



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA
Y DEL ESPACIO
GRADO EN INGENIERÍA AEROESPACIAL
U.D. Expresión Gráfica en la Ingeniería

Cuaderno de Prácticas Geometría Proyectiva

Curso 2018-2019

INDICE

Geometría Proyectiva

- GP1–GP3** Definiciones: Proyectividad y Perspectividad. Ley de dualidad.
- GP4–GP13** Invariantes proyectivos. Conservación de la razón doble y simple.
- GP14–GP24** Proyectividad y Perspectividad. Centro y eje proyectivo.
- GP25–GP27** Proyectividad entre formas superpuestas.
- GP28–GP29** Proyectividad involutiva.
- GP30–GP39** Proyectividad entre formas de segundo orden. Cónicas proyectivas.
- GP40–GP54** Sistema polar. Elementos notables de una cónica.

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

Marcar la opción **verdadera** o **falsa** relativa a cada una de las afirmaciones siguientes:

- Dada la Fig. 1 adjunta:

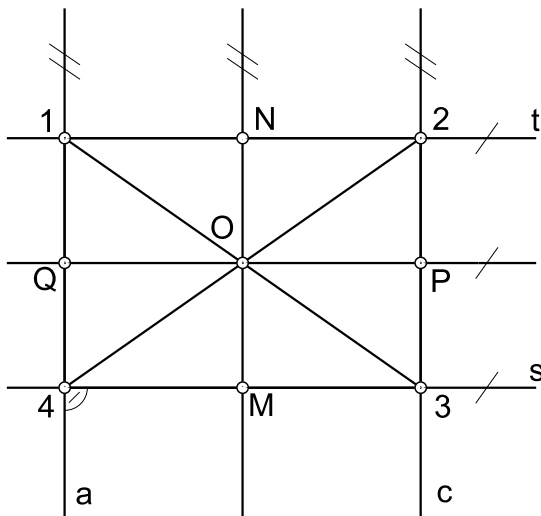


Fig. 1

- V F Se puede establecer una proyectividad perspectiva ($\bar{\pi}$) entre las series **t** y **s**, siendo **O** el centro perspectivo ($O_{\bar{\pi}}$) y siendo la correspondencia entre las parejas de puntos **2-4** y **1-3**.
- V F Se puede establecer una proyectividad no perspectiva ($\bar{\pi}$) entre las series **t** y **s**, siendo la correspondencia entre las parejas de puntos **2-4**, **1-M** y **N-3**.
- V F Se puede establecer una proyectividad perspectiva entre las series **t** y **c**, siendo impropio el centro perspectivo y siendo correspondencia entre las parejas de puntos **1-3** y **N-P**.
- V F Se puede establecer una proyectividad perspectiva entre las series **t** y **c**, siendo **O** el centro perspectivo y **2** el punto doble.

- Dada la Fig. 2 adjunta:

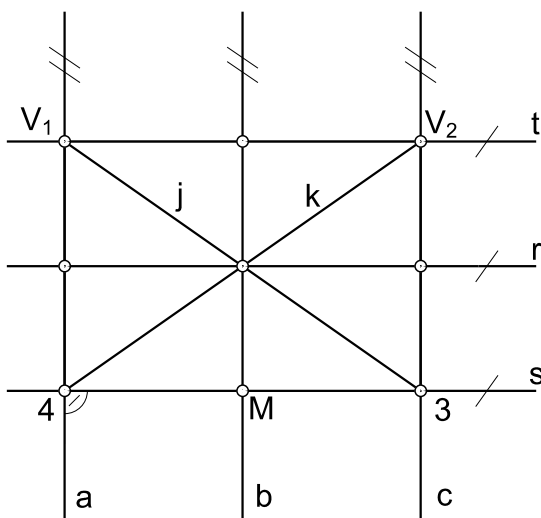


Fig. 2

- V F Se puede establecer una proyectividad perspectiva ($\bar{\pi}$) entre los haces **V₁** y **V₂**, siendo impropio el eje perspectivo ($e_{\bar{\pi}}$) y siendo la correspondencia entre las parejas de rayos **a-c** y **t-t**.
- V F Queda establecida una proyectividad perspectiva entre los haces **V₁** y **V₂**, siendo impropio del eje perspectivo y siendo la correspondencia entre parejas de rayos paralelos.
- V F Se puede establecer una proyectividad no perspectiva ($\bar{\pi}$) entre los haces **V₁** y **V₂**, siendo la correspondencia entre las parejas de rayos **a-t**, **t-c** y **j-k**.
- V F Queda establecida una proyectividad perspectiva entre los haces **V₁** y **V₂**, siendo impropio el eje perspectivo.



1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

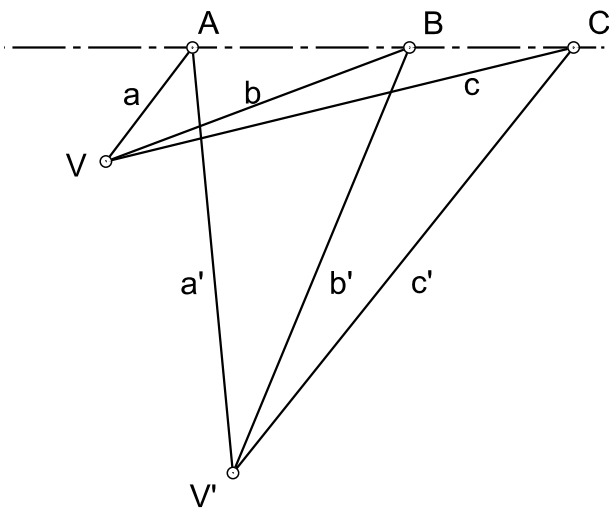
NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

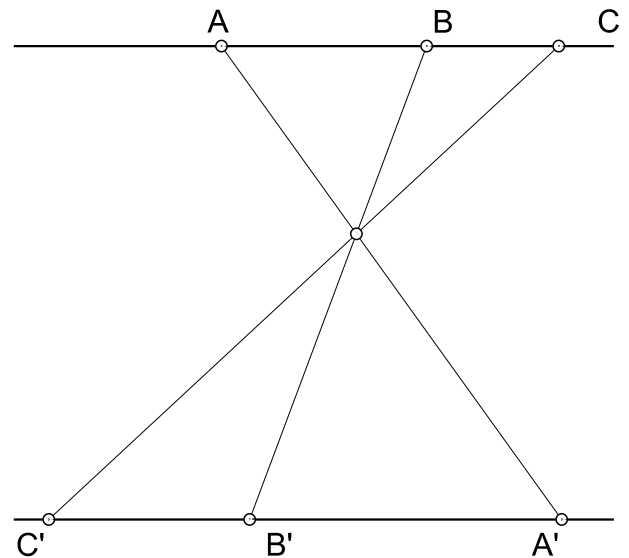
La descripción siguiente y su figura asociada tienen su dual proyectivo que hay que completar en el lado derecho, tanto en el texto como en la figura geométrica asociada.

En la figura inferior dos haces perspectivos:

Sean tres rayos **a**, **b** y **c** pertenecientes al haz **V** que tienen por transformados los rayos **a'**, **b'** y **c'** del haz **V'**. Los puntos de intersección de los pares de rayos homólogos pertenecen al eje perspectivo $e_{\bar{\pi}}$. El rayo común a los dos haces es el rayo doble de la transformación.



En la figura inferior dos series perspectivas:



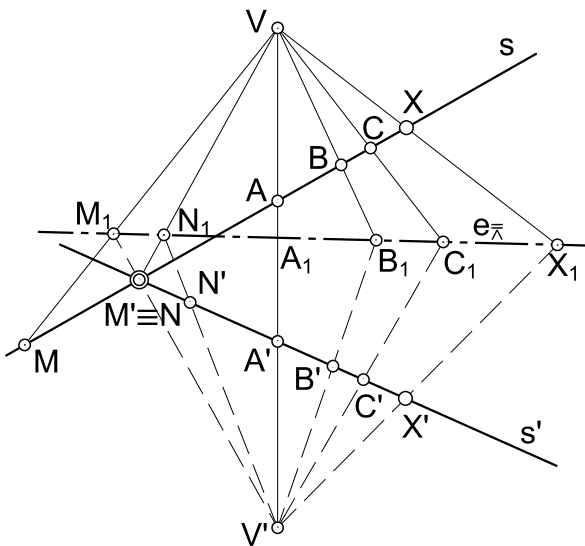
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

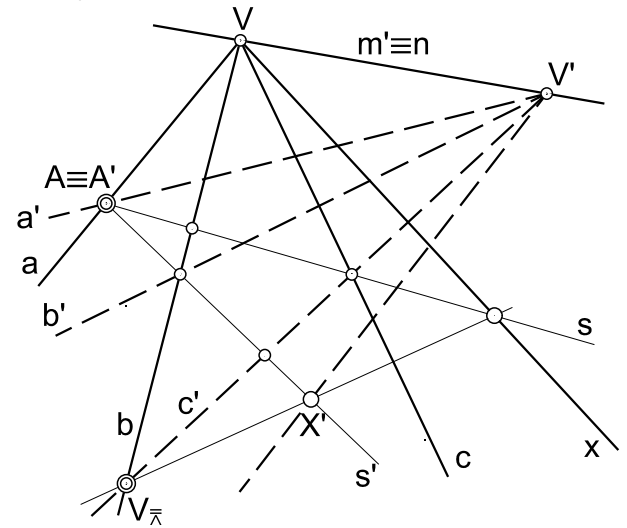
El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

Las descripciones siguientes y sus figuras asociadas tienen su correspondiente dual proyectivo que hay que completar, tanto en el texto como en la figura geométrica asociada.

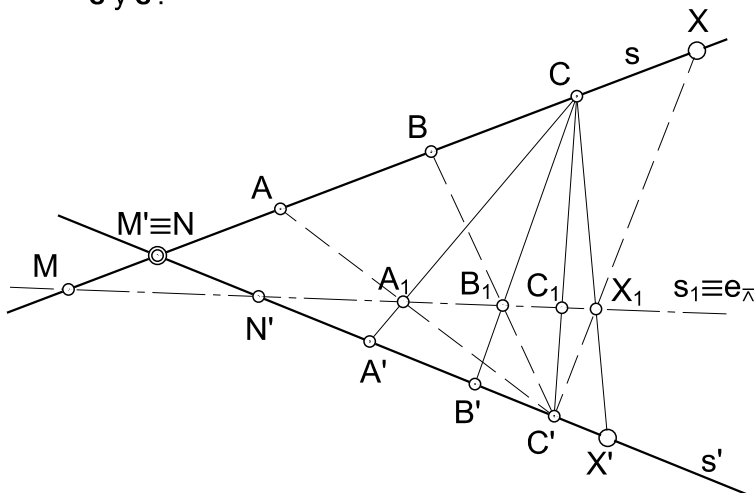
En la figura inferior dos *series proyectivas* $s \bar{s}'$:
Se _____ las respectivas series proyectivas desde centros V y V' de la recta que pase por dos puntos homólogos, para que los _____ proyectantes sean perspectivos $V \bar{V}'$. El eje perspectivo $e_{\bar{\pi}}$ de estos dos *haces* permite obtener los _____ homólogos de otros dados; los X' , M' y N' .



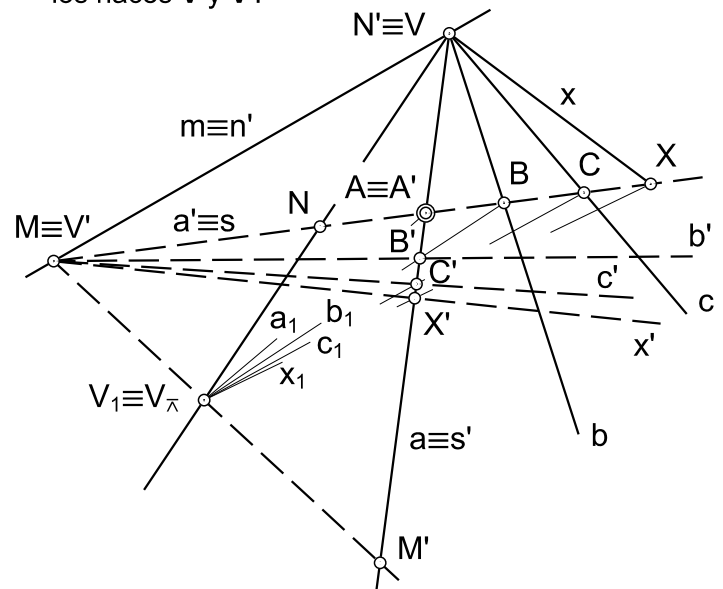
En la figura inferior dos *haces proyectivos* $V \bar{V}'$:
Se _____ los respectivos haces proyectivos con bases s y s' que pasen por el punto común de dos rayos homólogos, para que las _____ sección sean perspectivas $s \bar{s}'$. El _____ $V_{\bar{\pi}}$ de estas dos _____ permite obtener los *rayos* homólogos de otros dados; el x' , m' y n .



En la figura inferior dos *series proyectivas* $s \bar{s}'$:
Para determinar la base de la serie $(A_1 B_1 C_1 \dots)$ se toman como *centros de los haces proyectantes* dos puntos homólogos, $C-C'$. Las series dadas $s(ABC\dots)$ y $s'(A'B'C'\dots)$ son perspectivas con la serie $(A_1 B_1 C_1 \dots)$. Al eje perspectivo s_1 de los dos haces proyectantes se le denomina eje proyectivo $e_{\bar{\pi}}$ de las series s y s' .



En la figura inferior dos _____ $V \bar{V}'$:
Para determinar el centro del haz $(a_1 b_1 c_1 \dots)$ se toman como _____ dos rayos homólogos, $a-a'$. Los haces $V(abc\dots)$ y $V'(a'b'c'\dots)$ son perspectivas con el haz $(a_1 b_1 c_1 \dots)$. Al centro perspectivo V_1 de las dos series sección se le denomina _____ $V_{\bar{\pi}}$ de los haces V y V' .





El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

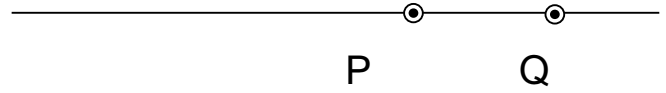
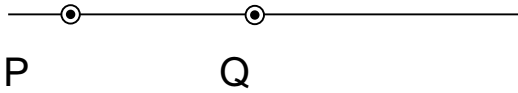
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Determinar el punto X que cumple:

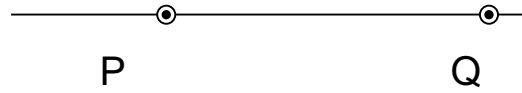
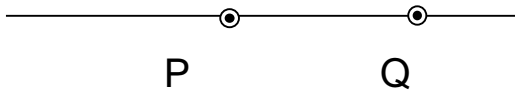
a) $(PQX)=2/3$

b) $(PQX)=-2/3$



c) $(XPQ)=2/5$

d) $(XPQ)=-1$





El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1er Apellido																				
2º Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- En el segmento AB, X es el punto medio:

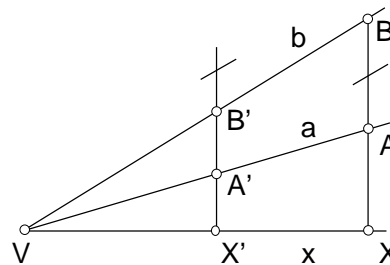
- V F $(AXB) = 2$
- V F $(XAB) = (XBA)$
- V F $(ABX) = (BAX) = 2$

2.- La recta b es una de las dos bisectrices de las rectas x e y:

- V F $(bxy) = -1$
- V F $(xby) = (ybx)$
- V F $(xyb) = 1/(xby) = 2$

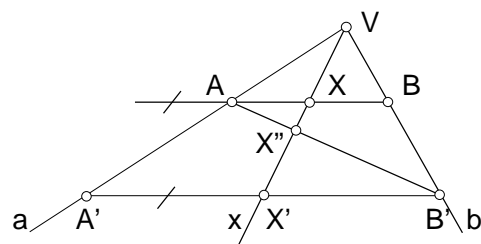
3.- Dada la figura adjunta:

- V F $(XAB) = (X'A'B')$
- V F $(VXX') = (VAA') = (VBB')$
- V F $(xab) = (XAB)$



4.- Dada la figura adjunta:

- V F si $VX = VB$, entonces $(axb) = (AXB)$
- V F $(AXB) = (A'X'B')$
- V F $(AXB) = (AX''B') = (A'X'B')$



5.- En el segmento AB, X es el punto medio:

- V F en proyección ortogonal $(XoAoBo) = -1$
- V F en proyección cilíndrica $(XcAcBc) = -1$
- V F en proyección cónica $(XcoAcoBco) = -1$



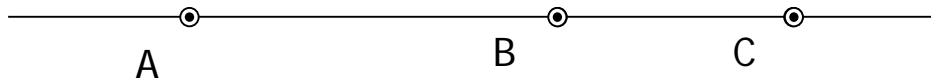
El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

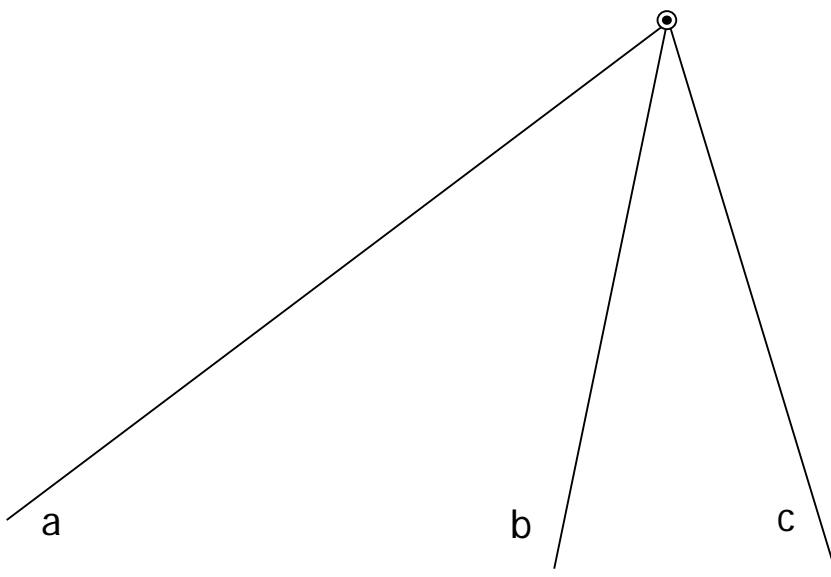
1.- Determinar los puntos que cumplen:

$$(ABCD) = -5/4$$



2.- Determinar los rayos que cumplen:

$$(abcd) = -3/4$$





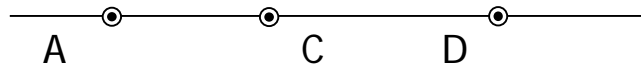
El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

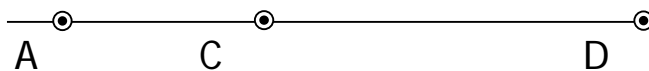
NOTA

1.- Determinar los puntos que cumplen:

a) $(ABCD) = 2$



b) $(ABCD) = -1$





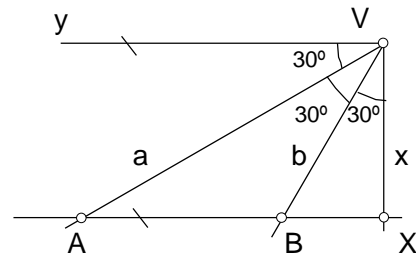
El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

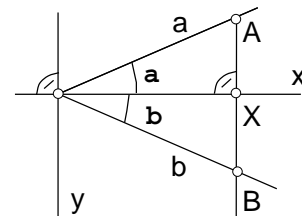
1.- Dada la figura adjunta:

- V F $(yxab) = 3$
- V F $(xyab) = 3$
- V F $(xyab) = (abxy)$



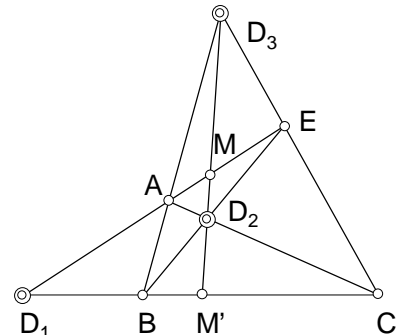
2.- Dada la figura adjunta:

- V F $(xyab) = (XAB)$
- V F si $(xyab) = -1$, entonces $a=b$
- V F $(XAB) = -1$, entonces $(xyab) = -1$



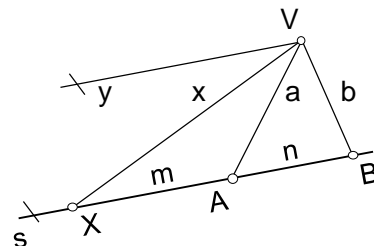
3.- Dado el cuadrivértice completo adjunto:

- V F $(MD_1AE) = (BCM'D_1) = -1$
- V F cuando M sea el punto medio de AE, entonces D_1 se hace impropio
- V F cuando B sea el punto medio de D_1M' , entonces C se hace impropio



4.- Dada la figura adjunta:

- V F $(xyab) = (XAB)$
- V F $(xyab) = n/m$
- V F si $m = n$, entonces $(yaxb) = -1$



5.- En el segmento XY, A es el punto medio y B el punto impropio:

- V F en proyección ortogonal A sigue siendo punto medio de XoYo
- V F en proyección cilíndrica Bc sigue siendo punto impropio, siempre que la dirección de proyección no sea la de la recta.
- V F en proyección cónica $(XcoYcoAcoBco) = -1$



El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Decir el valor de la razón doble de las cuaternas de rayos siguientes:

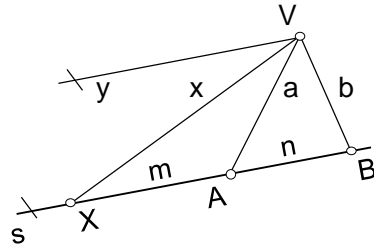
$(xyab) =$

$(yxab) =$

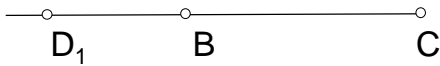
$(xyba) =$

$(aybx) =$

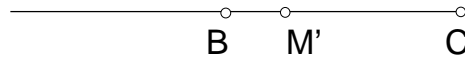
$(baxy) =$



2.- Obtener el cuarto elemento de una cuaterna armónica aplicando la construcción de un cuadrivértice completo:



$(D_1 M' B C) = -1$



$(D_1 M' B C) = -1$



1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- Determinar la proyección y la cota del baricentro de un triángulo determinado por sus vértices A, B y C, proyectados cilíndricamente sobre el plano del dibujo.

