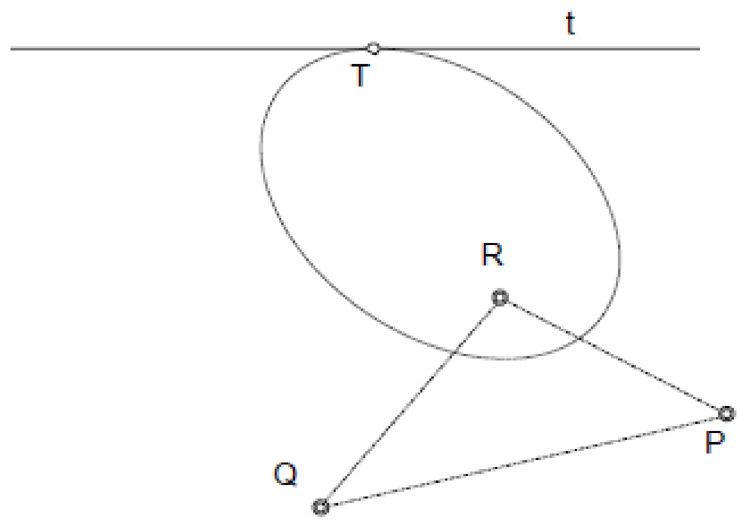
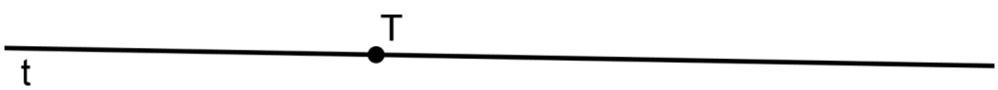
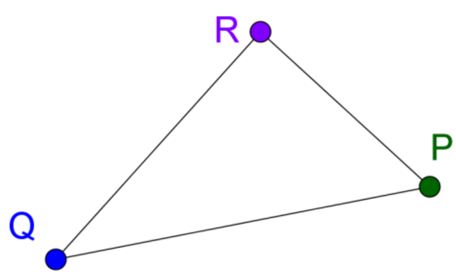
GP 48.1

1.-Calcular los 4 puntos reales de intersección con la cónica del triángulo PQR (cónica determinada por un triángulo autopolar, un punto y su tangente). Notación y esquema de ER.

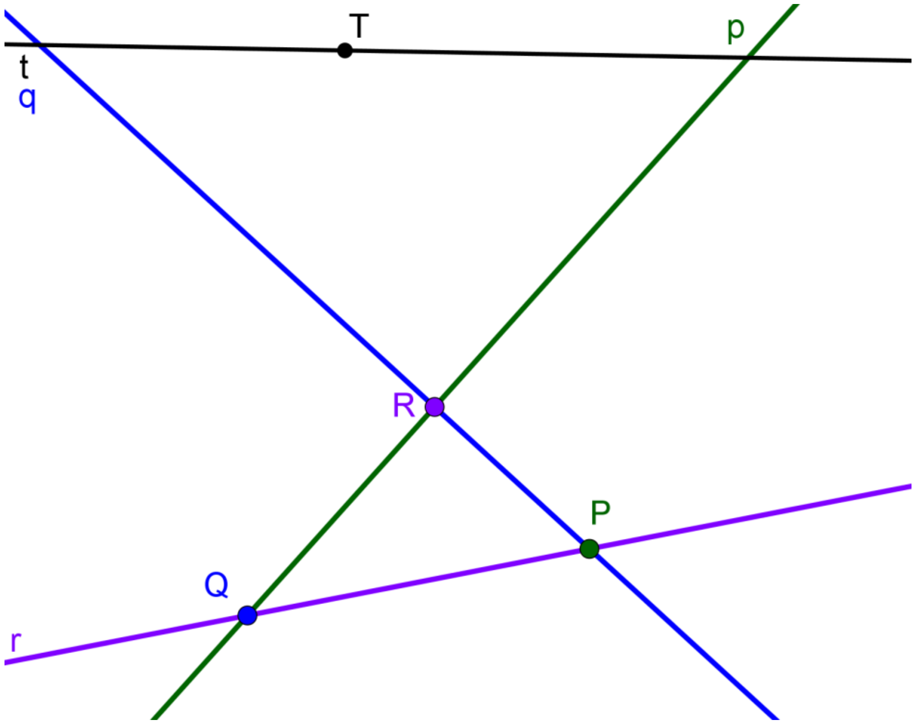


Los datos del enunciado son estos:



