

## MATEMÁTICA DISCRETA II (MI) TRABAJOS EN GRUPO

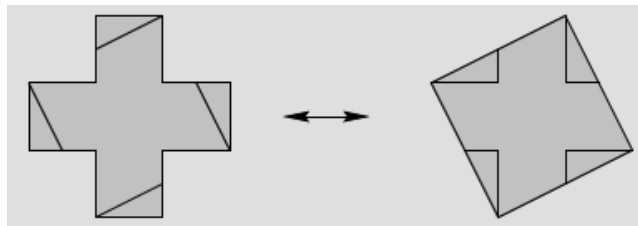
### PASTELES Y CAJAS. Reconponiendo figuras.

Tenemos un pastel de forma triangular y una caja que es la imagen especular del pastel. Éste tiene nata por encima por lo que no podemos colocarlo boca abajo en la caja. ¿En cuántas partes debemos cortar el pastel para guardarlo en la caja?



Este problema fue propuesto por Boltianskii en 1978 en su libro sobre el Tercer problema de Hilbert donde demostró que tres piezas siempre son suficientes. En 2011, Skopenkov ha completado la respuesta presentando ejemplos que no se pueden descomponer en dos piezas.

Los problemas de descomponibilidad de polígonos empiezan a comienzos del siglo XIX con el teorema de Bolyai-Gerwien: *“Dos polígonos simples de igual área son equidescomponibles, esto es, se puede descomponer el primero en un número finito de piezas poligonales y recolocar las piezas para obtener el segundo polígono”*



En su “Tercer problema”, Hilbert se preguntaba si este teorema tiene un análogo en dimensión 3, donde hay que sustituir polígono por poliedro y área por volumen. En 1900, Dehn presentó un contraejemplo con dos tetraedros de igual volumen (realmente con la misma base y la misma altura) que no son equidescomponibles.

Los objetivos del trabajo son:

- Presentar la solución completa al problema del pastel y la caja especular.
- Describir pasteles que admitan una partición en dos piezas para empaquetarse.
- Presentar tetraedros no equidescomponibles.

### Referencias

- M. Aigner, G. Ziegler: “Proofs from THE BOOK”, (cap. 9, 4<sup>th</sup> edition), Springer, 2010.  
V. G. Boltianskii: “Hilbert’s third problem”, Winston & Sons, 1978.  
M. Skopenkov: “Packing a cake into a box”, Amer. Math. Monthly 118(5), pp. 424-433, 2011.

Páginas web

- [http://en.wikipedia.org/wiki/Bolyai-Gerwien\\_theorem](http://en.wikipedia.org/wiki/Bolyai-Gerwien_theorem)  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Hilbert's\\_third\\_problem](http://en.wikipedia.org/wiki/Hilbert's_third_problem)