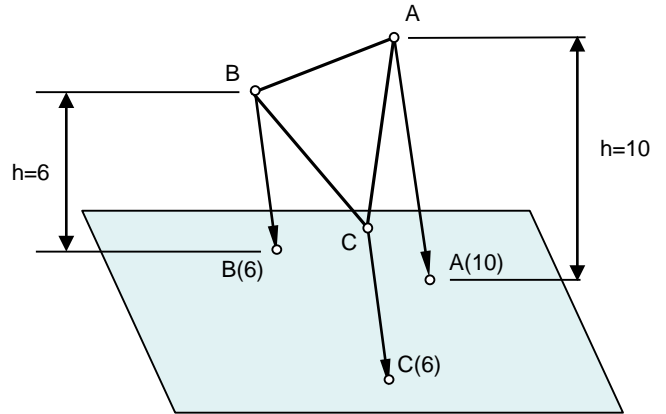


Figura de análisis

○ B(6)

○ A(10)

○ C(6)



El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Determinar la proyección cónica y la cota del baricentro de un triángulo determinado por sus vértices A, B y C, proyectados ortogonalmente y cónicamente sobre el plano del dibujo.

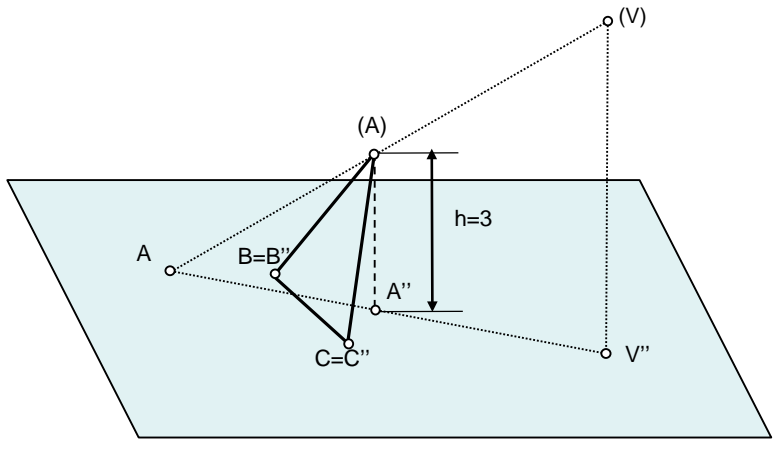
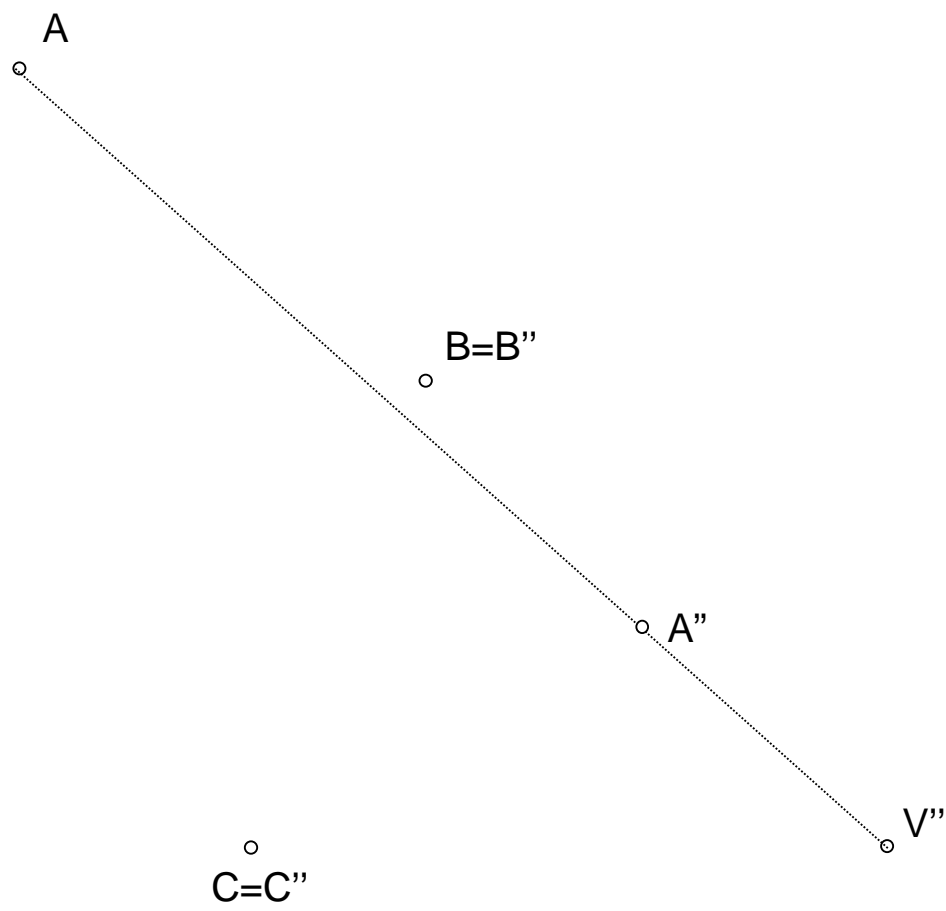


Figura de análisis



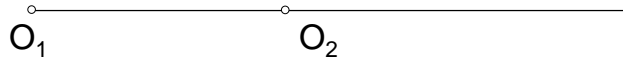
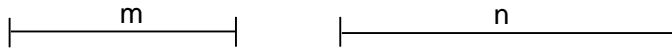


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Los puntos O_1 y O_2 son los centros de giro de las ruedas de un engranaje cuya relación de transmisión ha de ser n/m con giro en el mismo sentido. Calcular el punto de tangencia de las ruedas.



2.- Los puntos O_1 y O_2 son los centros de giro de las ruedas de un engranaje cuya relación de transmisión ha de ser n/m con giro en sentidos contrarios. Calcular el punto de tangencia de las ruedas.





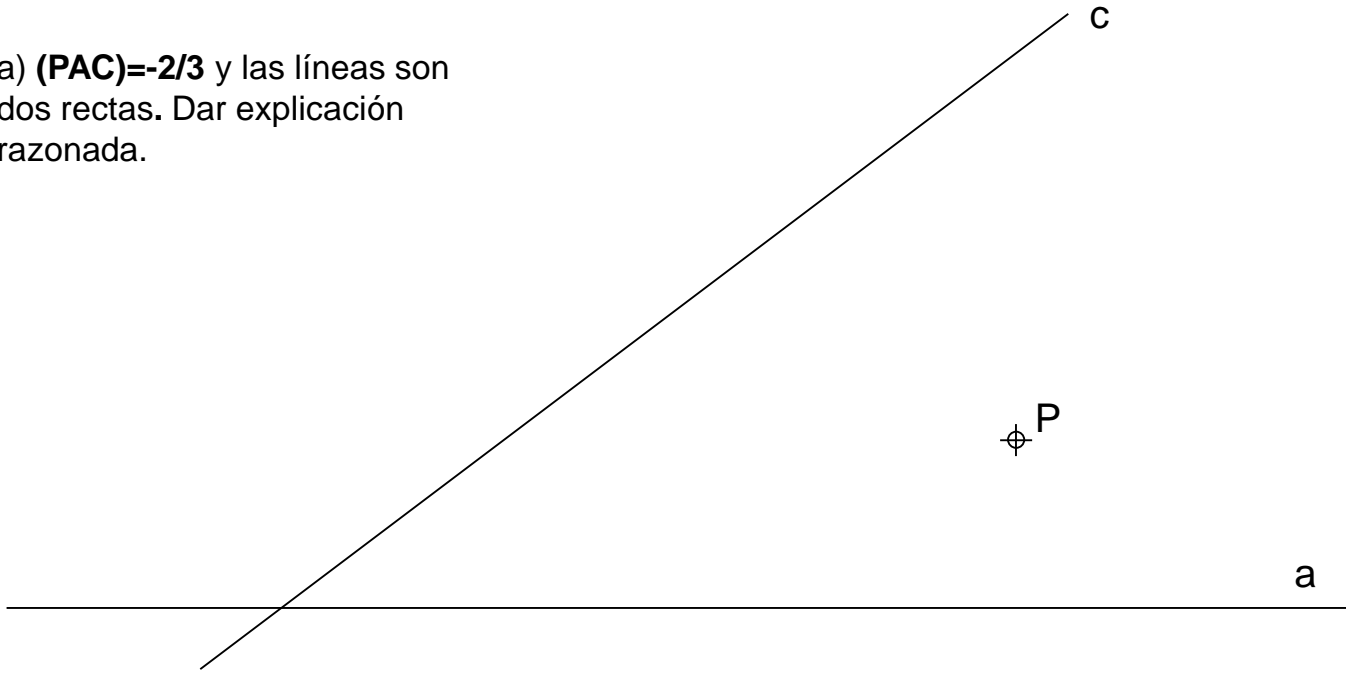
El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

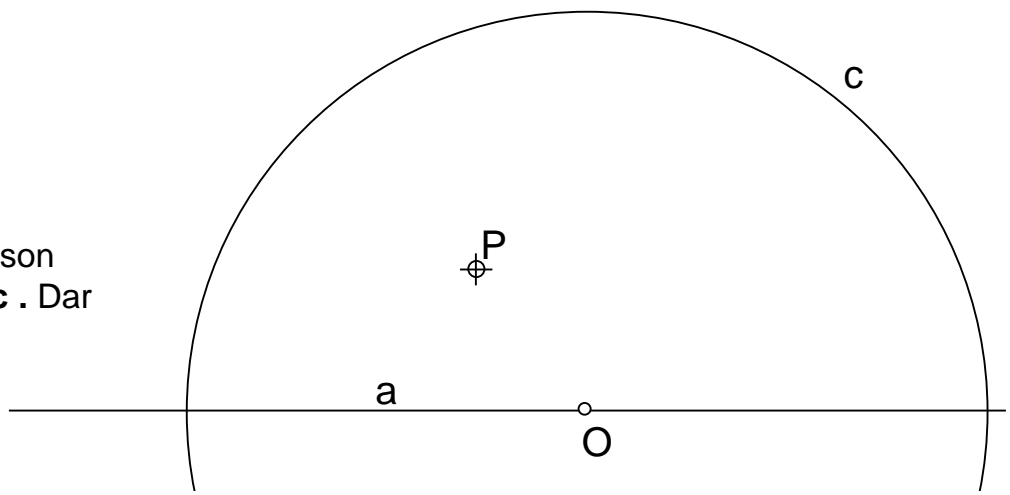
NOTA

1.- Determinar una recta r que pase por el punto P y seccione a las líneas a y c en puntos A y C respectivamente, de modo que la razón simple valga $(PAC)=...$

a) $(PAC)=-2/3$ y las líneas son dos rectas. Dar explicación razonada.



b) $(PAC)=-1$ y las líneas son recta a y circunferencia c . Dar explicación razonada.





El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Los haces de vértices V y V' son perspectivas, siendo su eje perspectivo la recta e .

a) Obtener los rayos $a, b \in V$ y sus homólogos $a', b' \in V'$ tales que $a \perp a'$ y $b \perp b'$.
Explicación razonada



b) Obtener los rayos $p, q \in V$ y sus homólogos $p', q' \in V'$ tales que $p \perp q$ y $p' \perp q'$.
Explicación razonada





El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

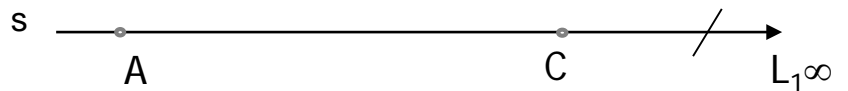
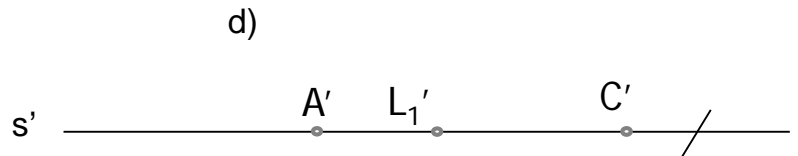
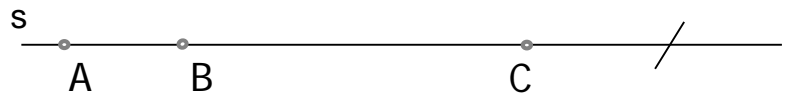
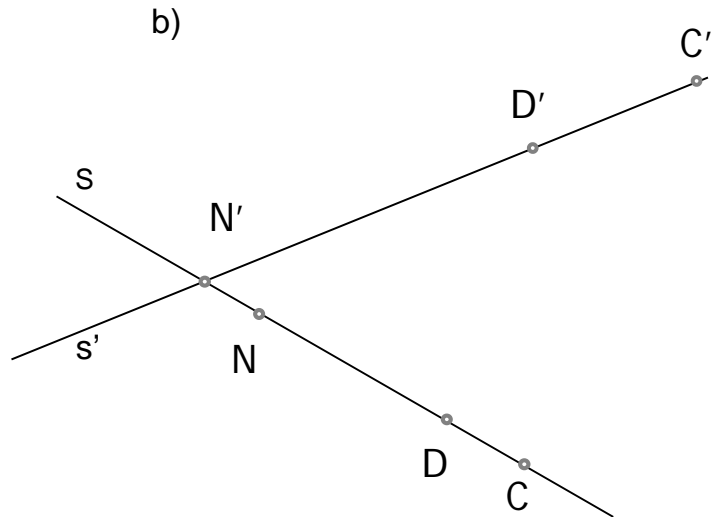
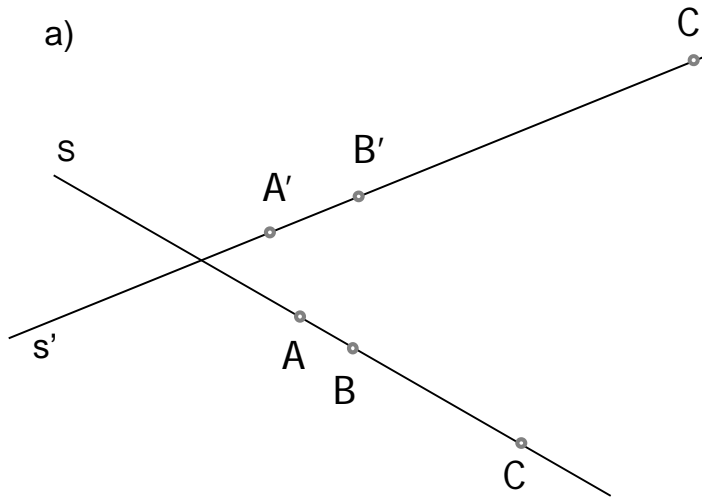
1er Apellido

2º Apellido

Nombre

NOTA

1.- Determinar el eje proyectivo. Poner notación según los conceptos empleados..





El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

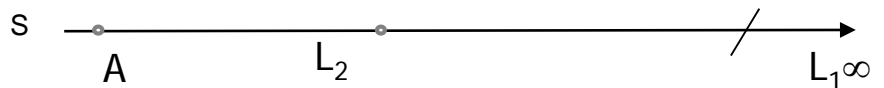
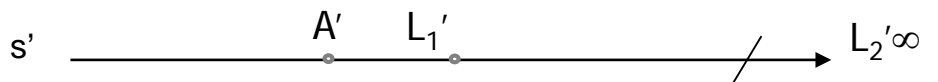
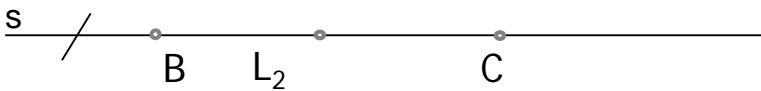
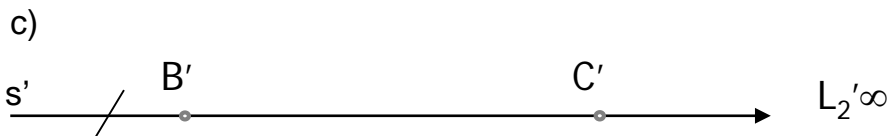
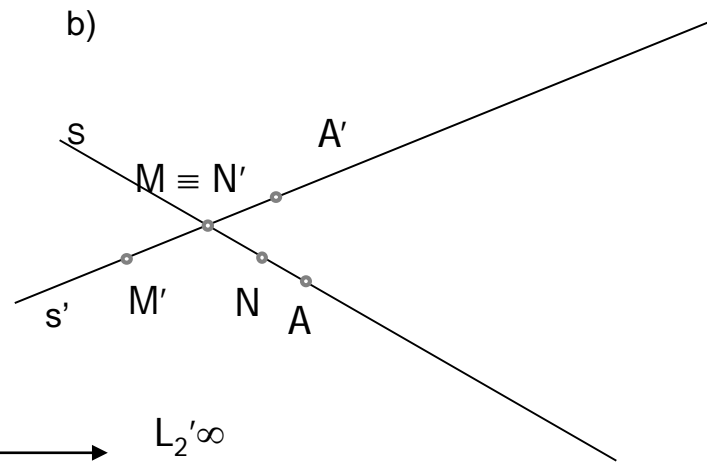
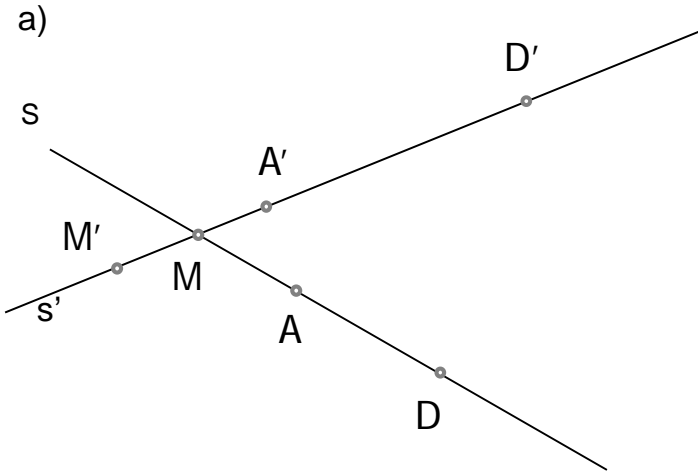
1^{er} Apellido

2^o Apellido

Nombre

NOTA

1.- Determinar el eje proyectivo. Notación y esquema de explicación razonada.





