MATEMÁTICA DISCRETA II (MI)
TRABAJOS EN GRUPO

EULER. Aritmética y combinatoria

Leonhard Euler, (1707-1783) es uno de los más impresionantes genios que ha dado la humanidad y no sólo el pensamiento matemático. Sin lugar a dudas, se trata del matemático más prolífico de la historia pues publicó más de 800 libros y trabajos, y también uno de los más influyentes tanto entre sus contemporáneos como en las generaciones que le siguieron.

Aquí sólo estudiaremos algunos de sus resultados aritméticos y combinatorios.

En primer lugar su demostración de la infinitud de los números primos que se comparará con otras demostraciones de Euclides, Goldbach, Fürstenberg y Erdös.

En segundo lugar, los cuadrados latinos. En 1782, Euler propuso el “Problema de los 36 oficiales”:
“*Seis regimientos envían delegaciones para participar en un desfile. Cada regimiento envía seis oficiales: un coronel, un teniente coronel, un comandante, un capitán, un teniente y un alférez. ¿Es posible colocar a los 36 oficiales para que desfilen en formación de 6 filas y 6 columnas de forma que en cada fila y en cada columna no haya dos oficiales del mismo rango ni del mismo regimiento?*”

Un **cuadrado latino** de orden n es una tabla n×n en la que cada uno de los n símbolos aparece una vez en cada fila y una vez en cada columna.

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

a	b	c	d
c	d	a	b
d	c	b	a
b	a	d	c

1a	2b	3c	4d
2c	1d	4a	3b
3d	4c	1b	2a
4b	3a	2d	1c

Si al superponer dos cuadrados latinos todas las parejas de símbolos que resultan son distintas, decimos que los cuadrados son ortogonales.

Un **cuadrado greco-latino**, o cuadrado de Euler, se forma a partir de dos cuadrados latinos con distintos símbolos. La solución al *Problema de los 36 oficiales* es un cuadrado grecolatino de orden 6.
Euler había descubierto los cuadrados grecolatinos de orden impar y de orden múltiplo de cuatro en su afán por encontrar nuevas formas de generar **cuadrados mágicos**, aquéllos con la propiedad de que los números de cada fila y cada columna suman lo mismo.

Euler conjeturó que el *Problema de los 36 oficiales* no tenía solución y, que en general, no existían cuadrados grecolatinos de orden n=4k+2. En 1901, Tarry demostró el caso n=6, pero en 1959 Bose, Srikande y Parker demostraron la existencia de cuadrados grecolatinos para los restantes valores de n=4k+2, apareciendo en primera página del *New York Times*.

En el trabajo se estudiarán: la utilización de los cuadrados latinos y grecolatinos en el diseño de experimentos, la relación entre cuadrados latinos y cuadrados mágicos y la relación con el popular pasatiempo “sudoku”

Referencias

M. Aigner, G. Ziegler: "Proofs from THE BOOK", (cap. 1, 4^{th} edition), Springer, 2010.
W. Dunham: "Euler. El maestro de todos los matemáticos", Nivola, 2000
N. Biggs: "Matemática Discreta", Vicens Vives, 1990
R. Grimaldi. "Matemática Discreta y Combinatoria". Addison-Wesley

Un cuadrado grecolatino de orden 10

00	47	18	76	29	93	85	34	61	52
86	11	57	28	70	39	94	45	02	63
95	80	22	67	38	71	49	56	13	04
59	96	81	33	07	48	72	60	24	15
73	69	90	82	44	17	58	01	35	26
68	74	09	91	83	55	27	12	46	30
37	08	75	19	92	84	66	23	50	41
14	25	36	40	51	62	03	77	88	99
21	32	43	54	65	06	10	89	97	78
42	53	64	05	16	20	31	98	79	87