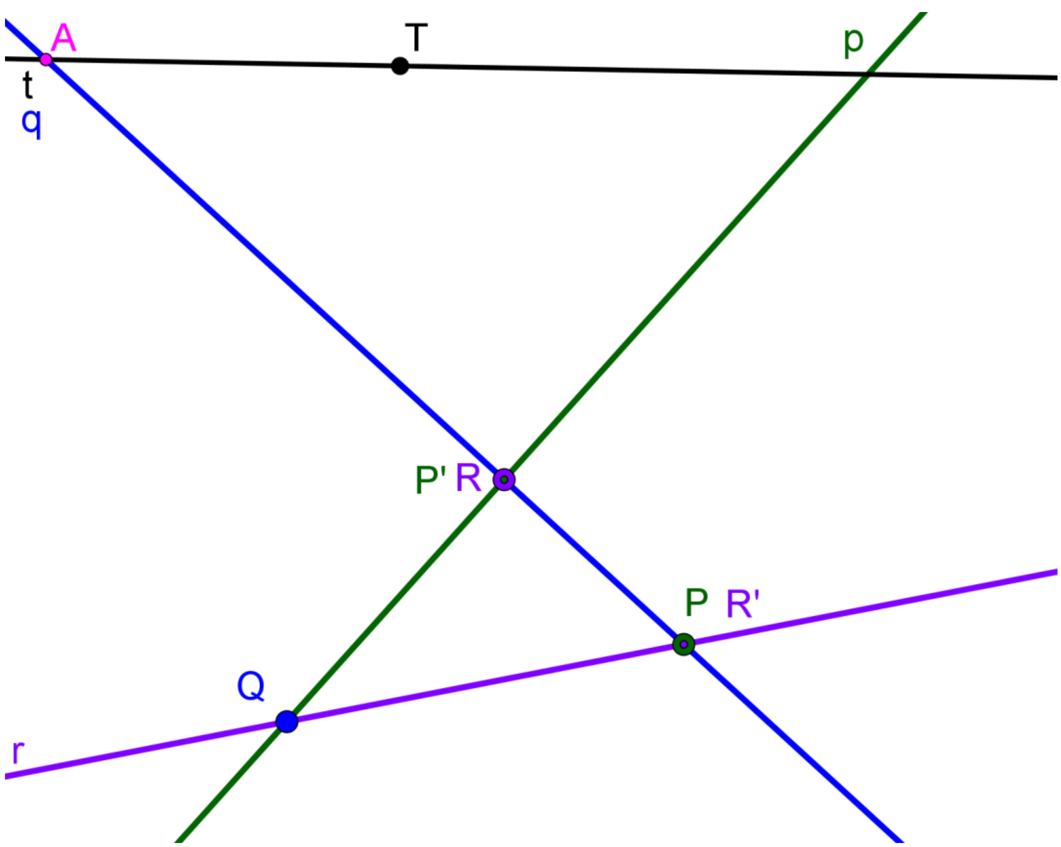


El triángulo autopolar define tres relaciones de polo-polar,

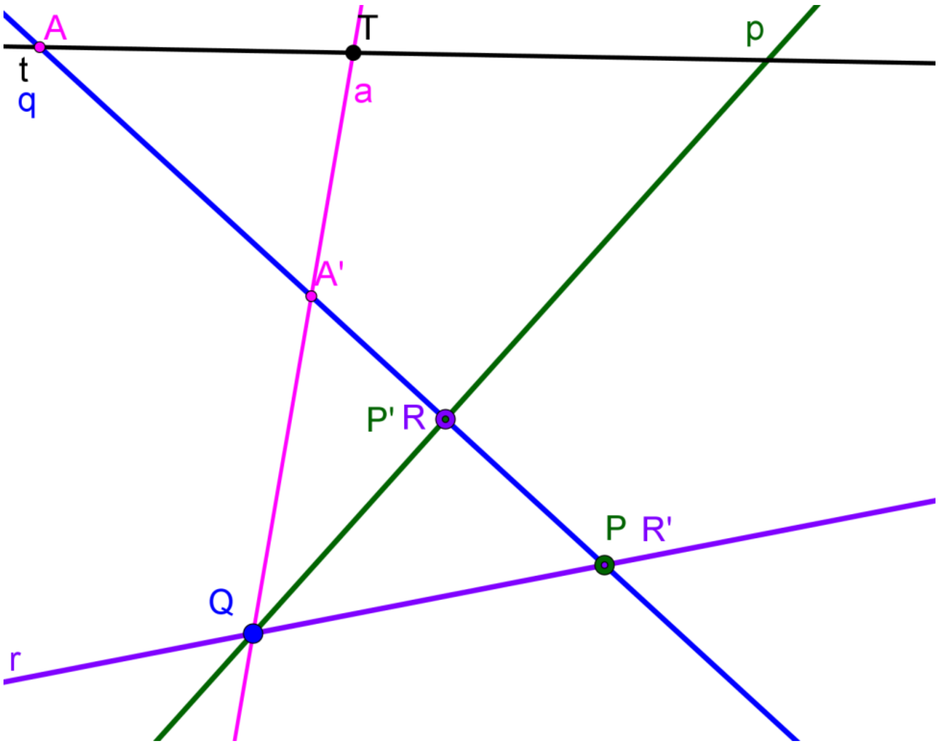


de forma que **p** es la polar de **P**, **q** de **Q**, y **R** de **r**. Para determinar la intersección de la recta **q** con la cónica, por ejemplo, hay que definir la involución en la recta **q** por dos parejas de puntos y sacar los puntos dobles. Al coincidir un punto con el pie de su polar, pertenece a la cónica y, por lo tanto es la intersección pedida.

La primera pareja es clara, **P'**=**R** y **R'**=**P**. Hace falta otra pareja de polo-polar. ¿Cuál es la polar del punto **A**?