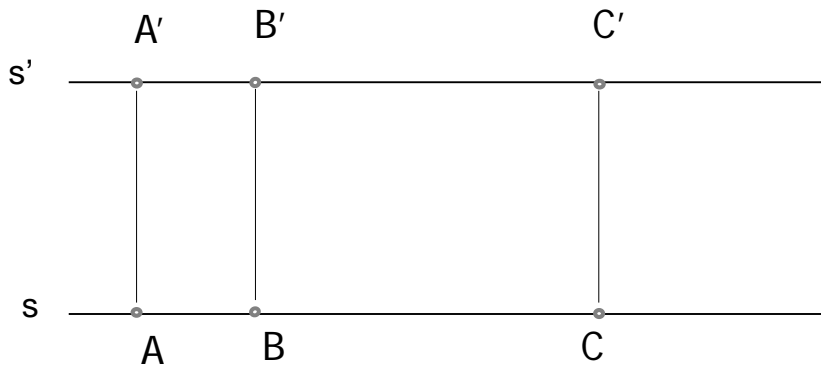
El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

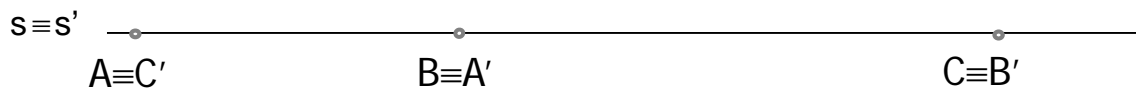
NOTA

1.- Calcular los puntos límite en las proyectividades siguientes. En esquema y en notación indicar las formas perspectivas intermedias.

a)



b)





El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1^{er} Apellido

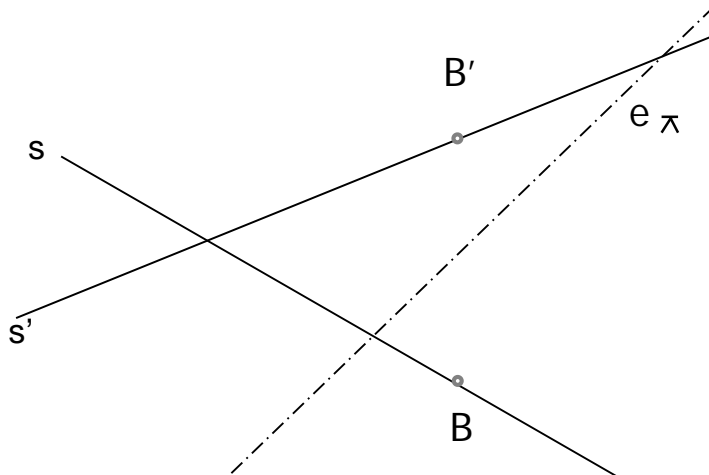
2^o Apellido

Nombre

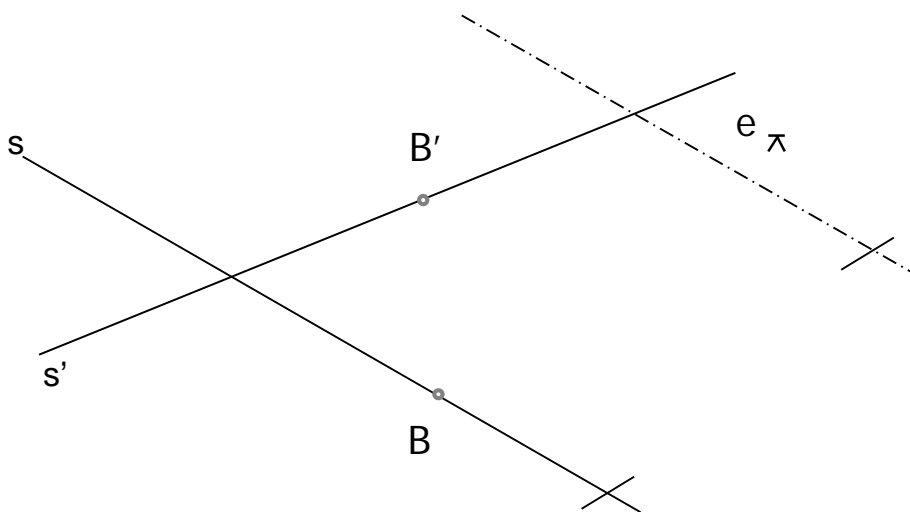
NOTA

1.- Dado el eje proyectivo y la pareja B-B', determinar los puntos límite. Notación y esquema de explicación razonada

a)



b)



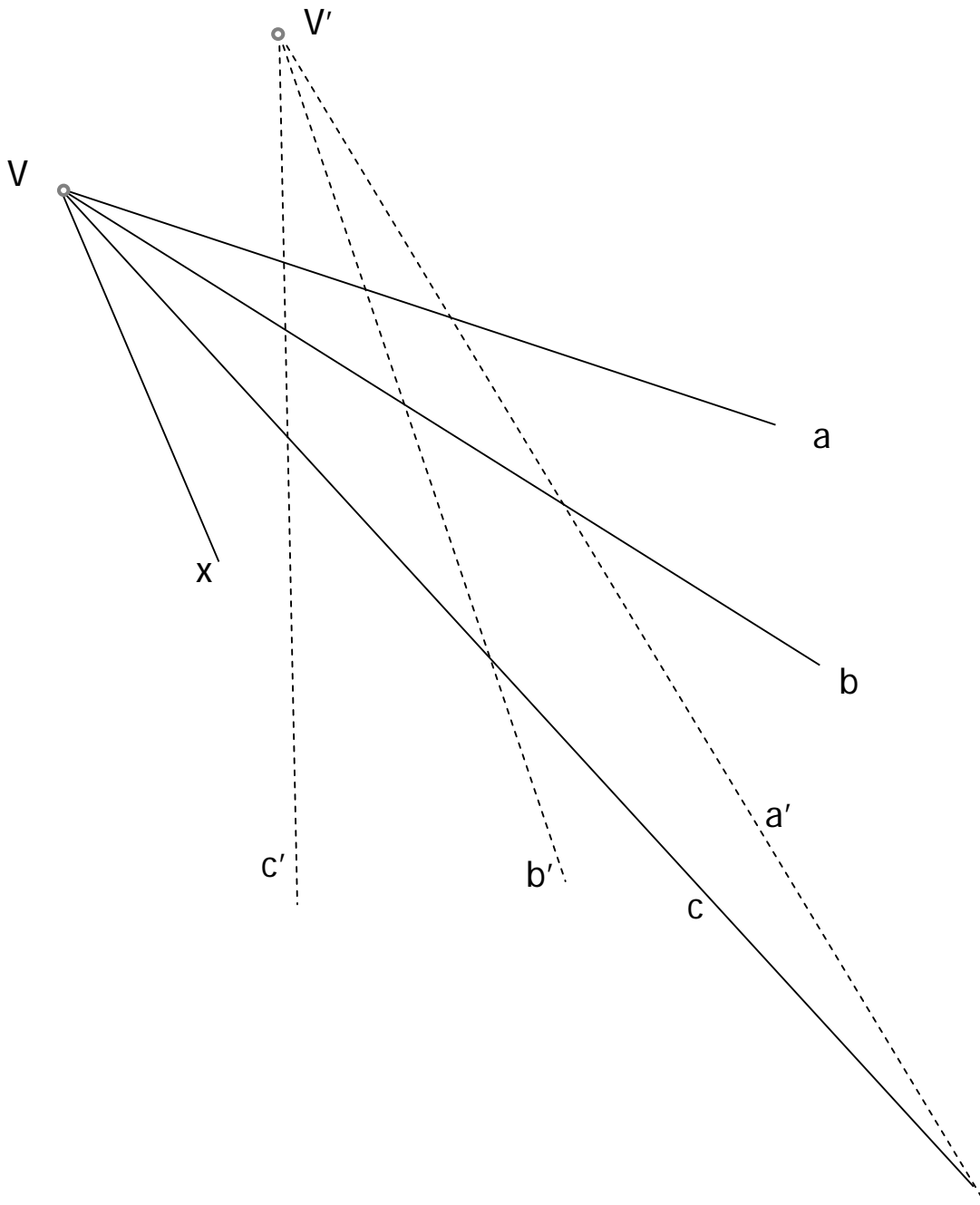


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Determinar el centro proyectivo y el rayo homólogo del rayo x. Notación y esquema de explicación razonada.



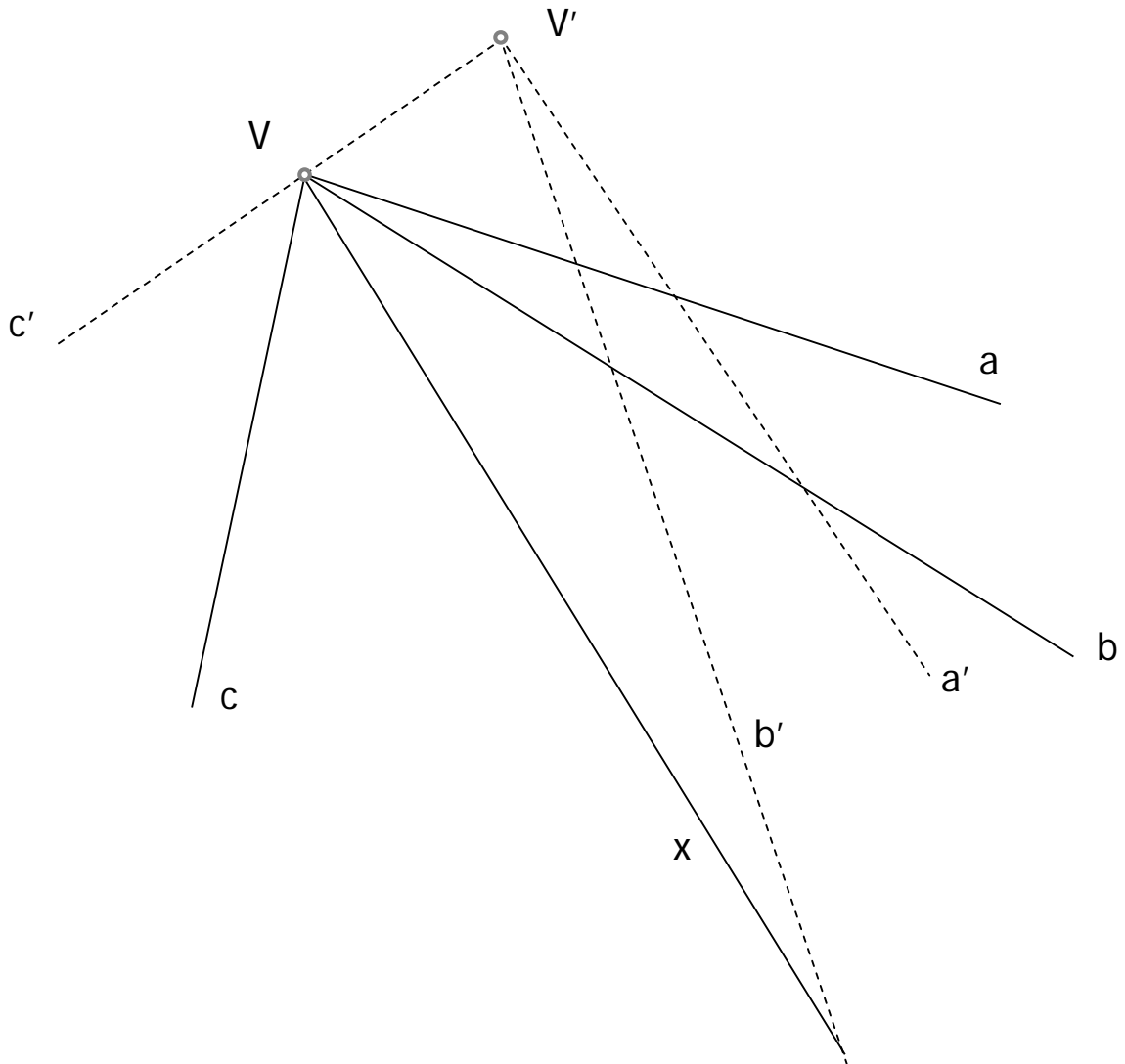


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- Determinar el centro proyectivo y el rayo homólogo del rayo x. Notación y esquema de explicación razonada.



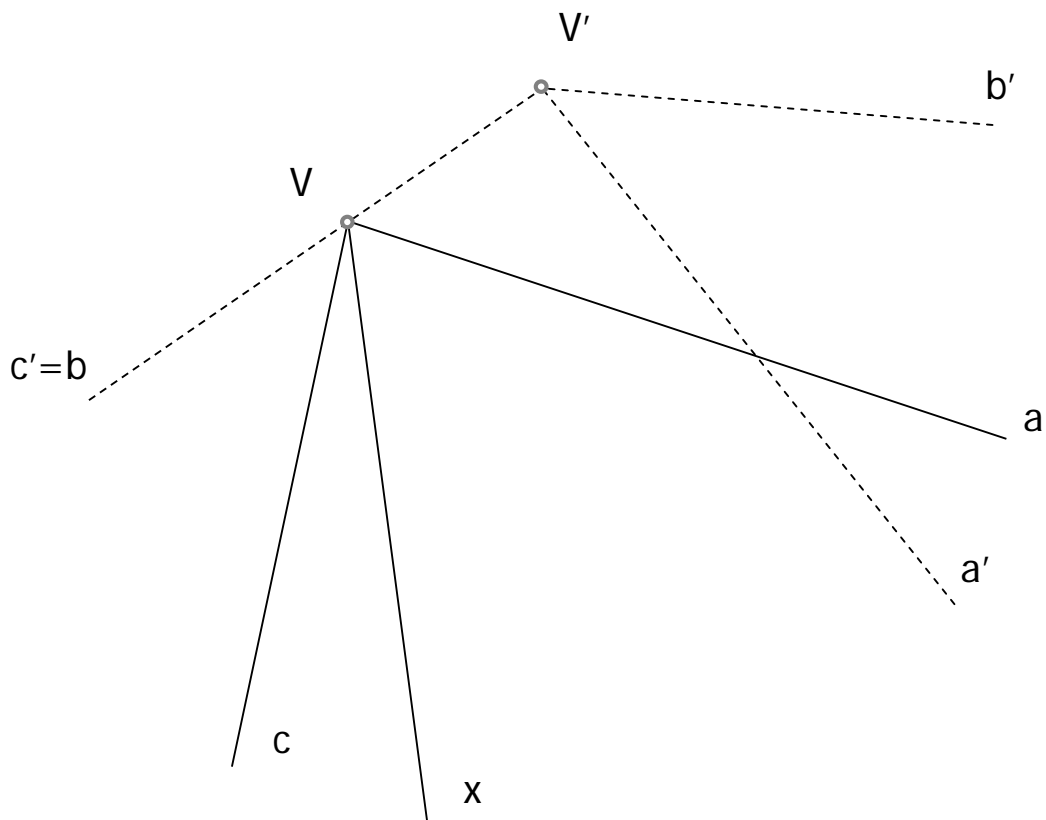


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Determinar el centro proyectivo y el rayo homólogo del rayo x. Notación y esquema de explicación razonada.



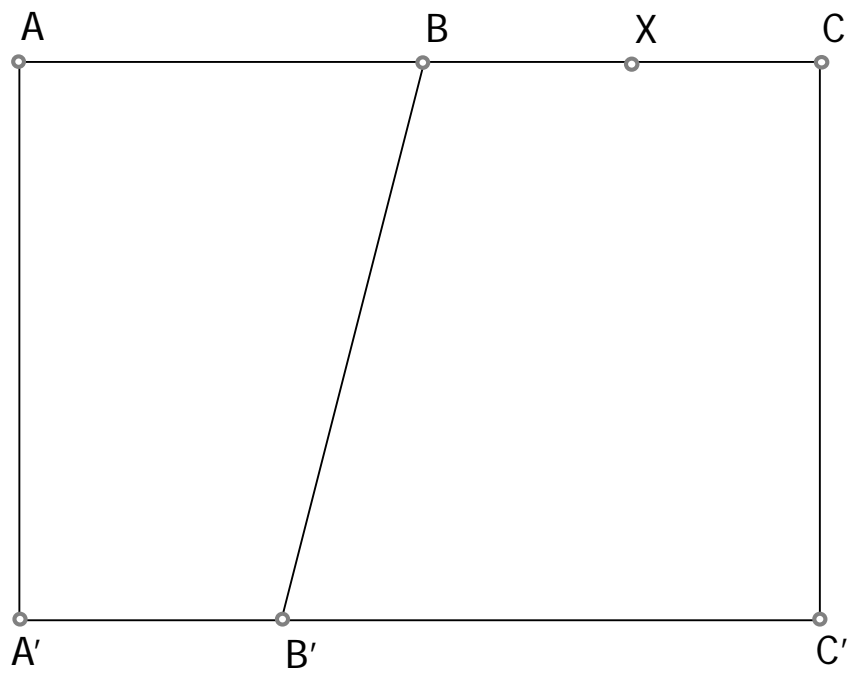
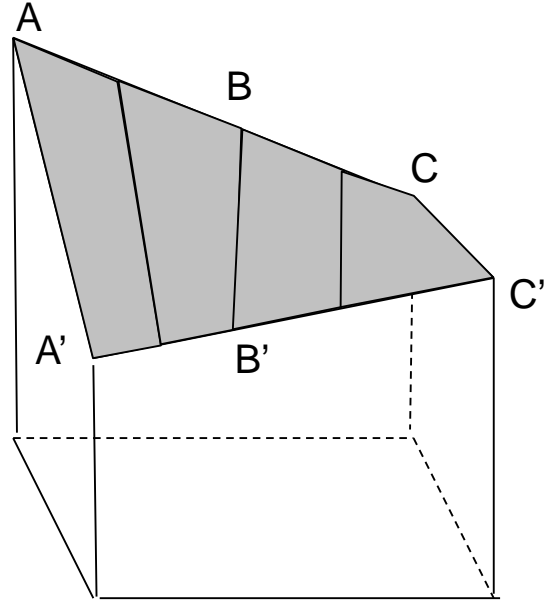


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Determinar el punto homólogo de X, para completar el diseño de una superficie, en la que se cumple que $(ABCX)=(A'B'C'X')$. Notación y esquema de explicación razonada.



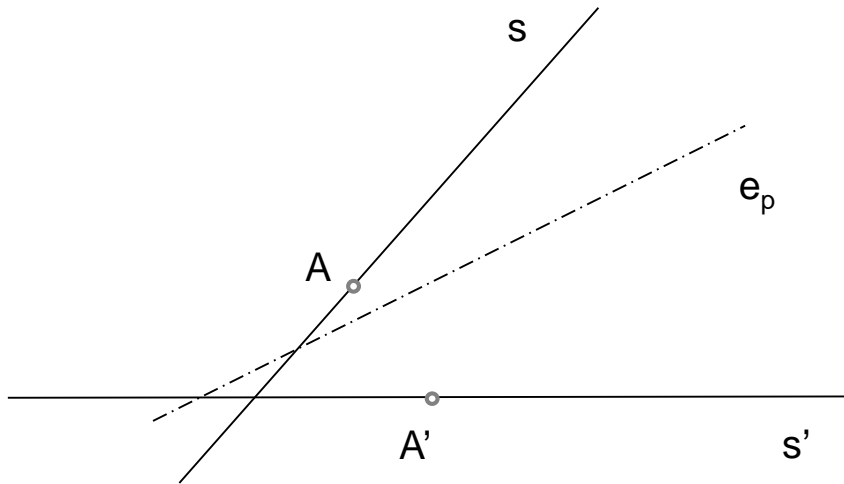


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

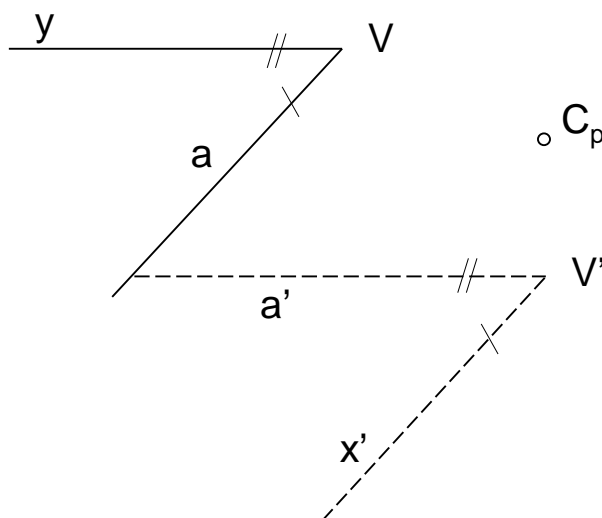
NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- Determinar los puntos límite de las series $s \wedge s'$. Explicación razonada.



2.- Determinar los rayos x e y' homólogos de los x' e y de los haces $V \wedge V'$. Explicación razonada.



