MATEMÁTICA DISCRETA II (MI)
TRABAJOS EN GRUPO

ECUACIÓN PITAGÓRICA

Las ecuaciones diofánticas no lineales son difíciles de resolver porque no existe un procedimiento general para su resolución. En el trabajo se estudiará una de estas ecuaciones, la ecuación pitagórica

$$x^2 + y^2 = z^2$$

Un triángulo rectángulo cuyos lados tengan longitudes enteras se llama triángulo pitagórico. Las soluciones enteras y positivas de la ecuación pitagórica se denominan *ternas pitagóricas*. Por ejemplo, (3,4,5), (6,8,10), (5,12,13) y (39,80,89) son ternas pitagóricas.
Como (3,4,5) es terna pitagórica, también se cumple que $(3k)^2 + (4k)^2 = (5k)^2$, luego (3k,4k,5k) es también terna pitagórica para cualquier entero positivo k. Por tanto hay una cantidad infinita de ternas pitagóricas.

Ternas pitagóricas primitivas
Una terna pitagórica (a,b,c) es *primitiva* si mcd(a,b,c)=1
Toda terna pitagórica es múltiplo de una terna primitiva. Y basta encontrar éstas para tener todas las ternas pitagóricas.

Uno de los objetivos del trabajo es caracterizar cuáles son las ternas pitagóricas primitivas y estudiar sus propiedades.

Se debe demostrar el siguiente

Teorema
Sean a,b,c enteros positivos con a par. Entonces (a,b,c) es una terna pitagórica primitiva si y sólo si existen enteros primos entre sí, m y n, de distinta paridad, con m>n tales que

$$a = 2mn, \quad b = m^2 - n^2, \quad c = m^2 + n^2$$

Y comenzar el estudio de las propiedades demostrando las siguientes:
Si (a,b,c) es una terna pitagórica primitiva entonces:
1) *En {a, b} hay un múltiplo de 3*
2) *En {a,b,c} hay un múltiplo de 5.*
3) *a es múltiplo de 4.*

Último teorema de Fermat
"La ecuación $x^n + y^n = z^n$ no tiene soluciones enteras cuando n>2"
La demostración de este enunciado, escrito por Fermat en los márgenes de la Arithmetica de Diofanto, constituyó durante más de 200 años uno de los mayores retos para los matemáticos, hasta que Wiles lo demostró en 1995. La noticia de la demostración apareció en la primera página del New York Times.

En el trabajo se debe presentar la historia del teorema y su demostración para n = 4 por el método del "descenso infinito"

Referencias
T. Koshy, "Elementary Number Theory with applications", Academic Press, 2002
S. Singh, "El enigma de Fermat", Planeta, 1998
I. Kleiner . "From Fermat to Wiles: Fermat's Last Theorem Becomes a Theorem". Elem. Math. 55: 19–37. http://math.stanford.edu/~lekheng/flt/kleiner.pdf. 2000

Páginas web

http://en.wikipedia.org/wiki/Fermat's_Last_Theorem.
MathWorld. Pythagorean Triples. (http://mathworld.wolfram.com/PythagoreanTriple.html)
Ron Knott, Pythagorean Triangles and Triples,
(http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Pythag/pythag.html)