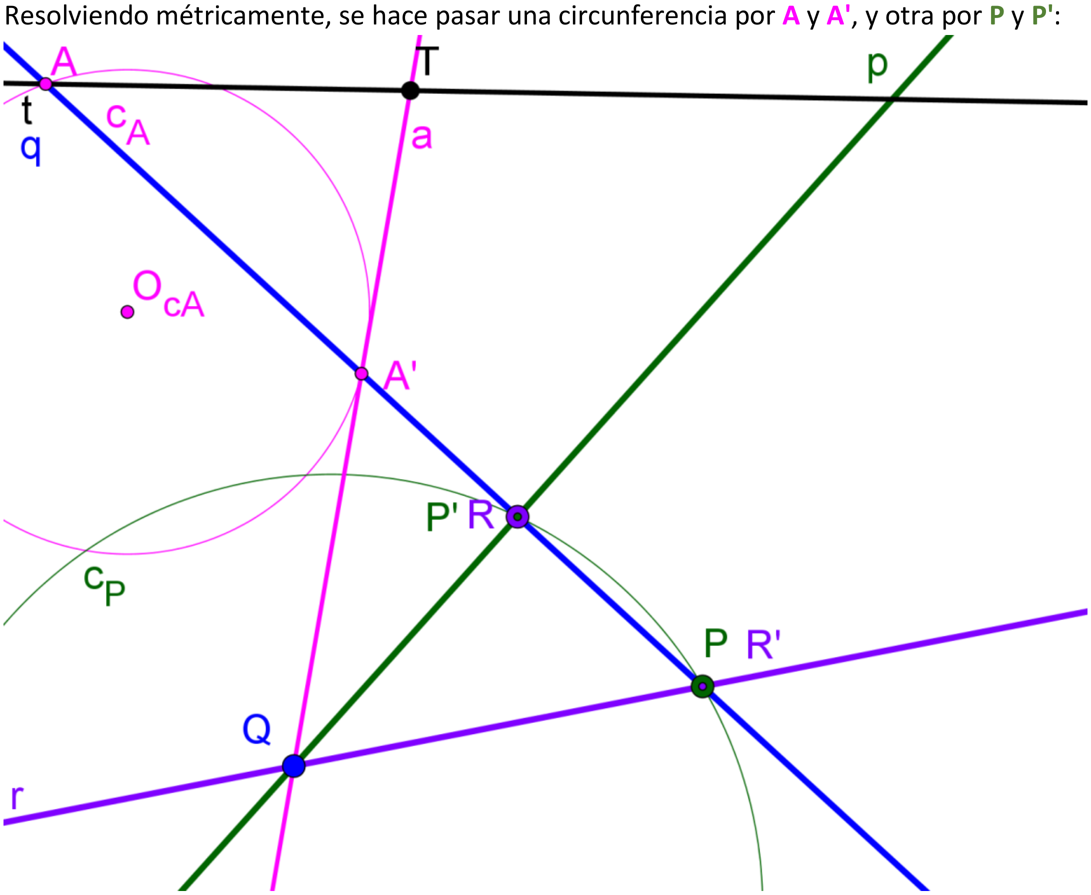


Como **A** pertenece a **q**, su polar **a** pasa por **Q**, y como **A** pertenece a la tangente **t**, su polar ha de pasar también por el punto de tangencia **T**. El pie de **a** es **A’**.