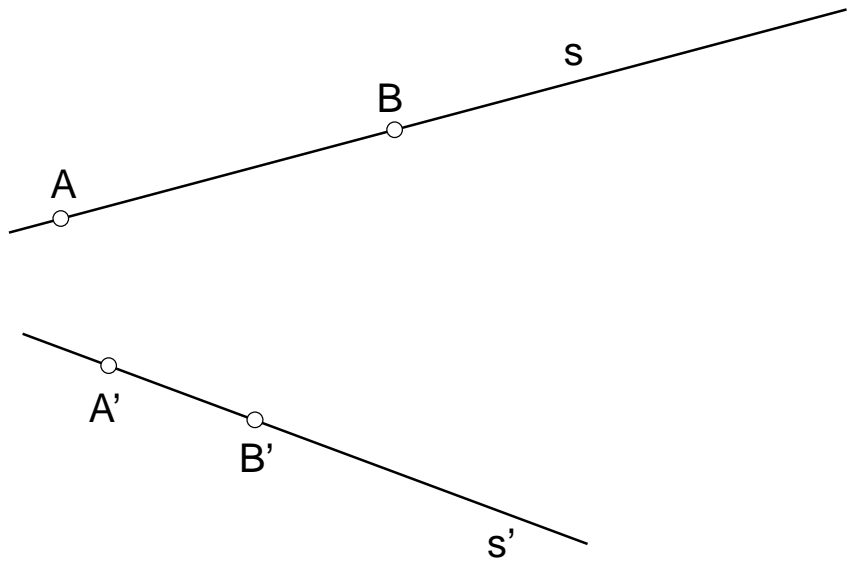


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

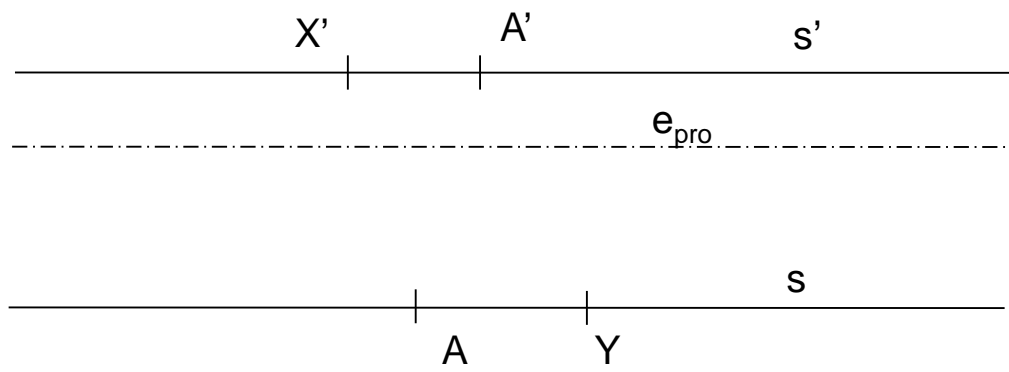
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- En una proyectividad sabemos que $s(A, B, \dots) \bar{\wedge} s'(A', B', \dots)$ y que es impropio uno de los puntos límite. Calcular el eje proyectivo y el otro punto límite. Notación y esquema de explicación razonada.



2.- Determinar los puntos X e Y' homólogos de los X' e Y de las series $s \bar{\wedge} s'$. Notación y esquema de explicación razonada.



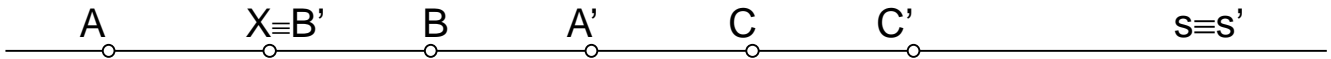


1 ^{er} Apellido																			
2 ^o Apellido																			
Nombre																			

NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

- 1.- La proyectividad entre dos series superpuestas está determinada por tres pares de puntos homólogos (todos ellos distanciados la misma medida).
- a) Determinar los puntos dobles.
 - b) Determinar el punto homólogo de X.
- Notación y esquema de ER.





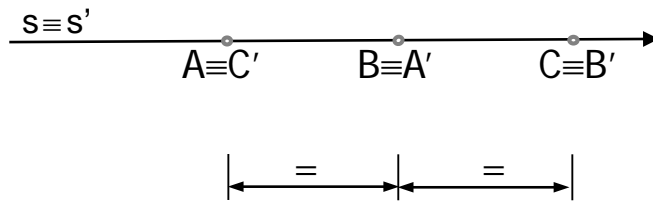
El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

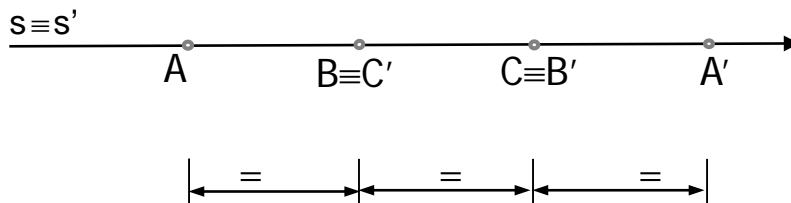
NOTA

1.- Calcular los puntos límite en las proyectividades siguientes. En esquema indicar las formas perspectivas intermedias.

a)



b)



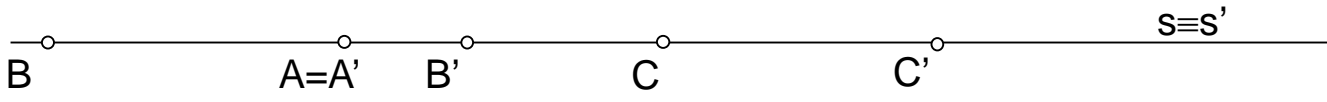


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

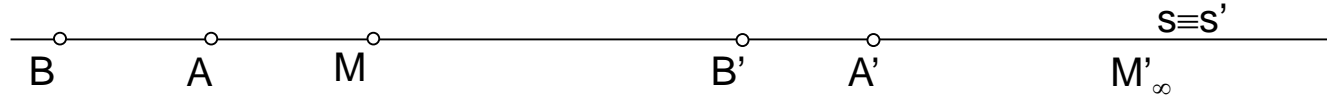
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Dadas las series proyectivas superpuestas determinadas por $A \equiv A'$, $B - B'$ y $C - C'$, determinar el otro punto doble. Notación y esquema de ER.



2.- Dadas las series proyectivas superpuestas determinadas por $A - A'$, $B - B'$ y $M - M'_{\infty}$, determinar el otro punto límite. Notación y esquema de ER.



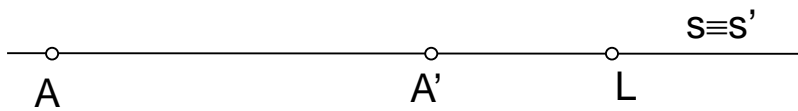


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

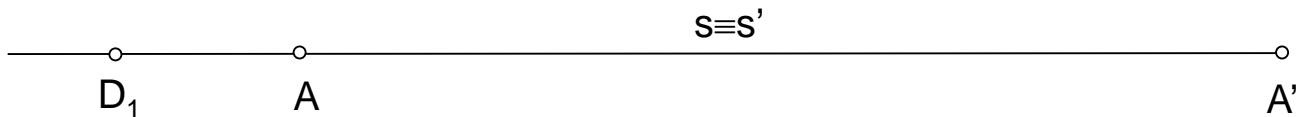
1 ^{er} Apellido	<input type="text"/>
2 ^o Apellido	<input type="text"/>
Nombre	<input type="text"/>

NOTA

1.- Calcular los puntos dobles de la involución $s \wedge i s'$. Notación y esquema de ER.



2.- Calcular el punto límite de la involución $s \wedge i s'$. Notación y esquema de ER.



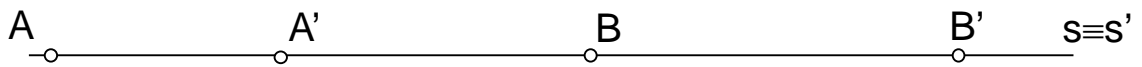


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- Determinar los elementos dobles de la involución determinada entre series superpuestas. Notación y esquema de ER.



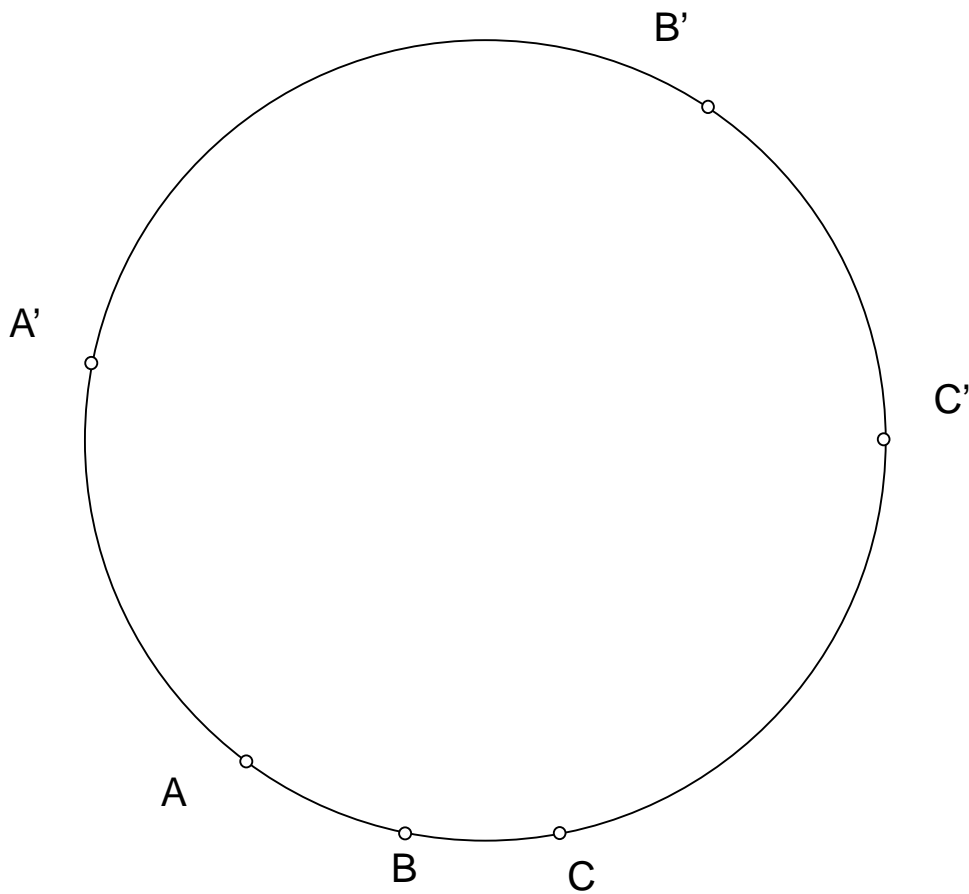


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Dada la proyectividad entre dos circunferencias superpuestas, determinar:
a) el eje proyectivo.
b) los elementos dobles.
Notación y esquema de ER. Enunciar el problema dual.



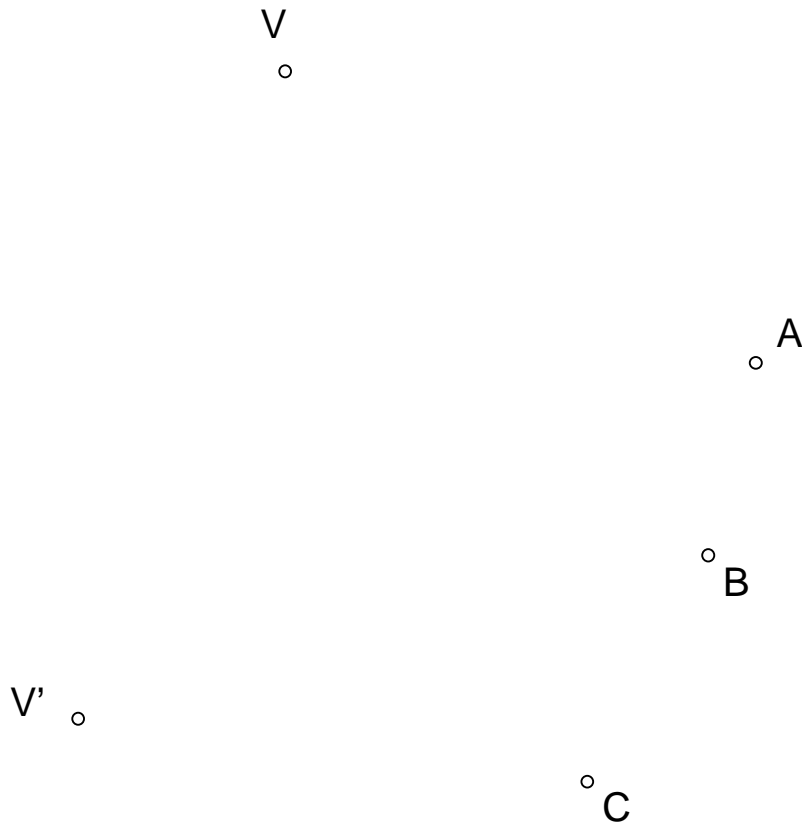


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- Una cónica está dada por los puntos V, V', A, B y C. Obtener las tangentes en los puntos V y V'. Notación y esquema de ER. Enunciar el problema dual.



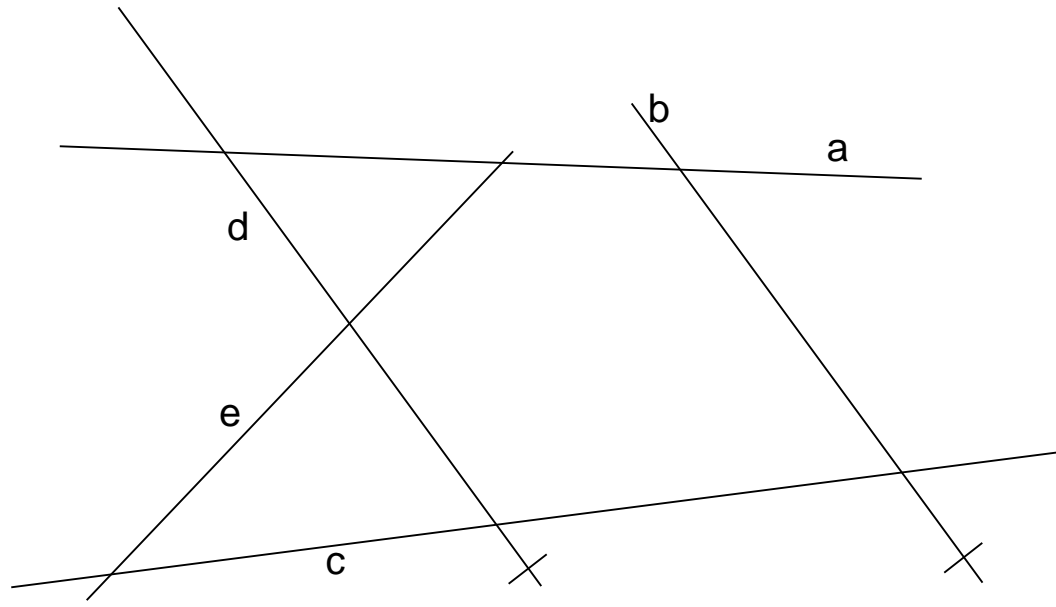


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

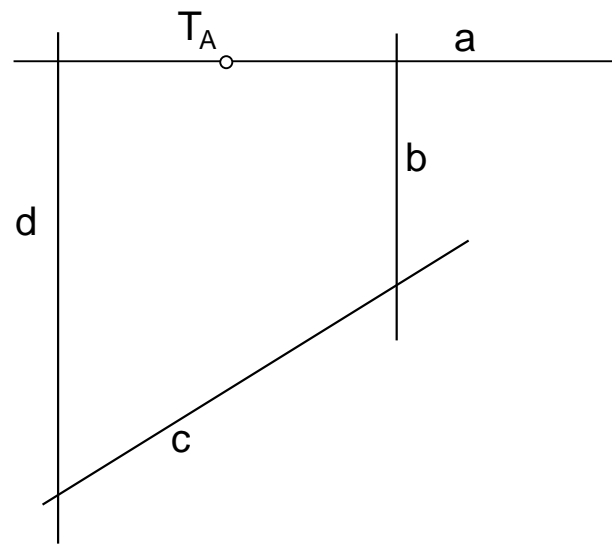
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Determinar los puntos de tangencia T_A y T_C . Notación y esquema de explicación razonada.



2.- Determinar el punto de tangencia T_C . Poner la notación necesaria para una explicación razonada. Hacer un esquema de explicación razonada.



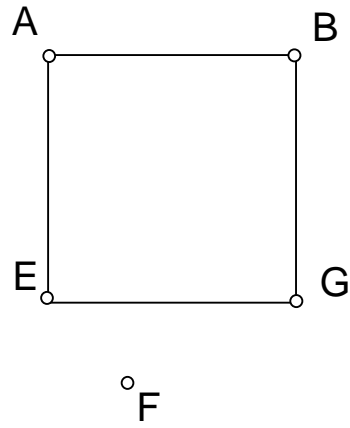


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

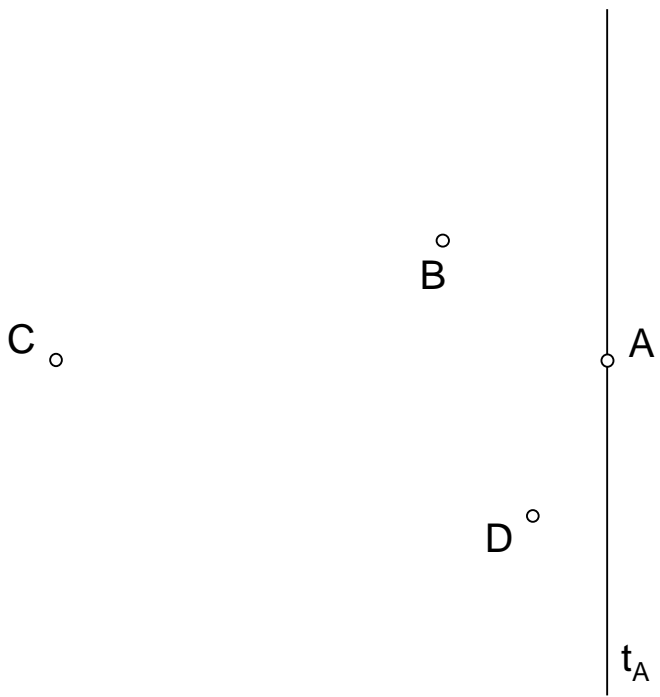
NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- Una cónica c pasa por los vértices de un cuadrado y por el punto F . Determinar las tangentes t_A y t_B . Notación y esquema de ER.



2.- Una cónica está determinada por cuatro puntos y la tangente en uno de ellos. Calcular la tangente t_C . Notación y esquema de ER.



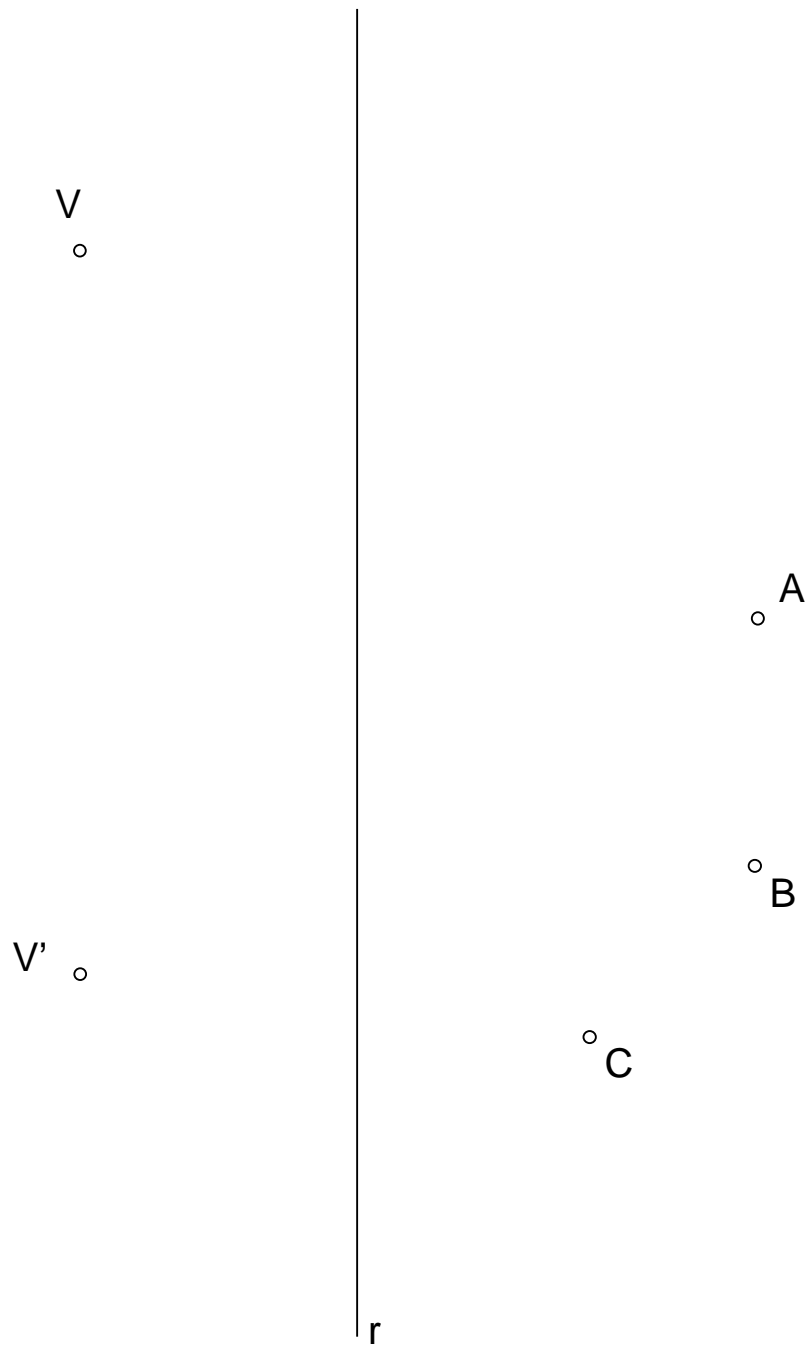


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- Una cónica está dada por los puntos V, V', A, B y C. Obtener los puntos de intersección con la recta r. Notación y esquema de ER. Enunciar el problema dual.



