frac{1}{2}\,\text{long}(e)$$

e arista crítica, arista de mayor longitud en el camino de A hasta B en la Triangulación de Delaunay de S

Todos los caminos de desviación mínima pasan por M, punto medio de la arista crítica e

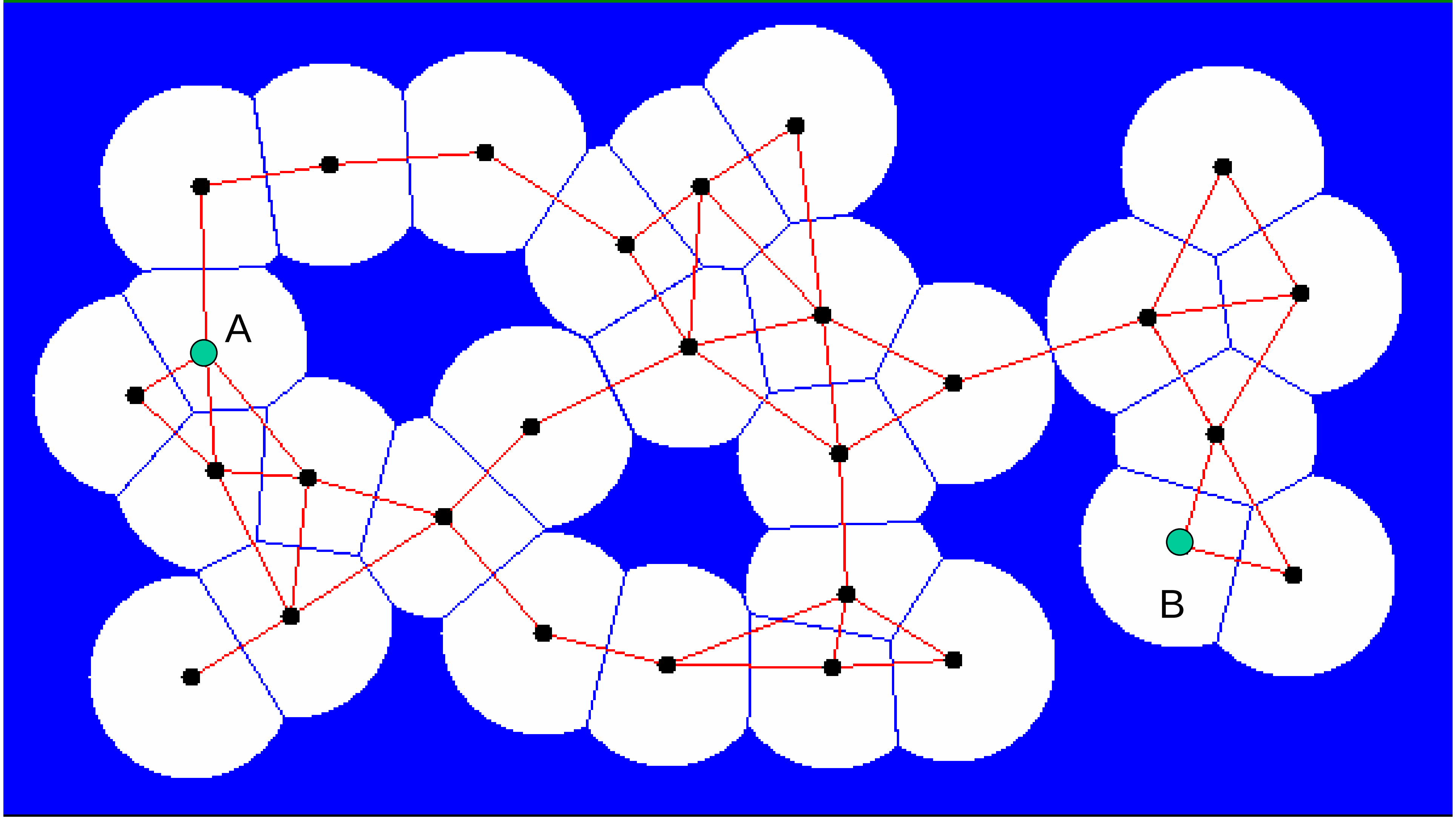
Rutas seguras de evacuación

Optimización multicriterio

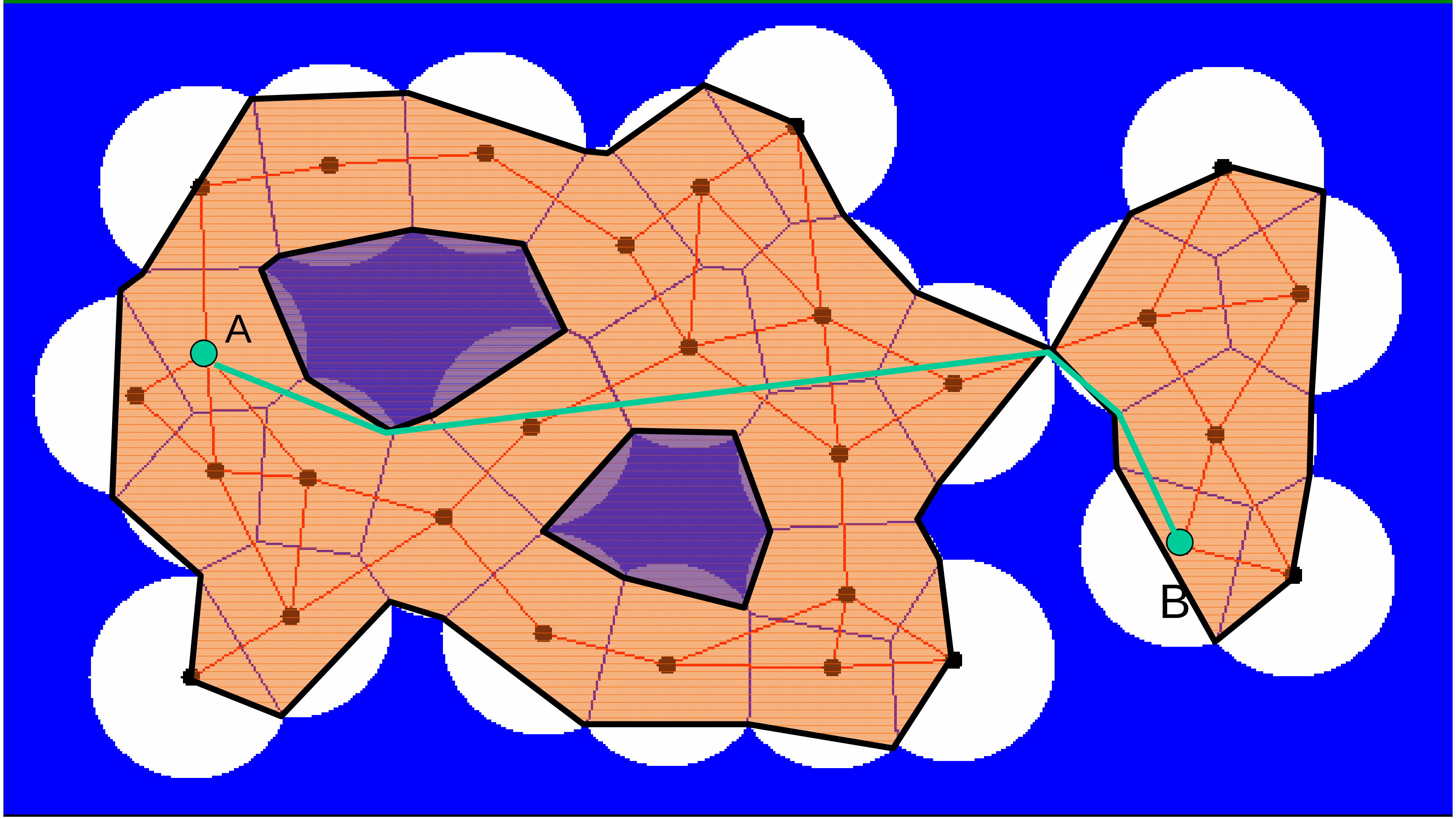
Entre los caminos de desviación mínima, buscamos el que optimiza otro criterio

