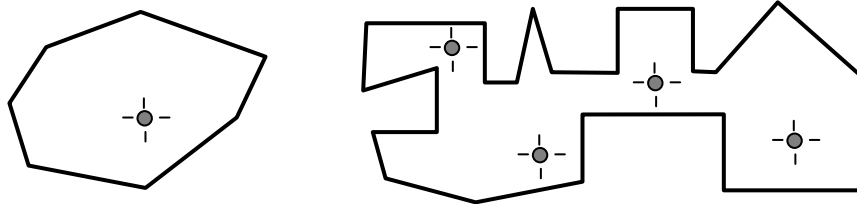


## MATEMÁTICA DISCRETA II (MI) TRABAJOS EN GRUPO

### MUSEOS Y GRAFOS

Hoy en día las salas de los nuevos museos no tienen, en general, formas regulares en sus plantas, lo que da lugar a interesantes problemas de iluminación. Si la planta fuera un polígono convexo, una única fuente de iluminación bastaría para iluminar toda la sala, pero la irregularidad impide esta solución económica. Así se plantea el problema de minimizar el número de luces que son necesarias para iluminar la sala.



La cuestión fue planteada por V. Klee en 1973 en estos términos: *Determinar el mínimo número de puntos de un polígono que son suficientes para ver a todos los restantes*. Se puede interpretar también en términos de vigilancia de una sala poligonal: ¿Cuántos guardias (o cámaras de vigilancia que cubran 360°) son suficientes para vigilar el interior de un polígono de  $n$  lados?

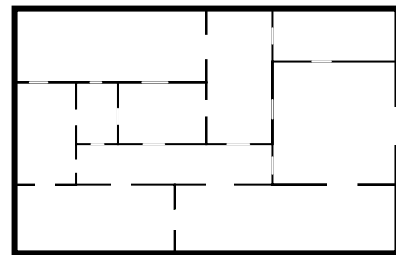
La respuesta a este problema fue obtenida por Chvátal en 1975, quien demostró que  $\lfloor n/3 \rfloor$  guardias siempre son suficientes. En 1978, Fisk dio una demostración concisa y elegante: *Triangúlese el polígono, coloréese con 3 colores el grafo de la triangulación y pónganse los guardias en los vértices coloreados con el color que menos veces aparezca*.

El primer objetivo del trabajo es analizar con detalle esta demostración. En particular se requiere:

- 1) Demostrar que todo polígono se puede triangular. ¿Cuál es el número de triángulos?
- 2) Demostrar que toda triangulación de un polígono se puede 3-colorear.
- 3) Describir un algoritmo que 3-coloree cualquier triangulación.

Los **Museos tradicionales** son edificios rectangulares divididos en salas rectangulares, de forma que dos salas adyacentes tienen siempre una puerta que las conecta. ¿Existen recorridos que permitan visitar todas las salas sin repetir ninguna? La respuesta a esta pregunta es el segundo objetivo del trabajo.

La respuesta se apoya en la construcción de un grafo asociado al museo y de algunos resultados generales sobre caminos hamiltonianos.



### Referencias

- T. Michael: "How to guard an art gallery and other discrete mathematical adventures", Johns Hopkins University Press, 2009 (el capítulo sobre "Art Gallery" se puede descargar en este [enlace](#))
- J. Czyzowicz, E. Rivera-Campo, J. Urrutia and J. Zaks, "[Guarding rectangular art galleries](#)". *Discrete Mathematics* (1994) 50: 149-157.

Páginas web

<http://www.dma.fi.upm.es/personal/gregorio/iluminacion/galerias.pdf>

[http://en.wikipedia.org/wiki/Art\\_gallery\\_problem](http://en.wikipedia.org/wiki/Art_gallery_problem)