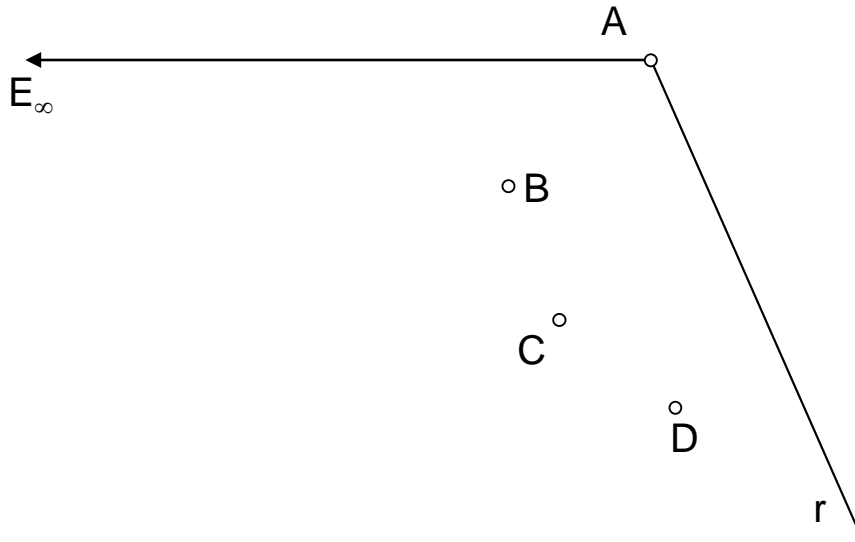


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

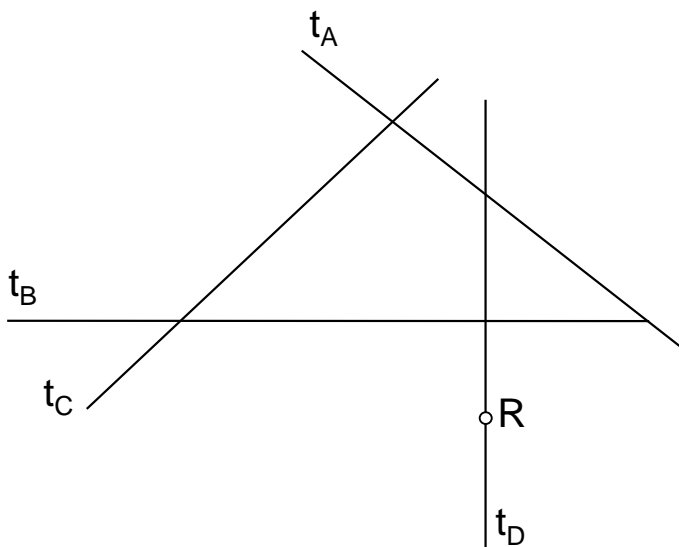
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Determinar las tangentes t_A , t_C e intersección de la recta r con la cónica hiperbólica $(ABCDE_\infty)$. Notación y esquema de ER.



2.- Determinar los puntos de tangencia T_A , T_B y la recta tangente desde el punto R a la cónica parabólica $(t_A, t_B, t_C, t_D, t_\infty)$. Notación y esquema de ER.



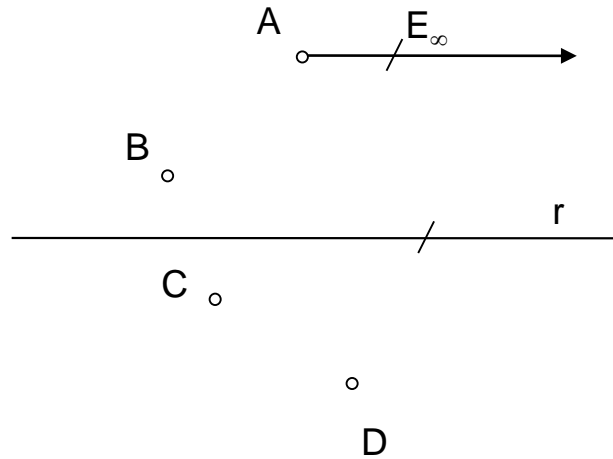


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

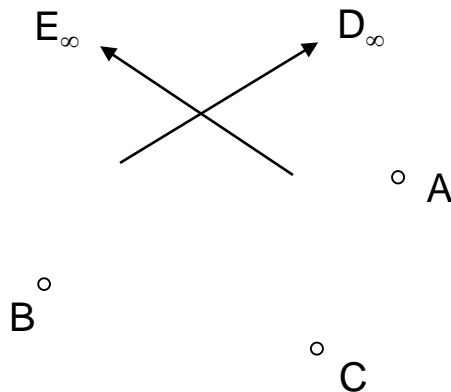
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Determinar los puntos de intersección de la recta r con la cónica $(ABCDE_{\infty})$. Notación y esquema de ER.



2.- Determinar las tangentes t_A y t_B a la cónica $(A,B,C,D_{\infty},E_{\infty})$. Notación y esquema de ER.



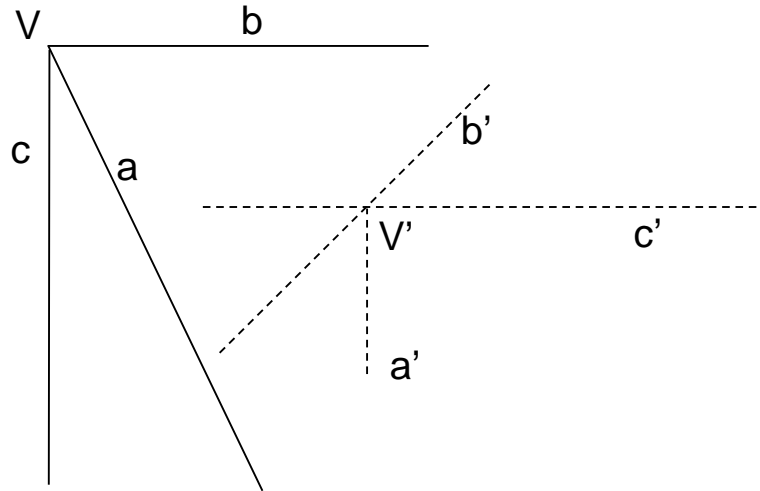


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

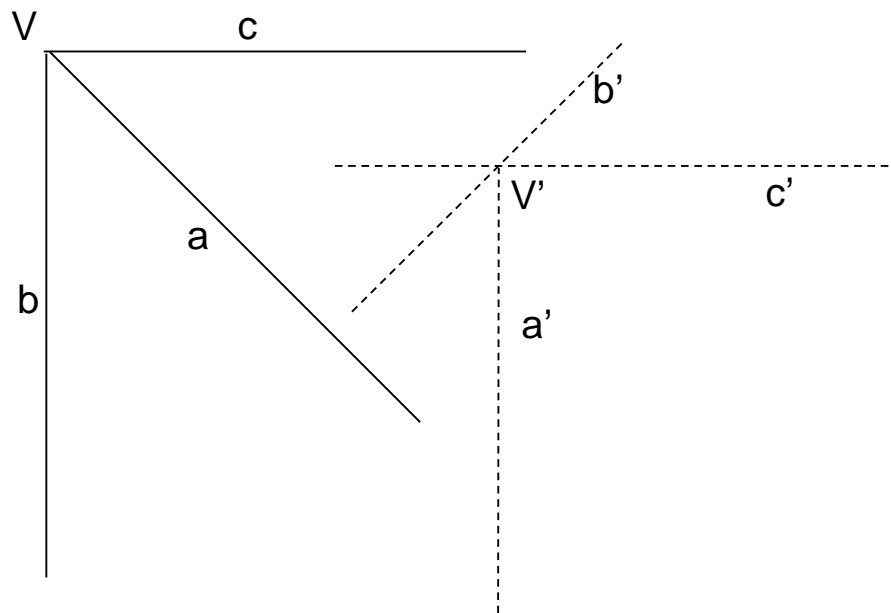
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Determinar el tipo de cónica (elipse, parábola o hipérbola) que determina la proyectividad entre los dos haces V y V' . Notación y esquema de explicación razonada.



2.- Determinar dos rayos ortogonales de V homólogos de dos ortogonales de V' . Notación y esquema de explicación razonada.



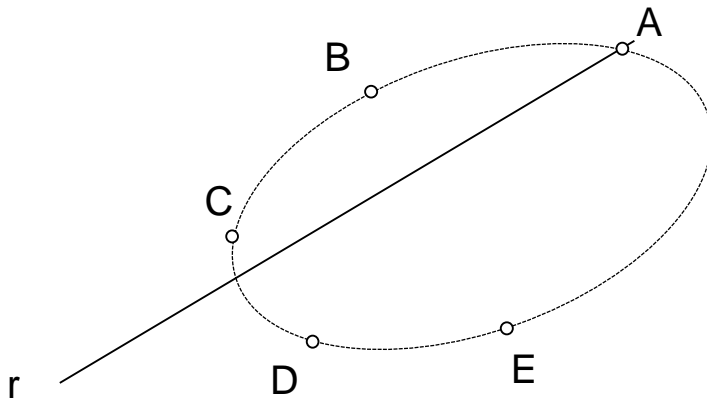


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

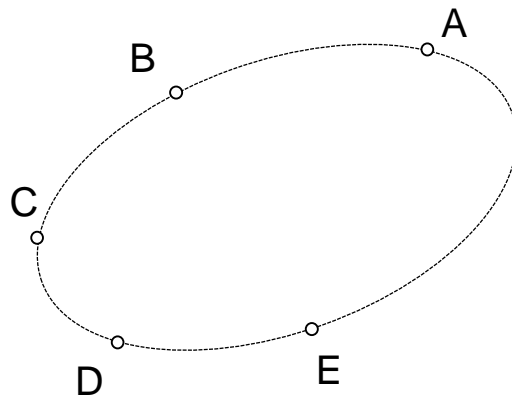
NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- Hallar la tangente en el punto A y la intersección de la recta r con la cónica. Notación y esquema de ER.



2.- Hallar la tangente en el punto A considerando la cónica como series superpuestas $c \equiv c'$. Notación y esquema de ER.



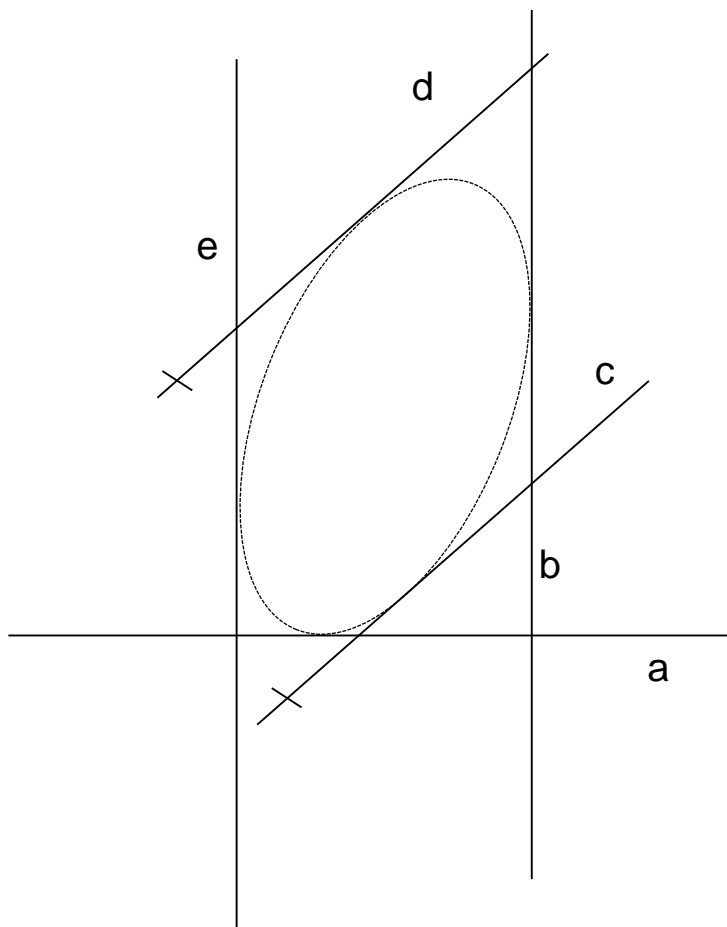


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- Hallar el punto de tangencia de la recta a. Notación y esquema de ER.



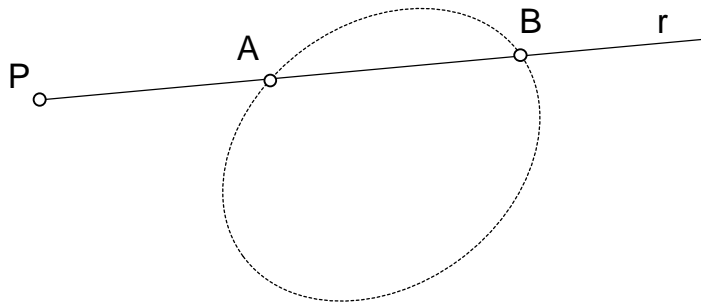


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

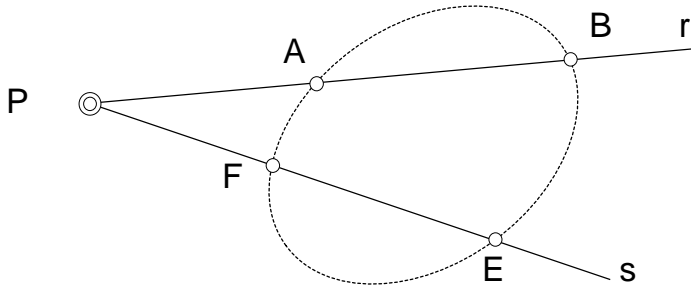
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

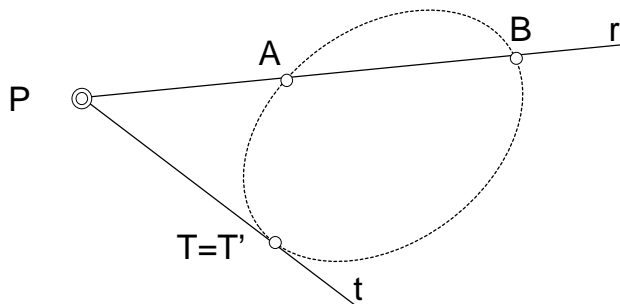
1.- La recta r corta a una cónica en los puntos A y B . Calcular el punto de intersección con r de la recta polar del punto P , perteneciente a r . Notación y esquema de ER.



2.- Las rectas r y s cortan a una cónica en los puntos $A-B$ y $E-F$, respectivamente. Calcular la recta polar del punto P en que se cortan r y s . Notación y esquema de ER.



3.- Las rectas r y t cortan a una cónica en los puntos $A-B$ y $T=T'$, respectivamente. Calcular la recta polar del punto P en que se cortan r y t . Notación y esquema de ER.



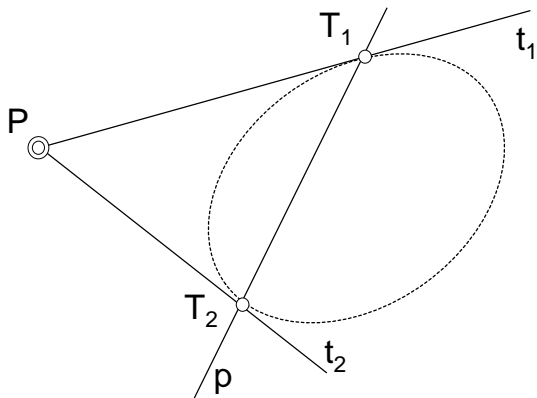


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

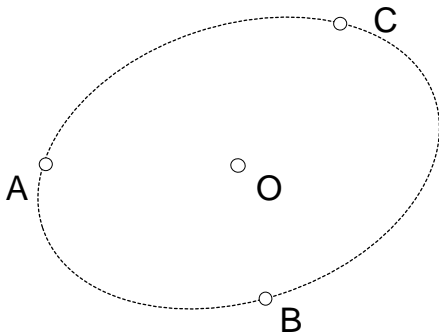
NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

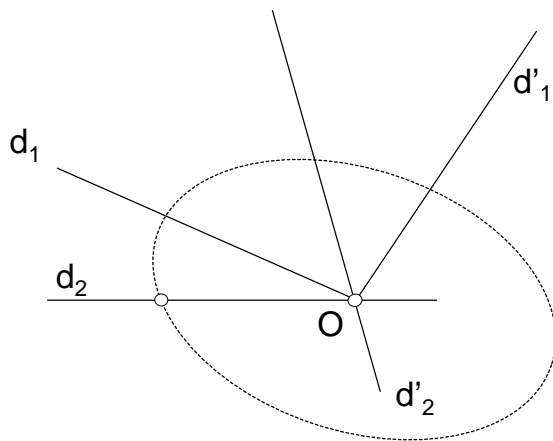
1.- De una cónica se conocen dos tangentes a ella y la recta polar del punto de intersección de aquellas. Calcular el diámetro que sea conjugado del que es paralelo a la recta polar p. Notación y esquema de ER.



2.- De una cónica se conocen el centro O y tres puntos A, B y C. Calcular dos pares de diámetros conjugados. Notación y esquema de ER.



3.- De una cónica se conocen el centro O, dos pares de diámetros conjugados y un punto de la cónica en uno de los diámetros. Calcular los ejes principales de la cónica. Notación y esquema de ER.



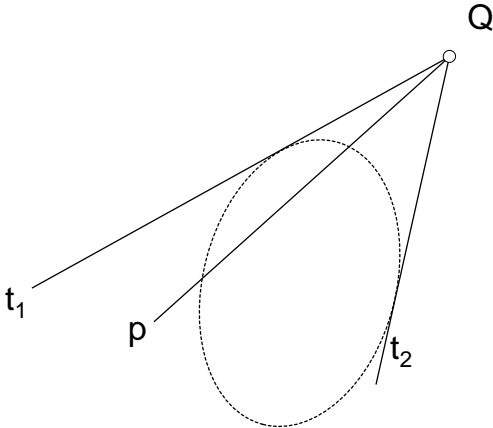


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

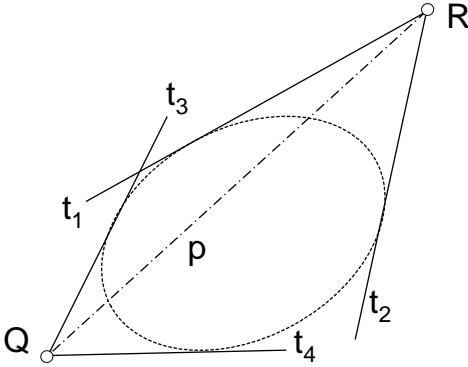
NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

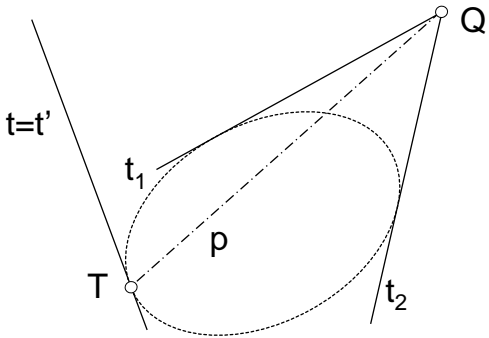
1.- Las tangentes a una cónica desde un punto exterior Q son t_1 y t_2 . Calcular la recta perteneciente al haz Q que pase por el polo de la recta p. Notación y esquema de ER.