- longitud mínima
- unimodalidad en la desviación

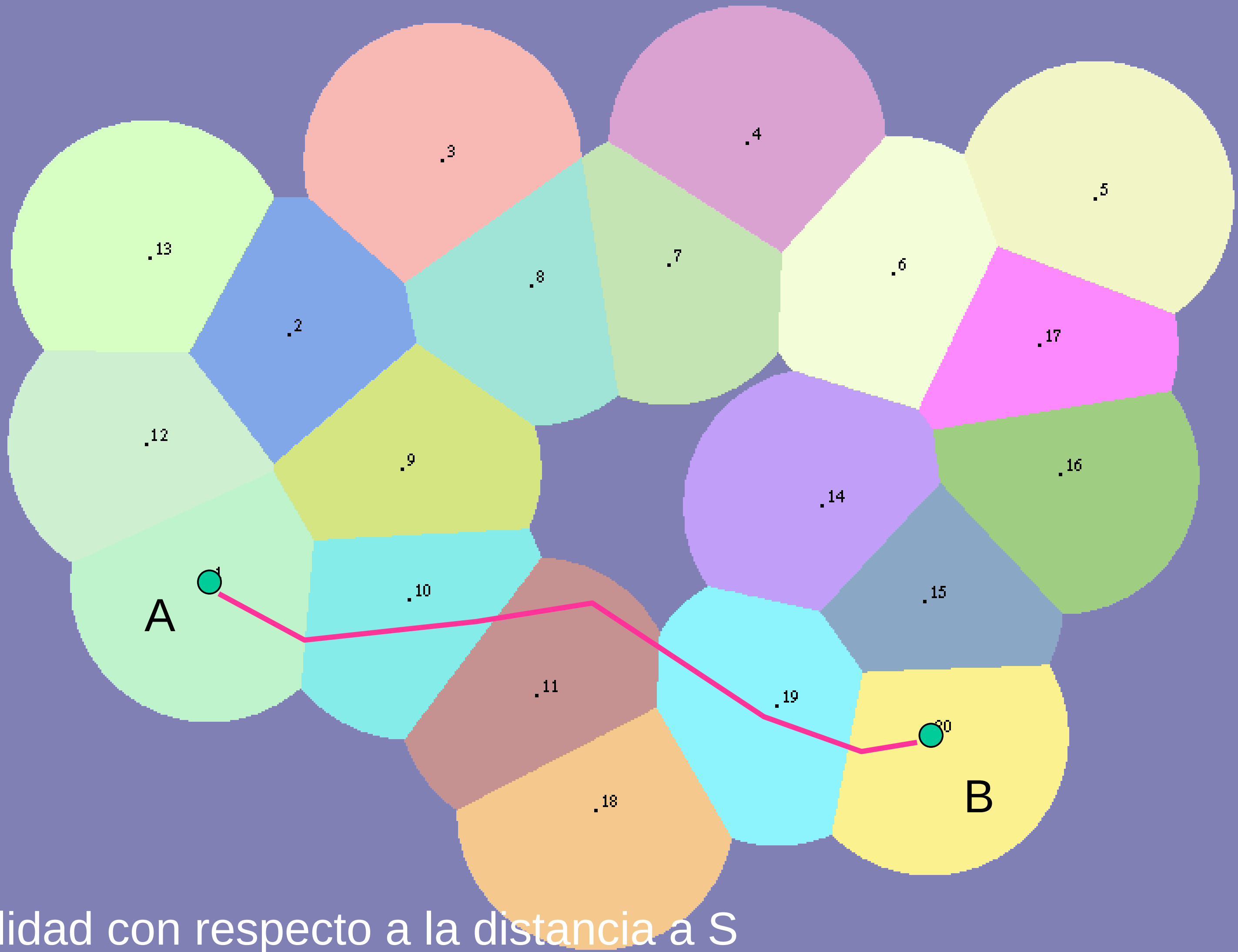
Rutas seguras de evacuación



Rutas seguras de evacuación