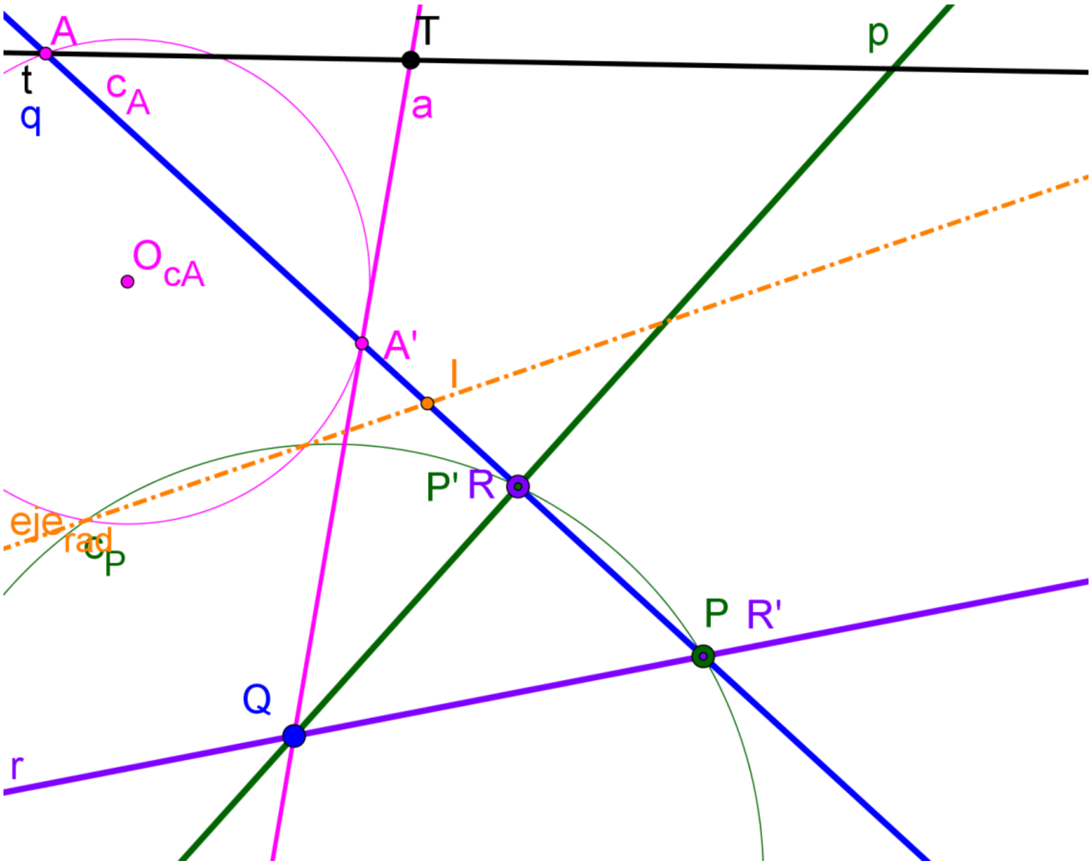


El problema resultante es el mismo que el GP 29, dada una involución definida por **A** y **A'**, y **P** y **P'**, determinar los puntos dobles.