2.- Las tangentes desde R y Q a una cónica son las rectas t_1-t_2 y t_3-t_4 , respectivamente. Calcular el polo de la recta p. Notación y esquema de ER.



3.- Los puntos Q y T tienen por tangentes a una cónica las rectas t_1-t_2 y $t=t'$, respectivamente. Calcular el polo de la recta p que pasa por los puntos Q y T. Notación y esquema de ER.



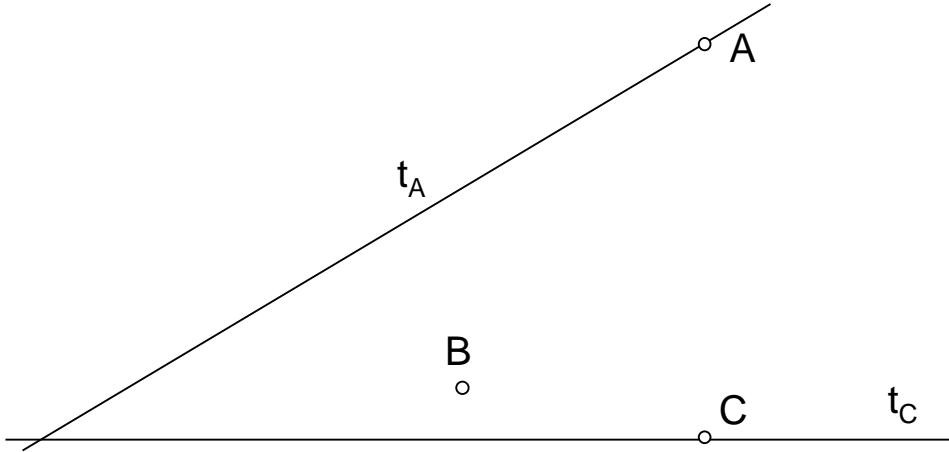


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

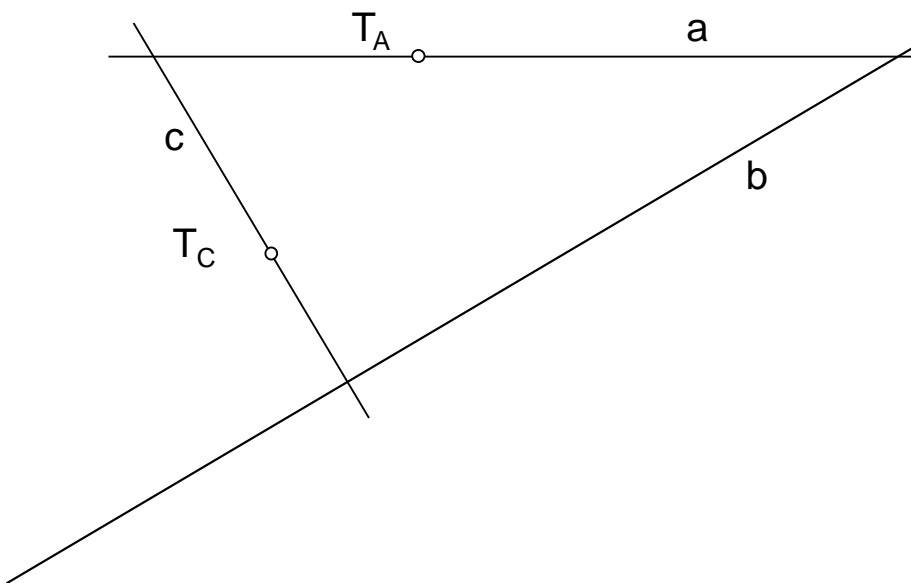
NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- Cónica determinada por tres puntos y las tangentes en dos de ellos. Determinar la tangente t_B . Notación y esquema de ER.



2.- Cónica determinada por tres tangentes y los puntos de contacto de dos de ellas. Determinar el punto de contacto T_B . Notación y esquema de ER.



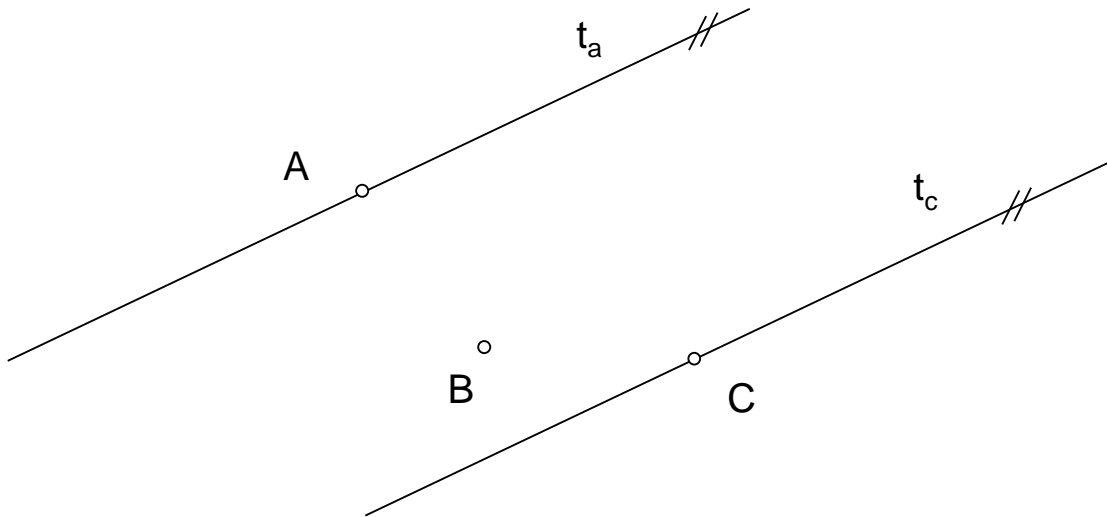


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- De una cónica se conocen las tangentes t_A y t_C , así como los puntos A, B y C de ella. Hallar gráficamente la tangente t_B en el punto B. Notación y esquema de ER.



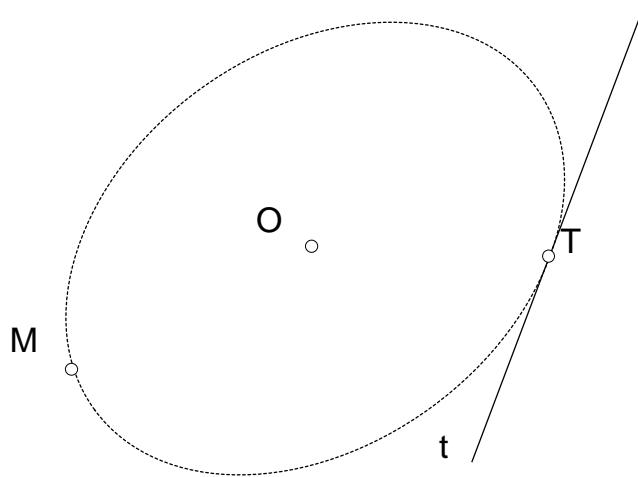


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

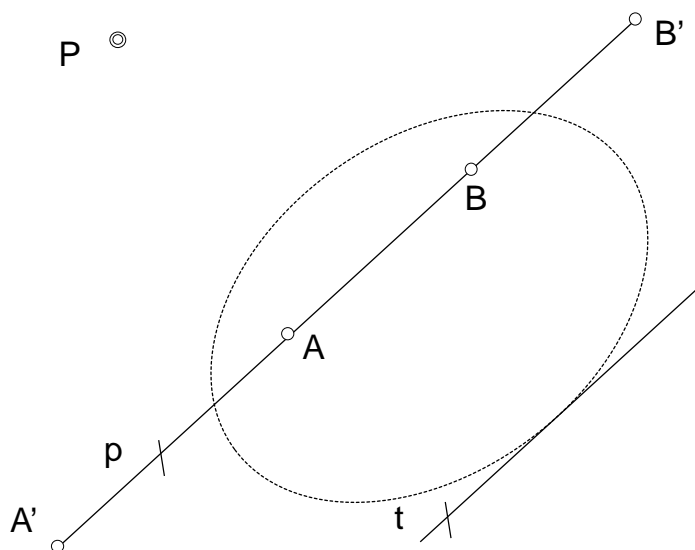
NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- Calcular los diámetros conjugados (los segmentos) en que uno de ellos sea paralelo a la tangente t (siendo O el centro y M y T puntos de la cónica). Notación y esquema de ER.



2.- Calcular los puntos de intersección de las rectas p y t (polar del punto P y tangente), siendo $A-A'$ y $B-B'$ pares conjugados. Notación y esquema de ER.



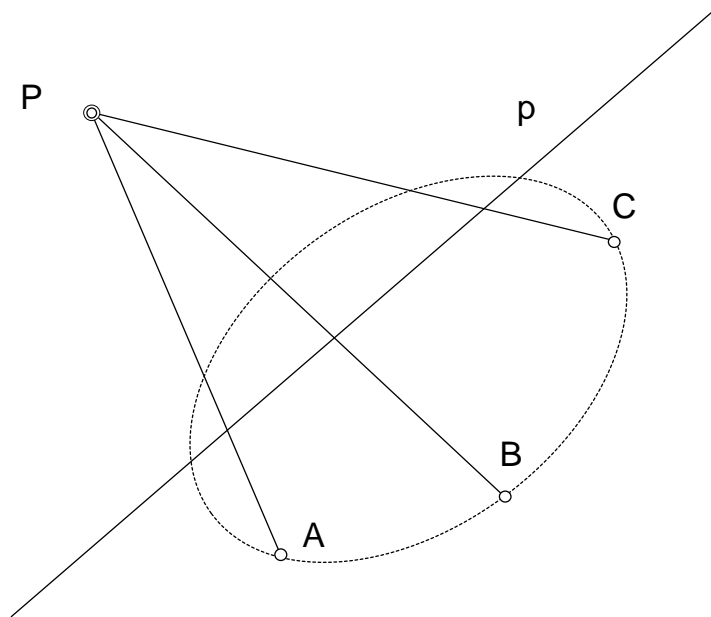


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

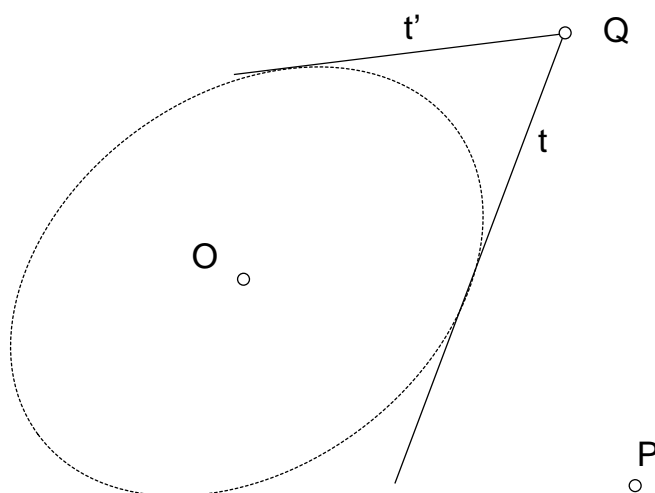
NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.-Los puntos A, B y C pertenecen a la cónica y P-p son polo-polar. Calcular otros tres puntos de la cónica. Notación y esquema de ER.



2.-P y Q son puntos conjugados respecto a la cónica de la cual también se conocen las tangentes trazadas por Q y el centro O. Calcular los puntos de tangencia. Notación y esquema de ER.



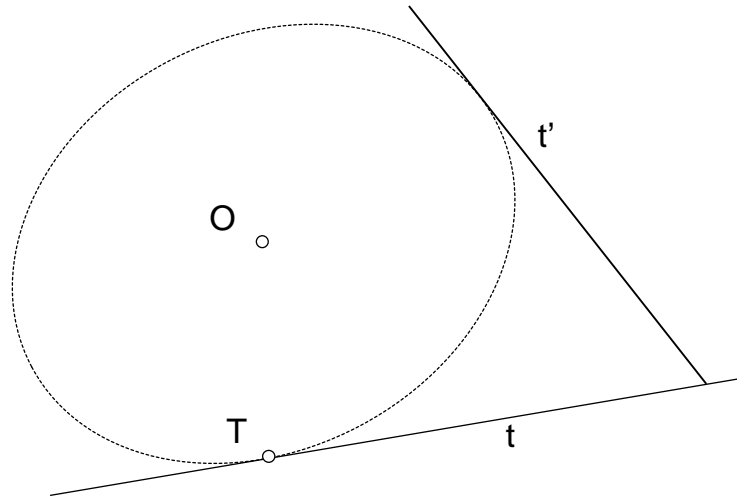


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

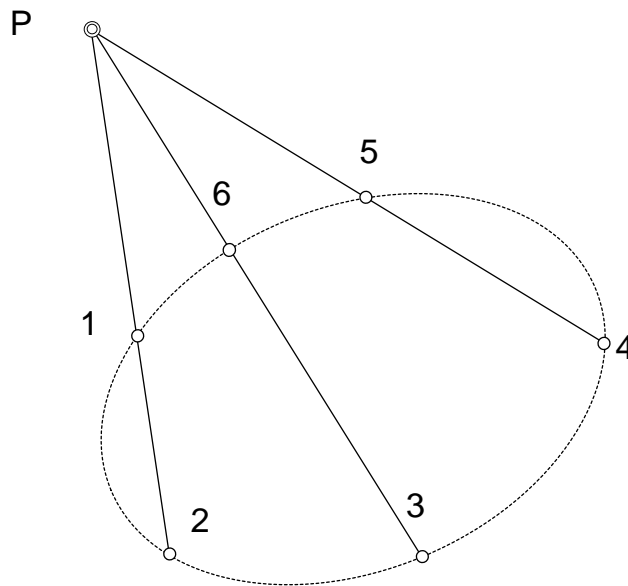
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.-Calcular los diámetros conjugados (los segmentos) en que uno de ellos sea paralelo a la tangente t (siendo O el centro, t' tangente y T punto de paso). Notación y esquema de ER.



2.-Dada la cónica sobredeterminada por seis puntos compatibles, calcular las tangentes (por polaridad) en los puntos 4 y 5. Notación y esquema de ER.



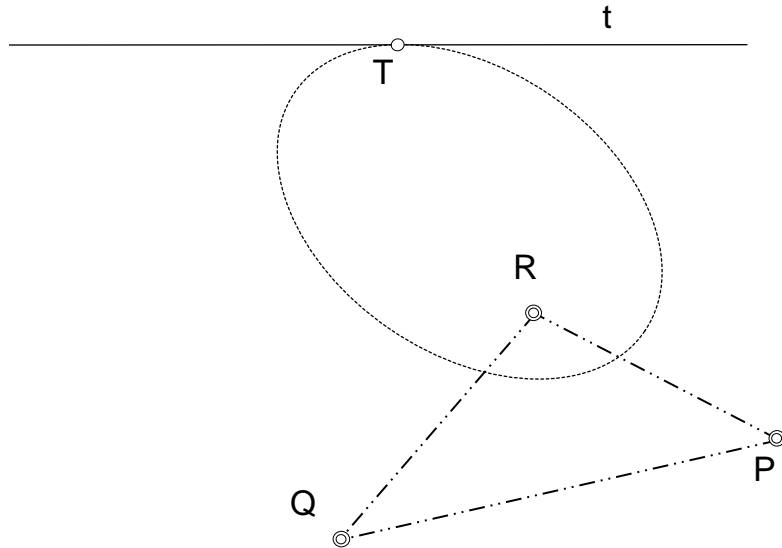


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

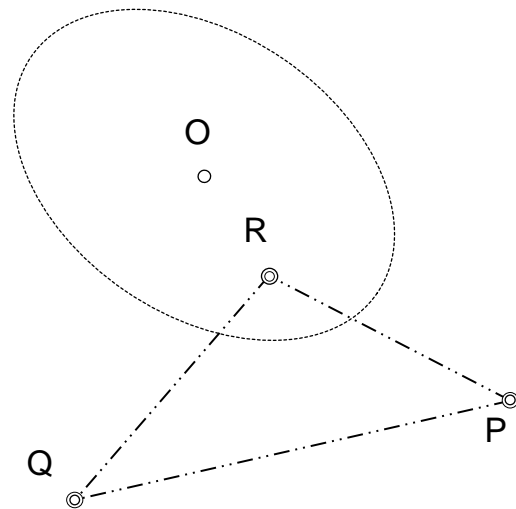
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.-Calcular los 4 puntos reales de intersección con la cónica del triángulo PQR (cónica determinada por un triángulo autopolar, un punto y su tangente). Notación y esquema de ER.



2.-Calcular los 4 puntos reales de intersección con la cónica del triángulo PQR (cónica determinada por un triángulo autopolar y el centro O). Notación y esquema de ER.



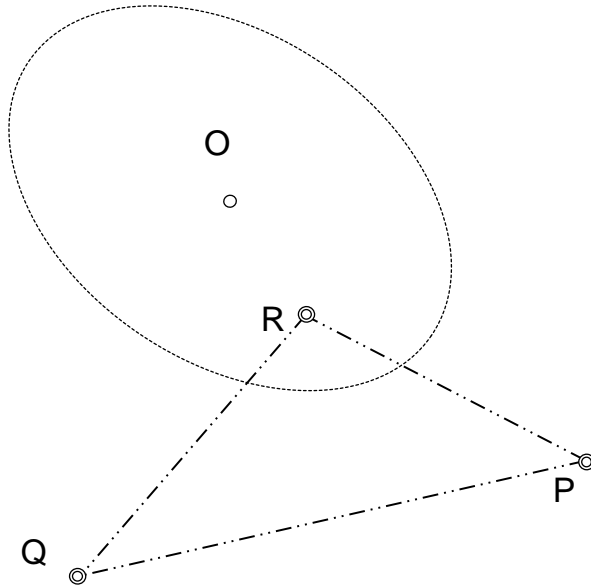


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

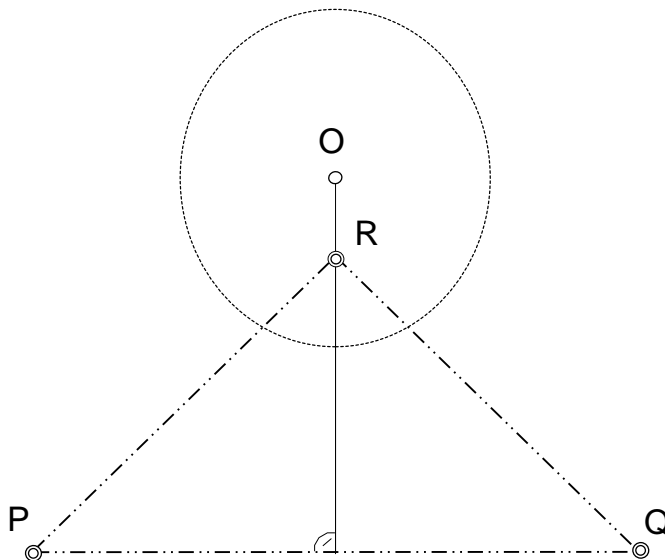
NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- La cónica está determinada por un triángulo autopolar PQR y el centro O. Calcular la intersección con la cónica de los lados de dicho triángulo. Notación y esquema de ER.



2.- El triángulo PQR autopolar es isósceles y O es el centro de la cónica. Calcular los ejes de la cónica, obteniendo además la medida de ambos. Notación y esquema de ER.



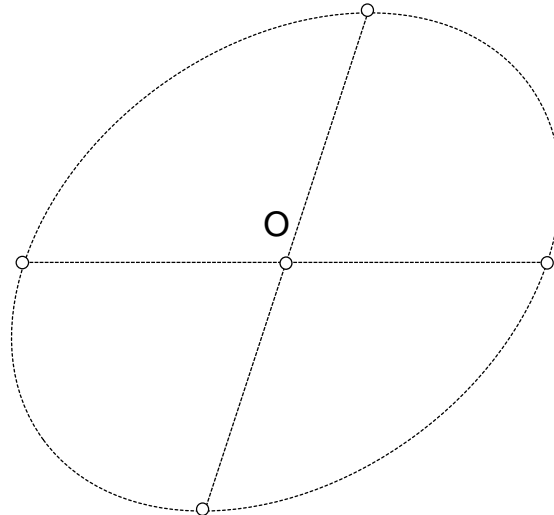


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

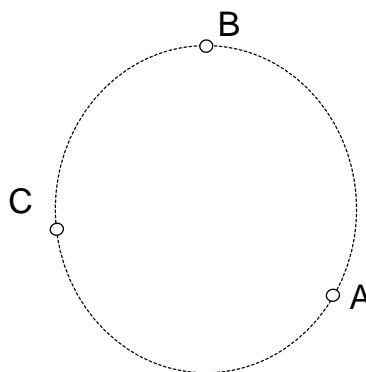
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Calcular los ejes de la cónica determinada por dos de sus diámetros conjugados. Notación y esquema de ER.