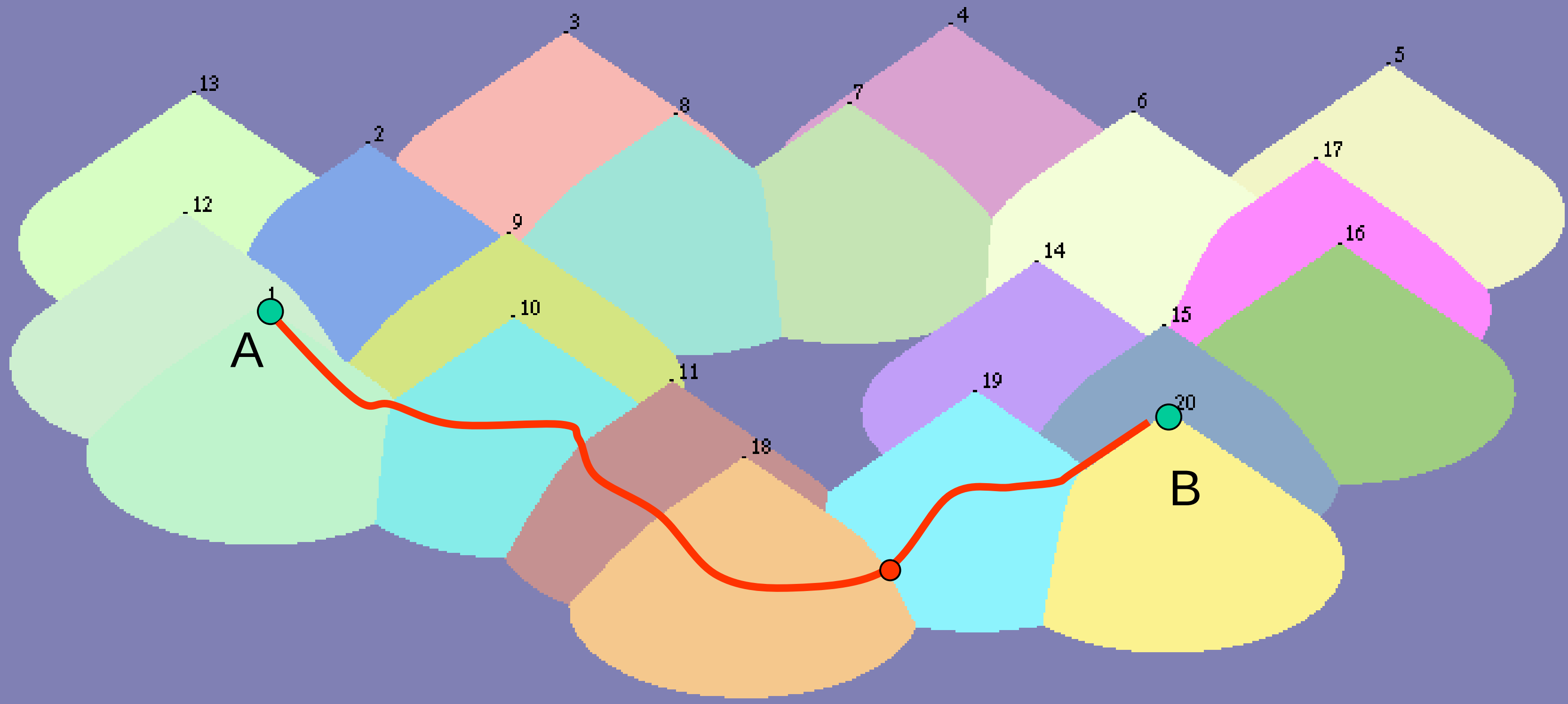
Caminos de desviación mínima unimodales



Unimodalidad con respecto a la distancia a S

Rutas seguras de evacuación