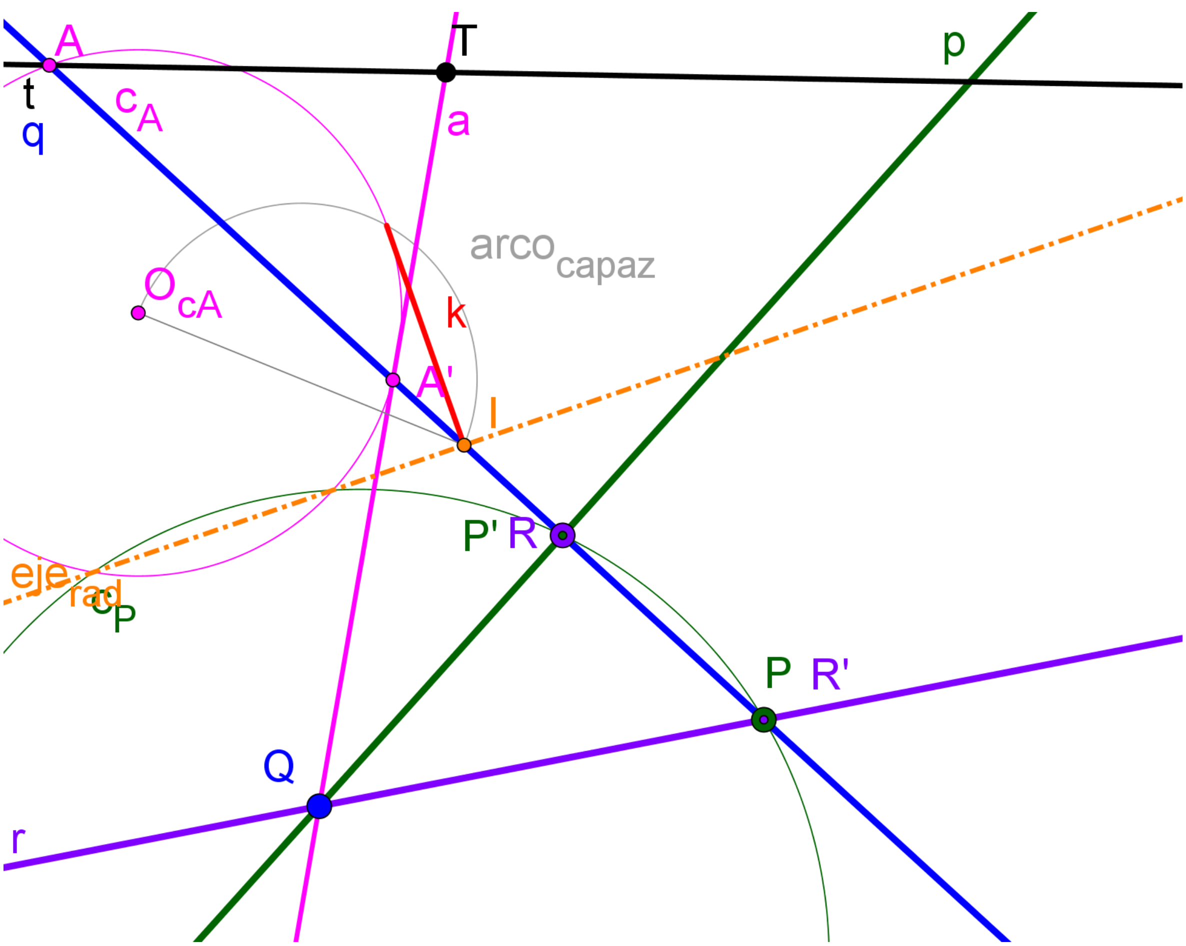
Resolviendo métricamente, se hace pasar una circunferencia por **A** y **A'**, y otra por **P** y **P'**:



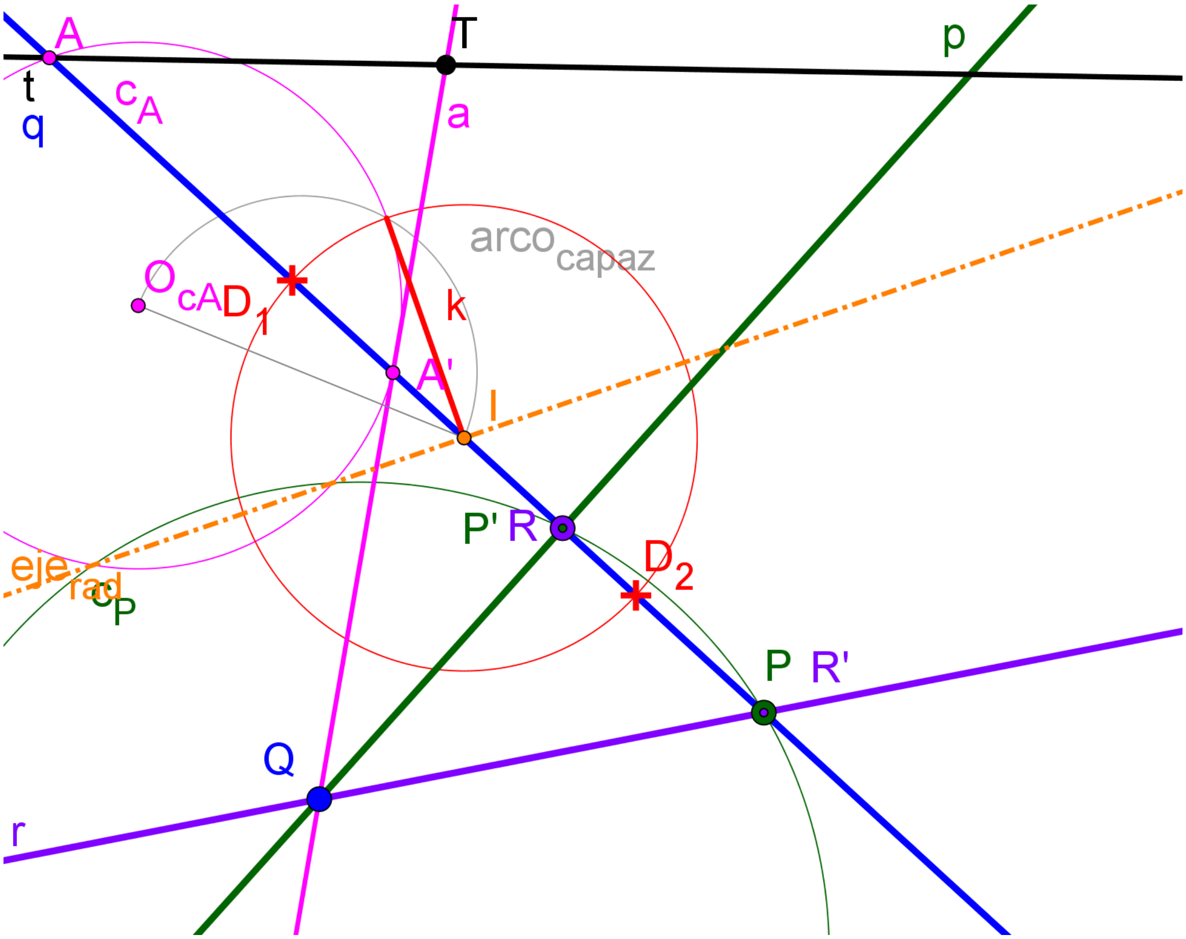
Determinando el eje radical de ambas se obtiene el punto **I**, centro de la involución, de forma que **IA*****IA'**= **IP*****IP'**=**ID**^{2}=**k**^{2}.