2.- Determinar uno de los focos de una cónica que tiene una directriz en la recta d y que pasa por los puntos A, B y C. Notación y esquema de ER.



d

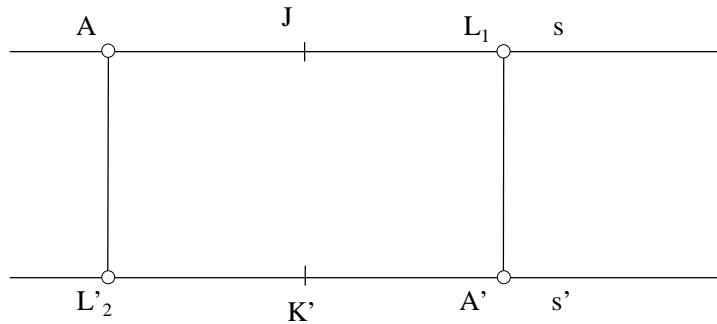


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

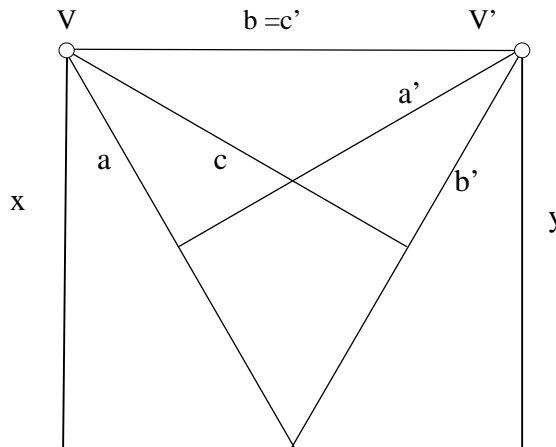
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- La proyectividad entre dos series separadas queda determinada por los vértices de un rectángulo, en los que tenemos A-A' y los dos puntos límite. Calcular los transformados proyectivos de los dos puntos medios de los lados horizontales.



2.- Por medio de un triángulo equilátero y dos de sus medianas, está determinada la proyectividad entre dos haces por los pares homólogos a-a', b-b' y c-c', determinar los rayos transformados de los dos rayos verticales x e y.



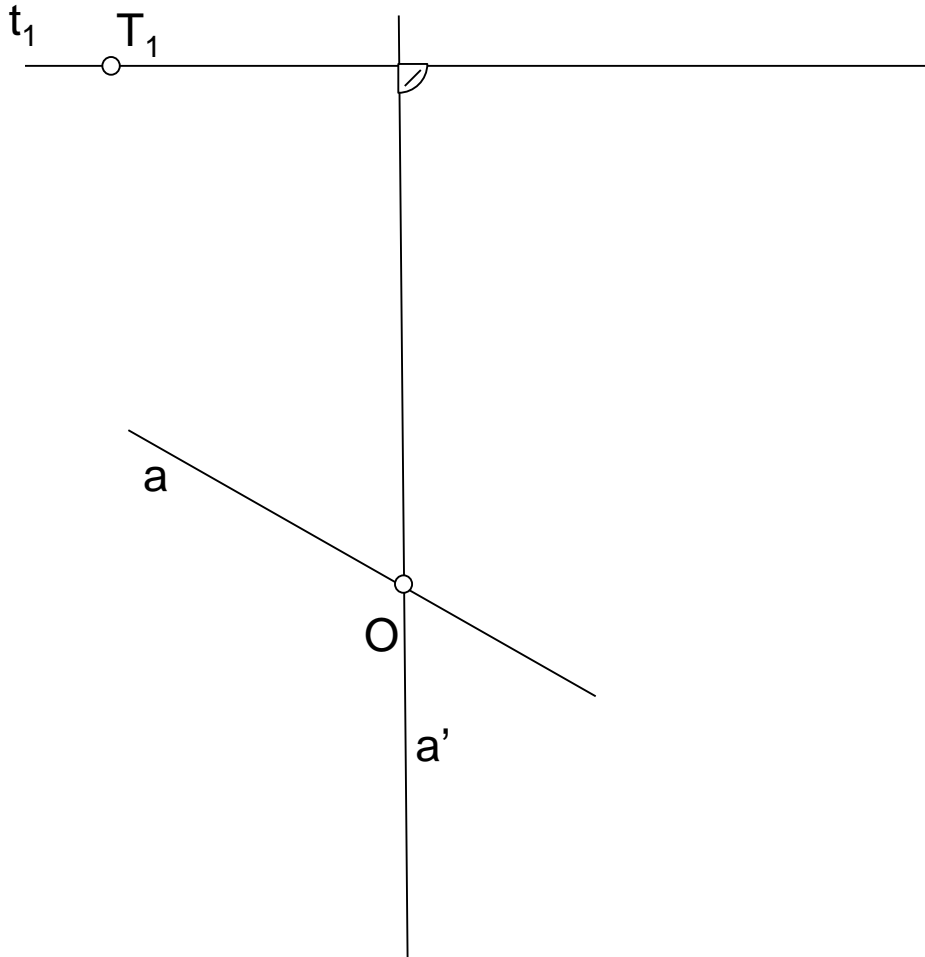


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- Determinada la cónica por la tangente t_1 , el punto de tangencia T_1 , el centro O y una pareja de diámetros conjugados $a-a'$. Determinar los ejes de la cónica y la magnitud de uno de ellos.





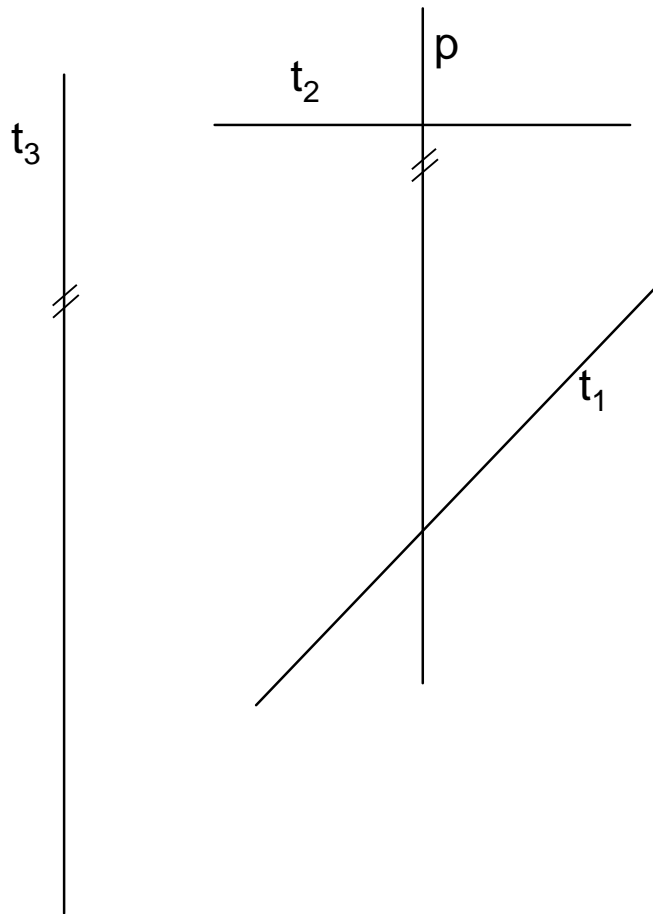
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

2.- Determinar el centro de la cónica determinada por tres tangentes t_1 , t_2 y t_3 y por la polar p del punto de intersección de las tangentes t_1 y t_2 con respecto a la cónica.

Notación y esquema de ER





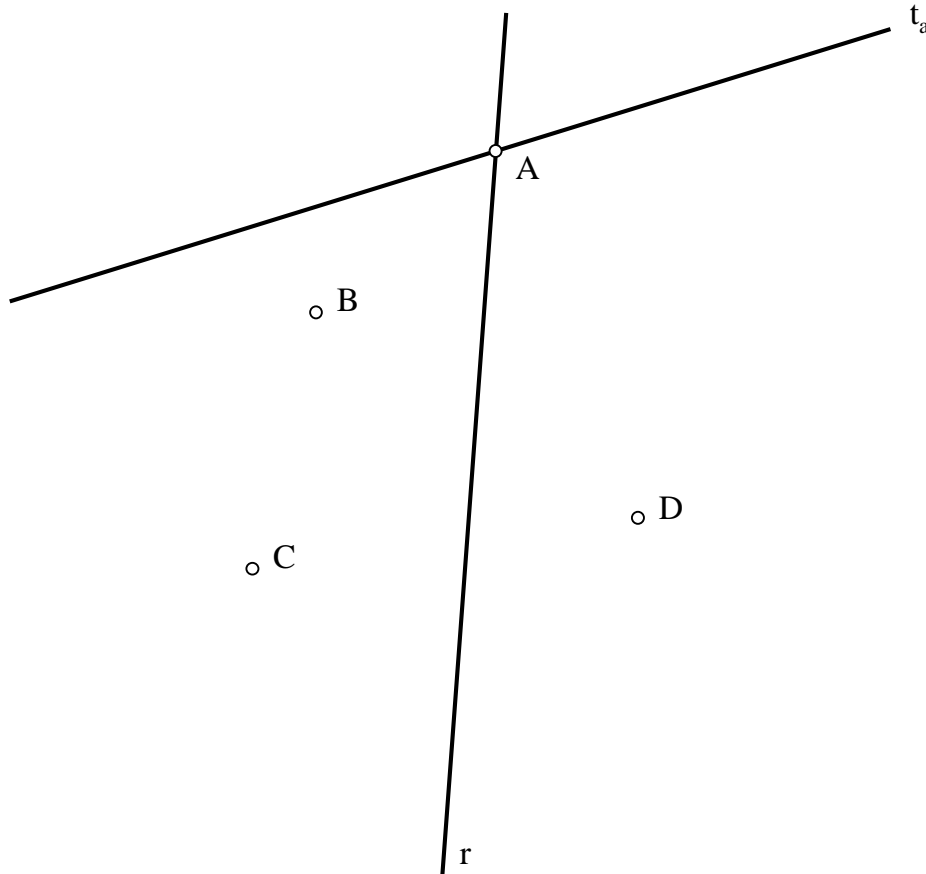
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

2.- Una cónica c está determinada por los puntos A, B, C, D y la tangente t_a en A . Hallar la tangente t_c en C y el otro punto I de intersección de la recta r con la cónica c .

Notación y esquema de ER



Soluciones

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

Marcar la opción **verdadera** o **falsa** relativa a cada una de las afirmaciones siguientes:

- Dada la Fig. 1 adjunta:

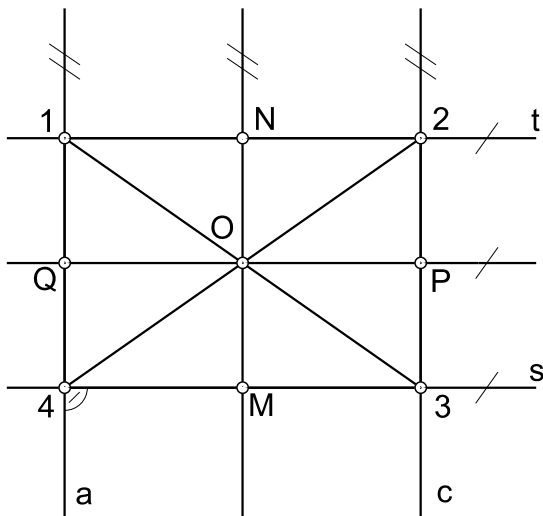


Fig. 1

- V F Se puede establecer una proyectividad perspectiva ($\bar{\pi}$) entre las series **t** y **s**, siendo **O** el centro perspectivo ($O_{\bar{\pi}}$) y siendo la correspondencia entre las parejas de puntos **2-4** y **1-3**.
- V F Se puede establecer una proyectividad no perspectiva ($\bar{\lambda}$) entre las series **t** y **s**, siendo la correspondencia entre las parejas de puntos **2-4**, **1-M** y **N-3**.
- V F Se puede establecer una proyectividad perspectiva entre las series **t** y **c**, siendo impropio el centro perspectivo y siendo correspondencia entre las parejas de puntos **1-3** y **N-P**.
- V F Se puede establecer una proyectividad perspectiva entre las series **t** y **c**, siendo **O** el centro perspectivo y **2** el punto doble.

- Dada la Fig. 2 adjunta:

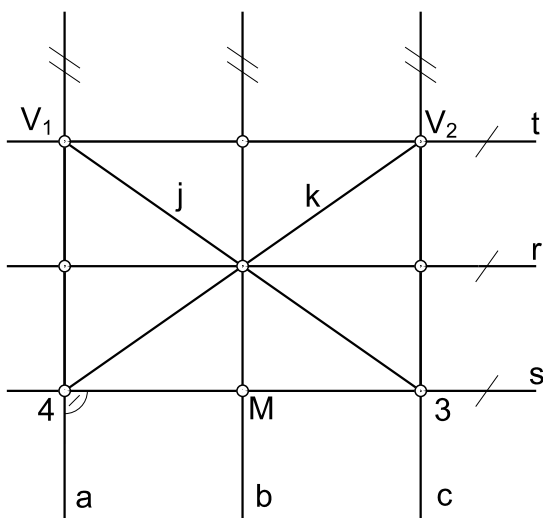


Fig. 2

- V F Se puede establecer una proyectividad perspectiva ($\bar{\pi}$) entre los haces **V₁** y **V₂**, siendo impropio el eje perspectivo ($e_{\bar{\pi}}$) y siendo la correspondencia entre las parejas de rayos **a-c** y **t-t**.
- V F Queda establecida una proyectividad perspectiva entre los haces **V₁** y **V₂**, siendo impropio del eje perspectivo y siendo la correspondencia entre parejas de rayos paralelos.
- V F Se puede establecer una proyectividad no perspectiva ($\bar{\lambda}$) entre los haces **V₁** y **V₂**, siendo la correspondencia entre las parejas de rayos **a-t**, **t-c** y **j-k**.
- V F Queda establecida una proyectividad perspectiva entre los haces **V₁** y **V₂**, siendo impropio el eje perspectivo.



1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

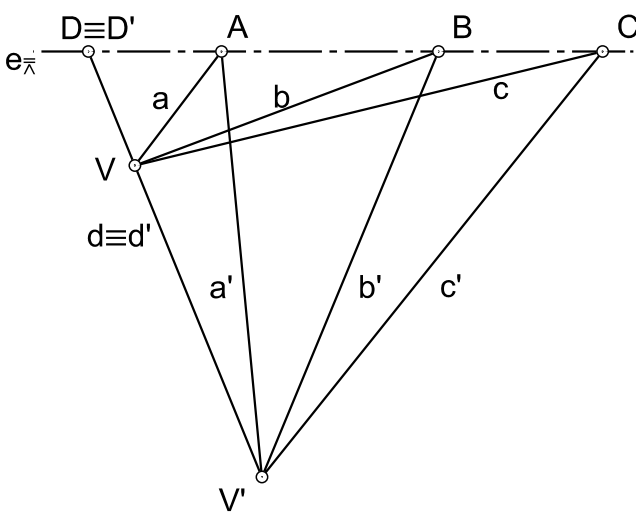
NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

La descripción siguiente y su figura asociada tienen su dual proyectivo que hay que completar en el lado derecho, tanto en el texto como en la figura geométrica asociada.

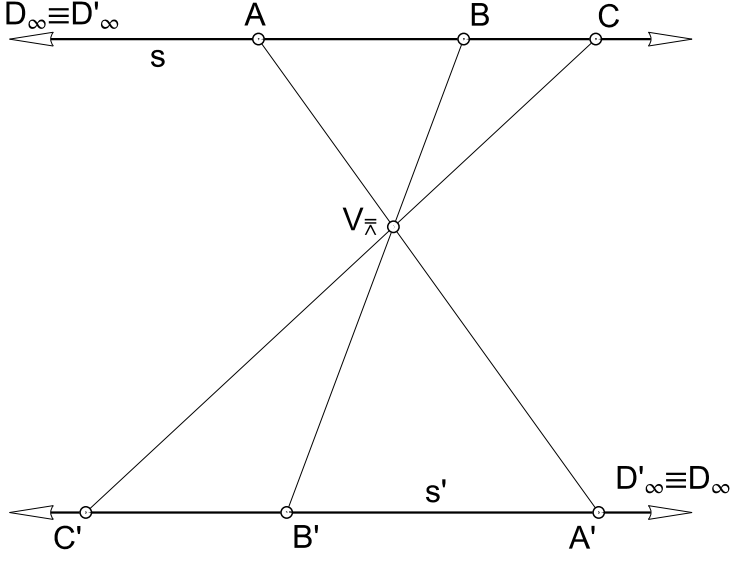
En la figura inferior dos haces perspectivos:

Sean tres rayos **a**, **b** y **c** pertenecientes al haz **V** que tienen por transformados los rayos **a'**, **b'** y **c'** del haz **V'**. Los puntos de intersección de los pares de rayos homólogos pertenecen al eje perspectivo $e_{\bar{\lambda}}$. El rayo común a los dos haces es el rayo doble de la transformación.



En la figura inferior dos series perspectivas:

Sean tres puntos **A**, **B** y **C** pertenecientes a la serie **s** que tienen por transformados los puntos **A'**, **B'** y **C'** de la serie **s'**. Los rayos que proyectan a los pares de puntos homólogos pertenecen al centro perspectivo $V_{\bar{\lambda}}$. El punto común a las dos series es el punto doble de la transformación.



El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1^{er} Apellido

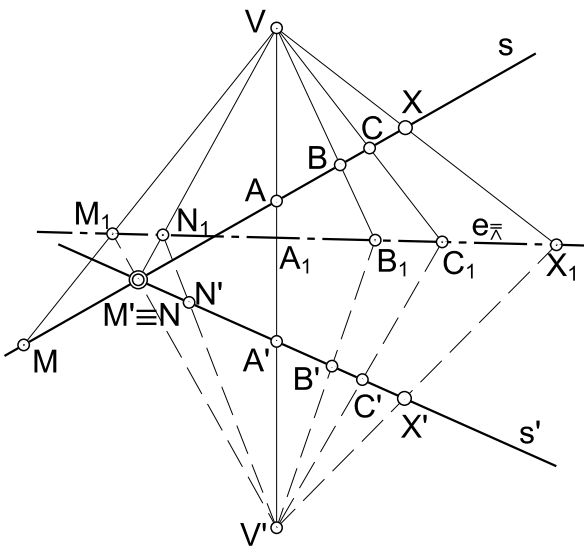
2^o Apellido

Nombre

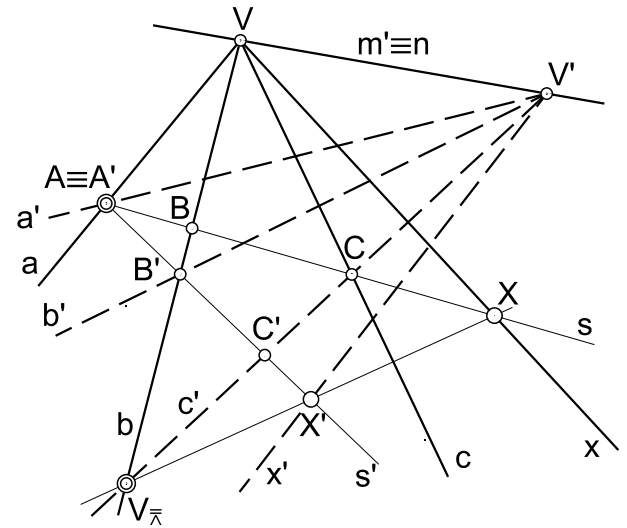
NOTA

Las descripciones siguientes y sus figuras asociadas tienen su correspondiente dual proyectivo que hay que completar, tanto en el texto como en la figura geométrica asociada.