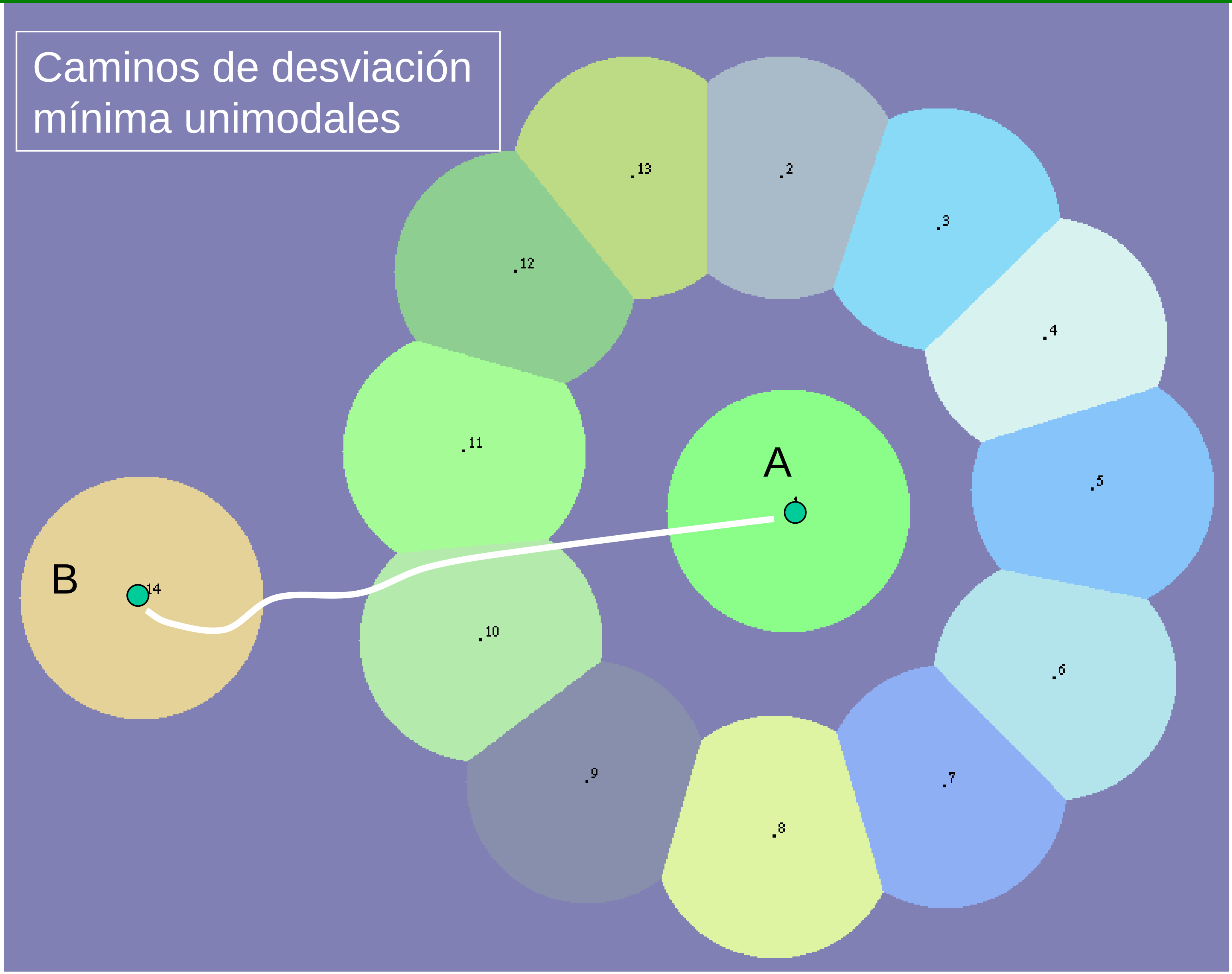
Caminos de desviación mínima unimodales



Camino primero descendente y luego ascendente

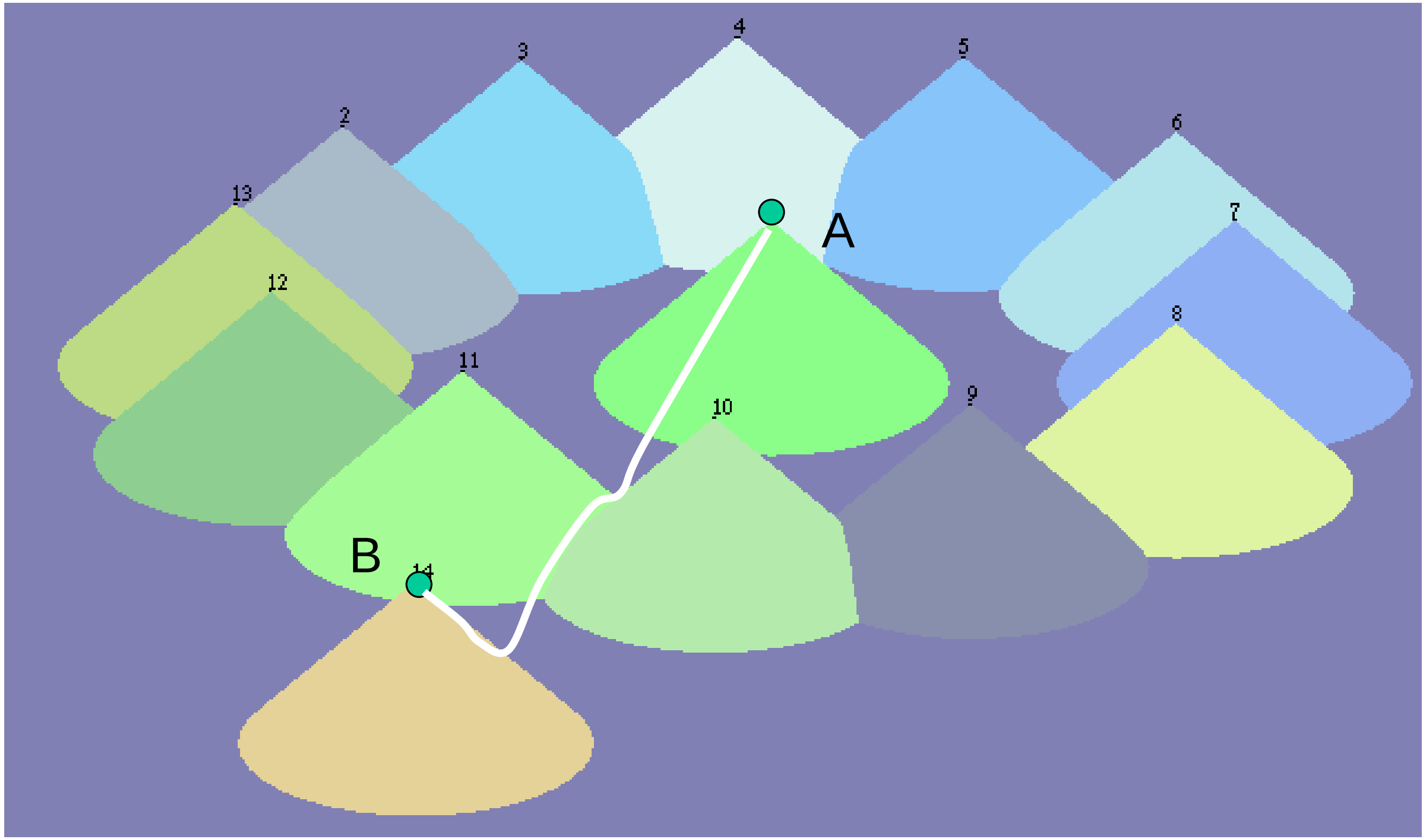
Rutas seguras de evacuación

Caminos de desviación mínima unimodales



Rutas seguras de evacuación

Caminos de desviación mínima unimodales



!No siempre existen!