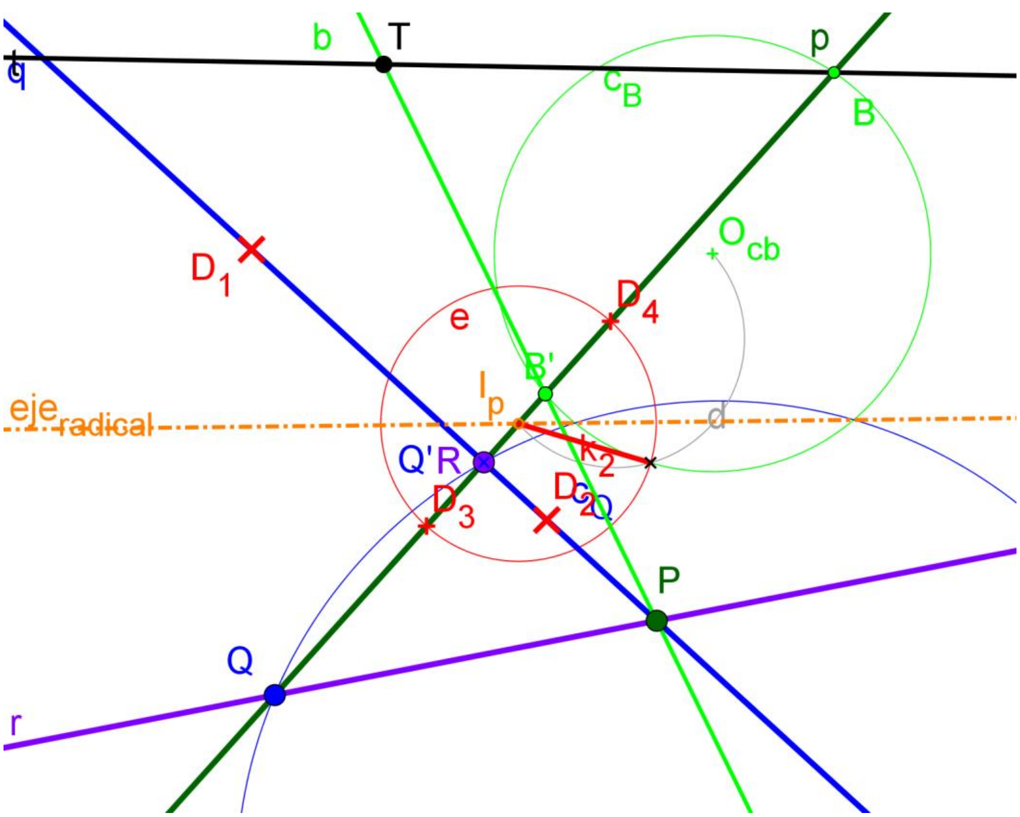
Usando la construcción de potencia para determinar **k**:



Se determinan los dos puntos dobles **D_1=D'_1** y **D_2=D'_2**:

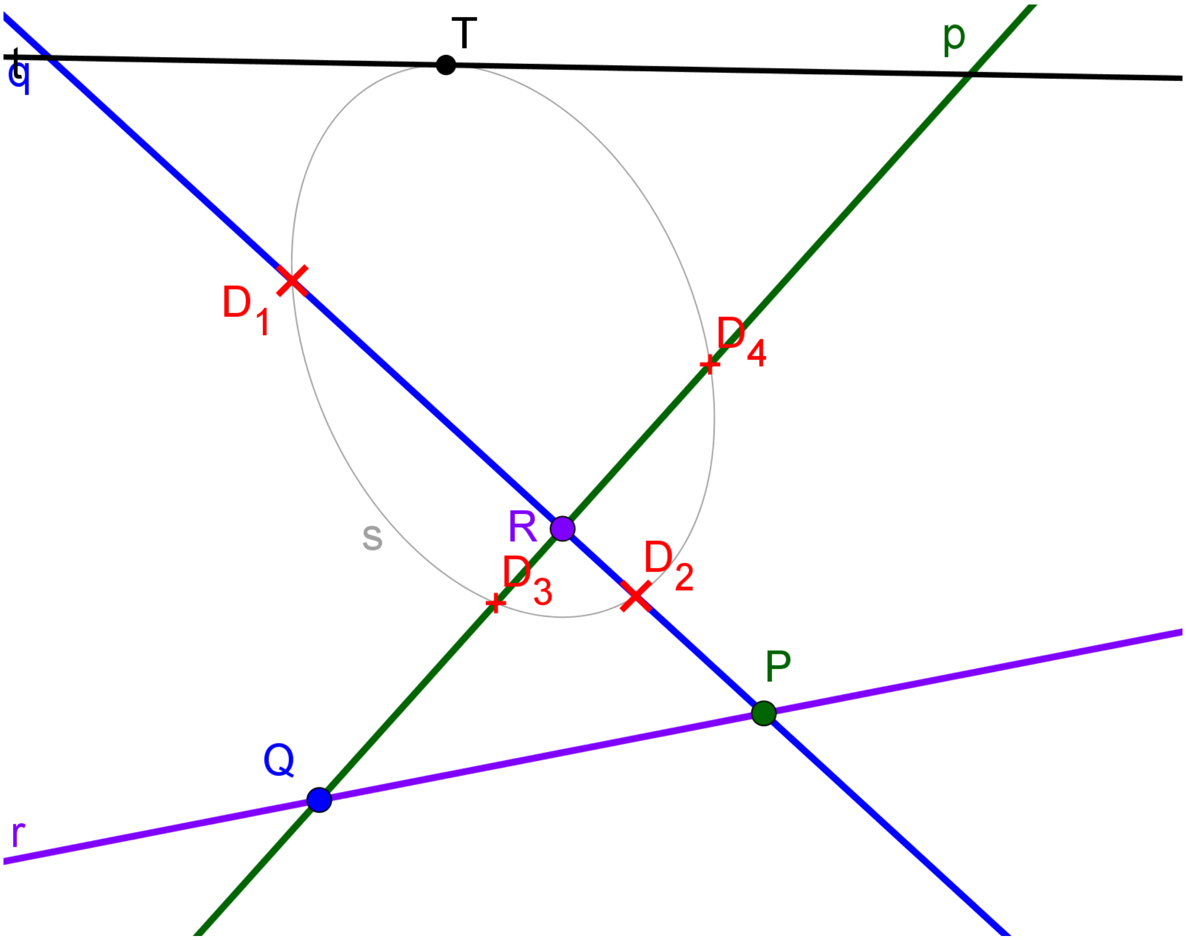


Repitiendo el mismo proceso para la recta **p** se obtienen las otras dos intersecciones **D_3** y **D_4**:



La involución sobre **r** es elíptica (porque el centro de la involución separa parejas de homólogos), y por lo tanto no tiene puntos dobles.

Por último, la cónica por sus puntos de paso y tangente:



`