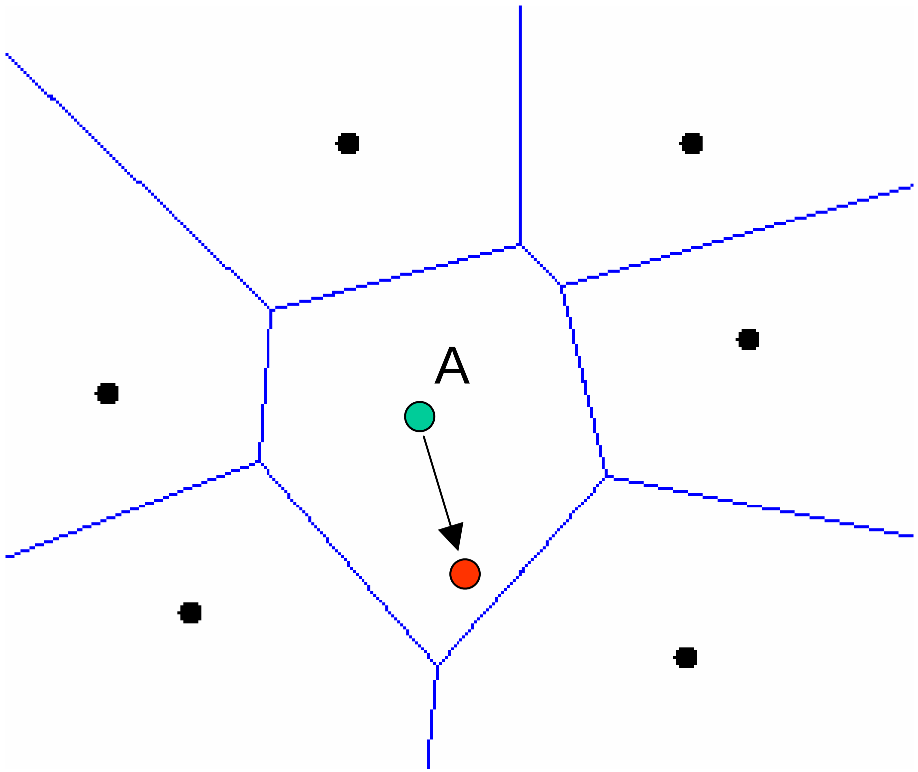
Rutas seguras de evacuación

Caminos de desviación mínima unimodales

Problema de existencia

Región S_A alcanzable desde A por un camino monótono

$\mathrm{Vor}(A) \subset S_A$

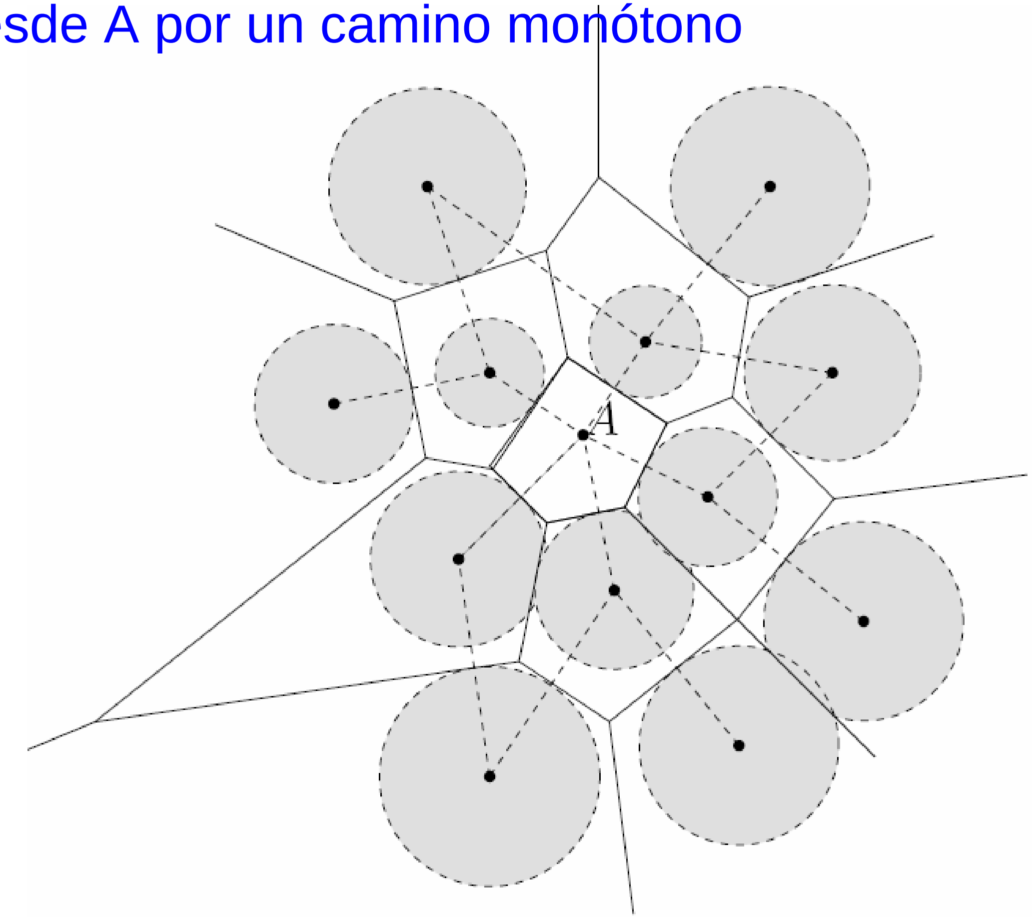


Rutas seguras de evacuación

Caminos de desviación mínima unimodales

Problema de existencia

Región S_A alcanzable desde A por un camino monótono



Referencias

- M. Abellanas, G. Hernández: "Optimización de rutas de evacuación", Actas de EGC'07, 2007.
- M. de Berg, M. Van Kreveld, M. Overmars, O Schwarzkopf: "Computational Geometry: An introduction". Springer, 1997.
- P. Morin: "Online routing in Geometric Graphs". Ph.D. Thesis, 2001

http://www.dma.fi.upm.es/gregorio/

Universidad Politécnica
de Madrid

Universidad Nacional
de San Luis

Gracias por su atención!!

Gral. San Martín (Mendoza)

28 de septiembre de 2007