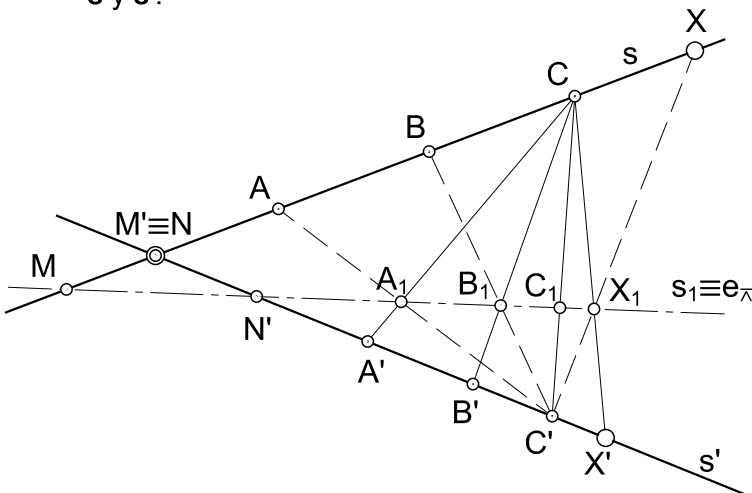
En la figura inferior dos *series proyectivas* $s\bar{s}'$:
Se *proyectan* las respectivas series proyectivas desde centros V y V' de la recta que pase por dos puntos homólogos, para que los *haces* proyectantes sean *perspectivos* $V\bar{V}'$. El eje perspectivo $e_{\bar{\pi}}$ de estos dos *haces* permite obtener los *puntos* homólogos de otros dados; los X', M' y N' .



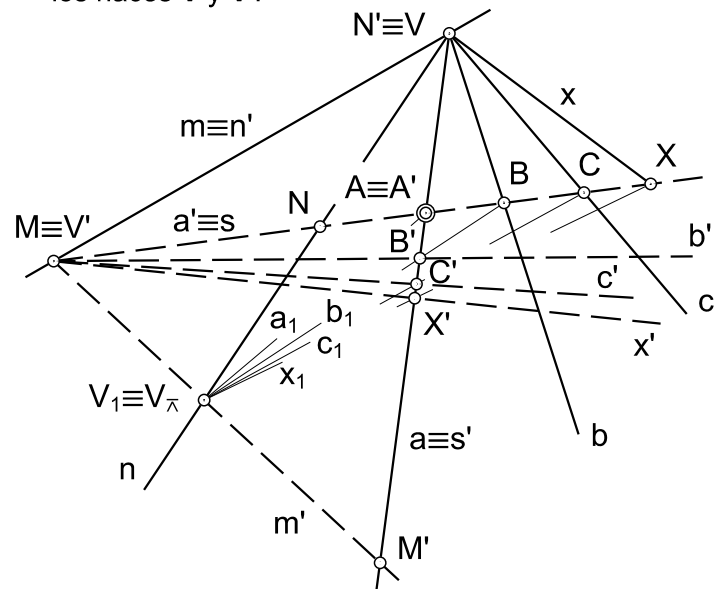
En la figura inferior dos *haces proyectivos* $V\bar{V}'$:
Se *seccionan* los respectivos haces proyectivos con bases s y s' que pasen por el punto común de dos rayos homólogos, para que las *series* sección sean *perspectivas* $s\bar{s}'$. El centro perspectivo $V_{\bar{\pi}}$ de estas dos *series* permite obtener los *rayos* homólogos de otros dados; los x', m' y n .



En la figura inferior dos *series proyectivas* $s\bar{s}'$:
Para determinar la base de la serie $(A_1B_1C_1\dots)$ se toman como *centros de los haces* proyectantes dos puntos homólogos, $C-C'$. Las series dadas $s(ABC\dots)$ y $s'(A'B'C'\dots)$ son perspectivas con la serie $(A_1B_1C_1\dots)$. Al eje perspectivo s_1 de los dos haces proyectantes se le denomina eje proyectivo $e_{\bar{\pi}}$ de las series s y s' .



En la figura inferior dos *haces proyectivos* $V\bar{V}'$:
Para determinar el centro del haz $(a_1b_1c_1\dots)$ se toman como *bases de las series secantes* dos rayos homólogos, $a-a'$. Los haces $V(abc\dots)$ y $V'(a'b'c'\dots)$ son perspectivas con el haz $(a_1b_1c_1\dots)$. Al centro perspectivo V_1 de las dos series sección se le denomina *centro proyectivo* $V_{\bar{\pi}}$ de los haces V y V' .





El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1er Apellido																				
2º Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Decir el valor de la razón doble de las cuaternas de rayos siguientes:

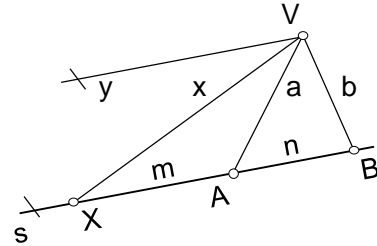
$(xyab) = m/(m+n)$

$(yxab) = (m+n)/m$

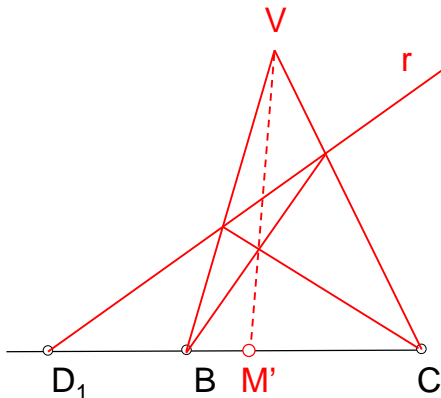
$(xyba) = (m+n)/m$

$(aybx) = -n/m$

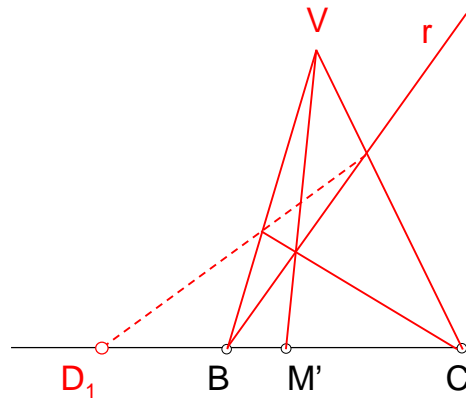
$(baxy) = (m+n)/m$



2.- Obtener el cuarto elemento de una cuaterna armónica aplicando la construcción de un cuadrivértese completo:



$(D_1 M' B C) = -1$



$(D_1 M' B C) = -1$



El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

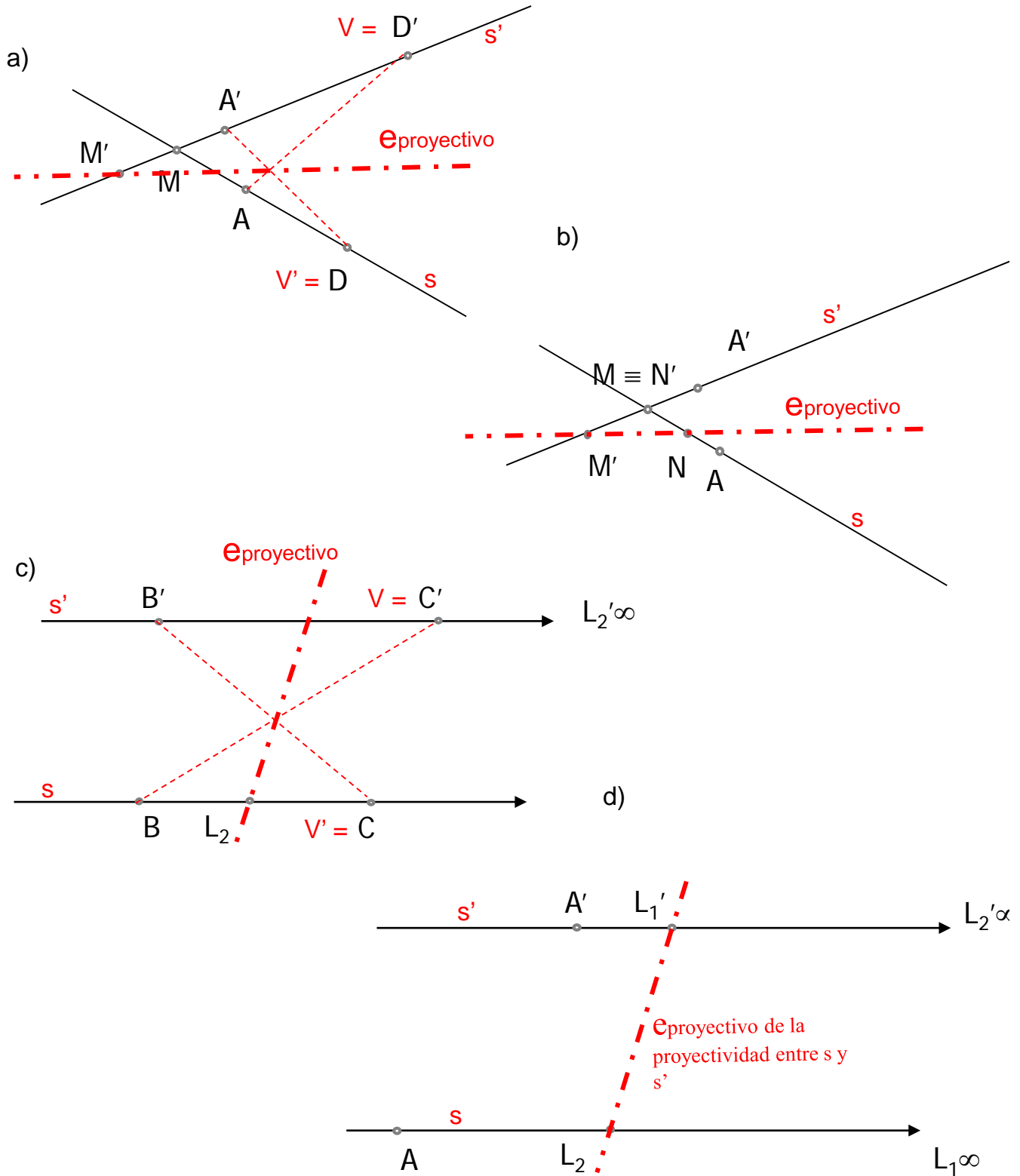
1er Apellido

2º Apellido

Nombre

NOTA

1.- Obtener el eje proyectivo. Poner notación según los conceptos empleados..



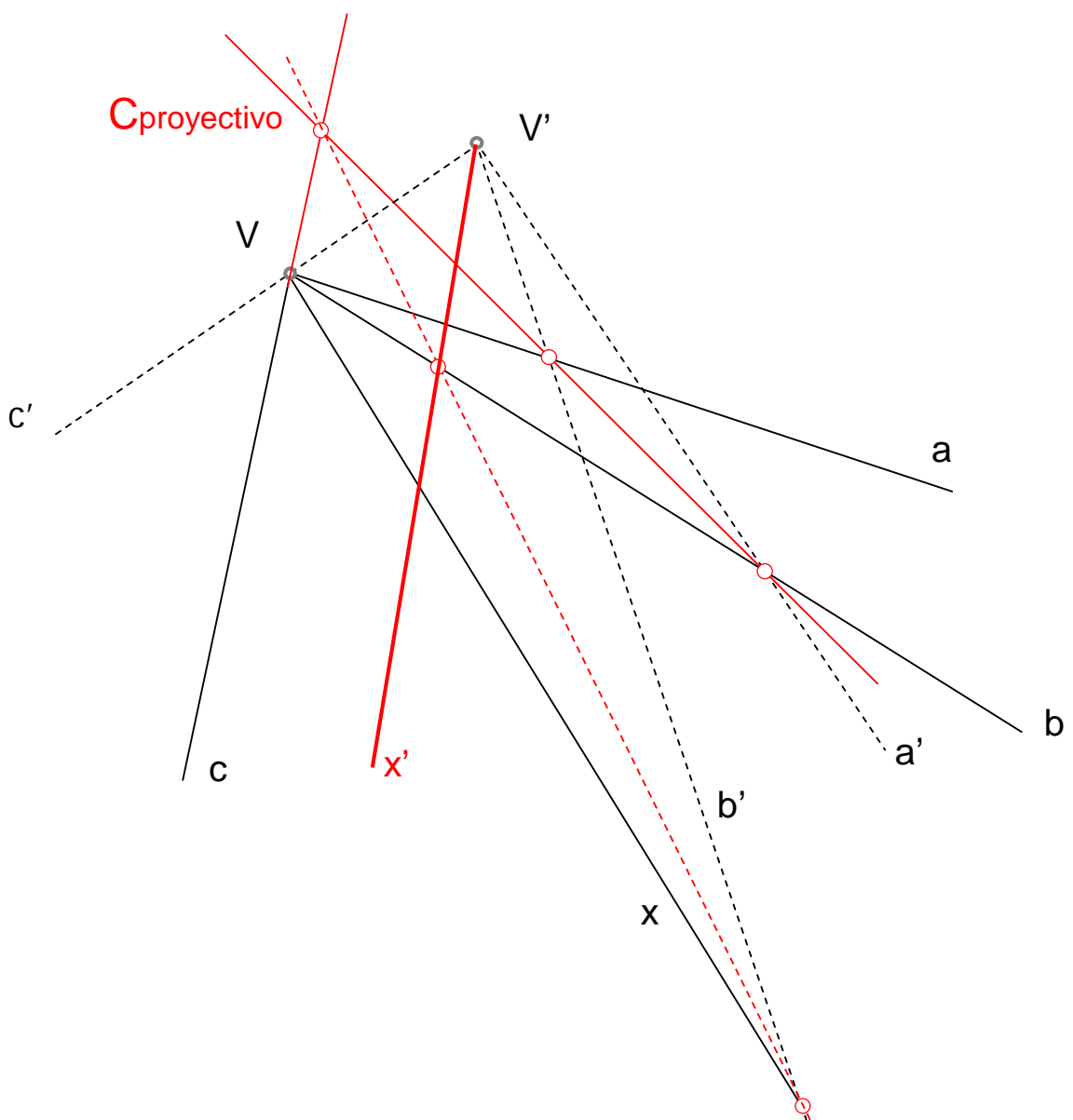


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Determinar el centro proyectivo y el homólogo de x. Notación y esquema de explicación razonada



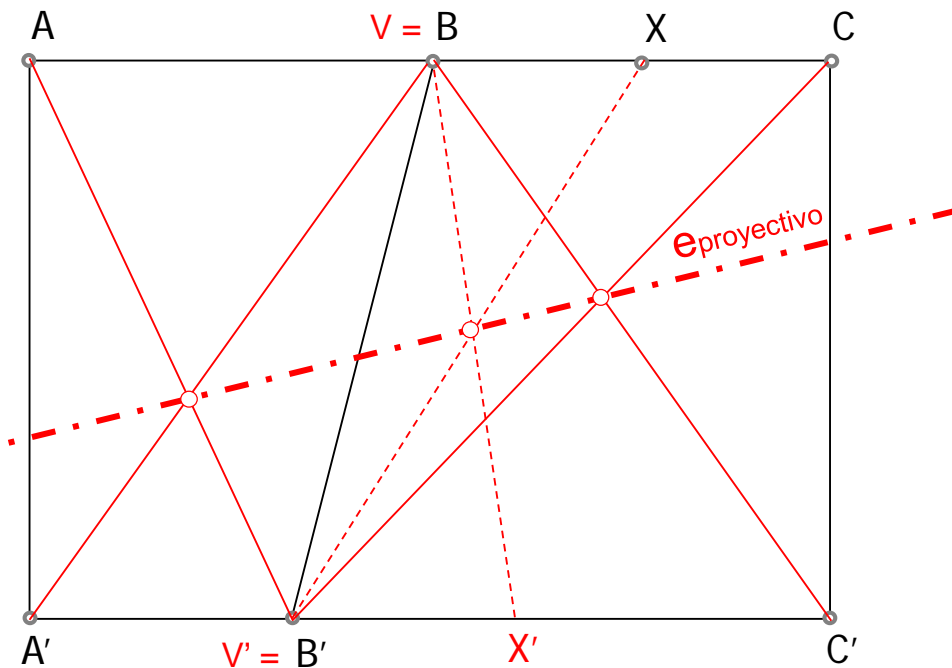
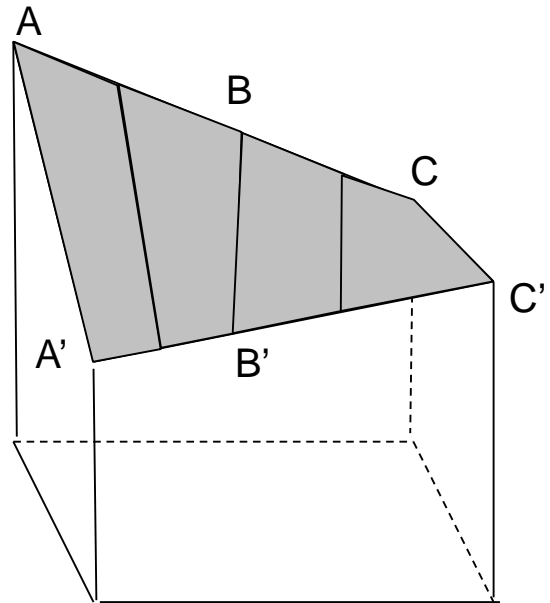


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- Determinar el homólogo de X, para completar el diseño de una superficie, en la que se cumple que $(ABCX)=(A'B'C'X')$. Notación y esquema de explicación razonada



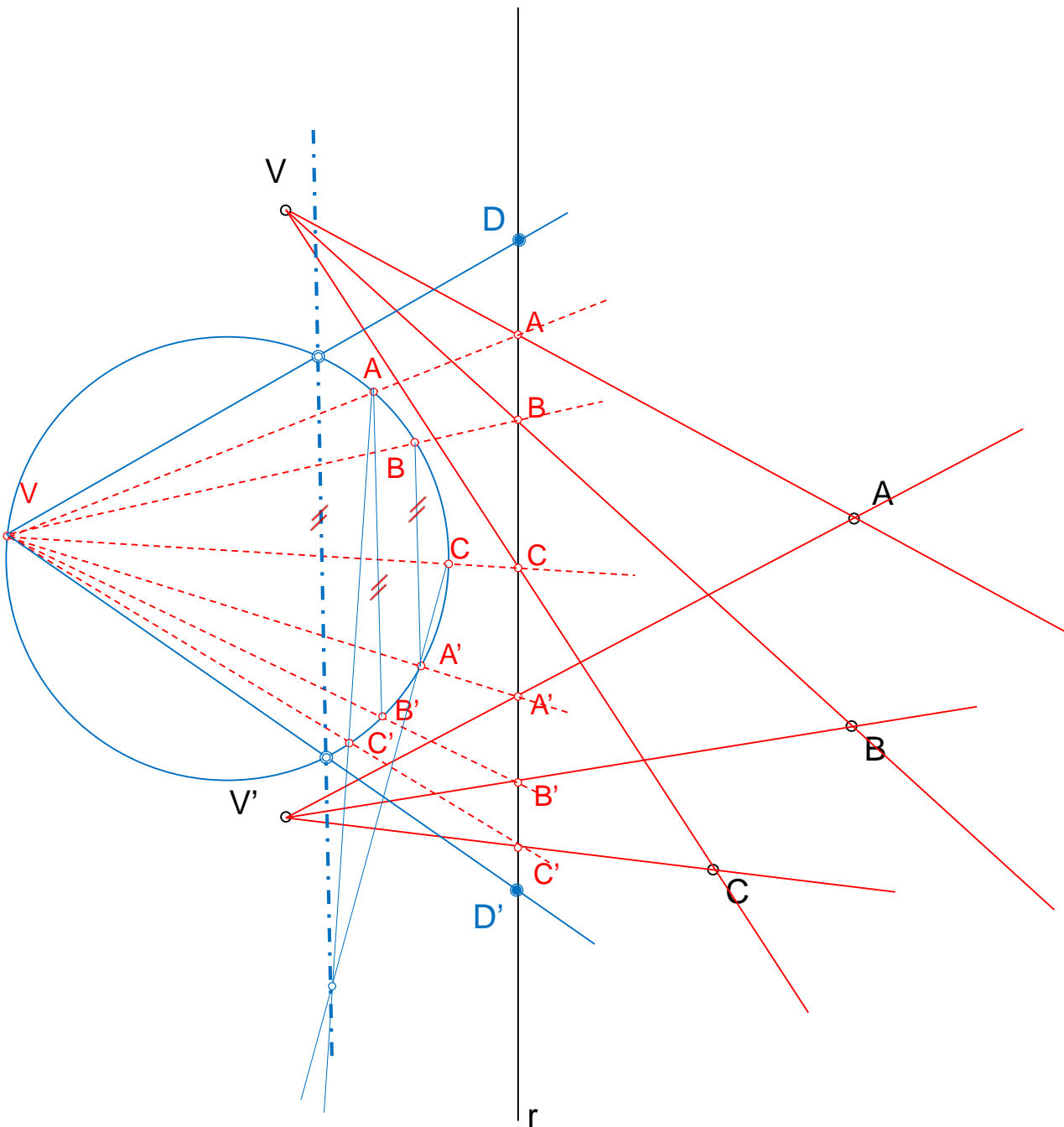


1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- Una cónica está dada por los puntos V, V', A, B y C . Obtener los puntos de intersección con la recta r . Notación y esquema de ER. Enunciar el problema dual.

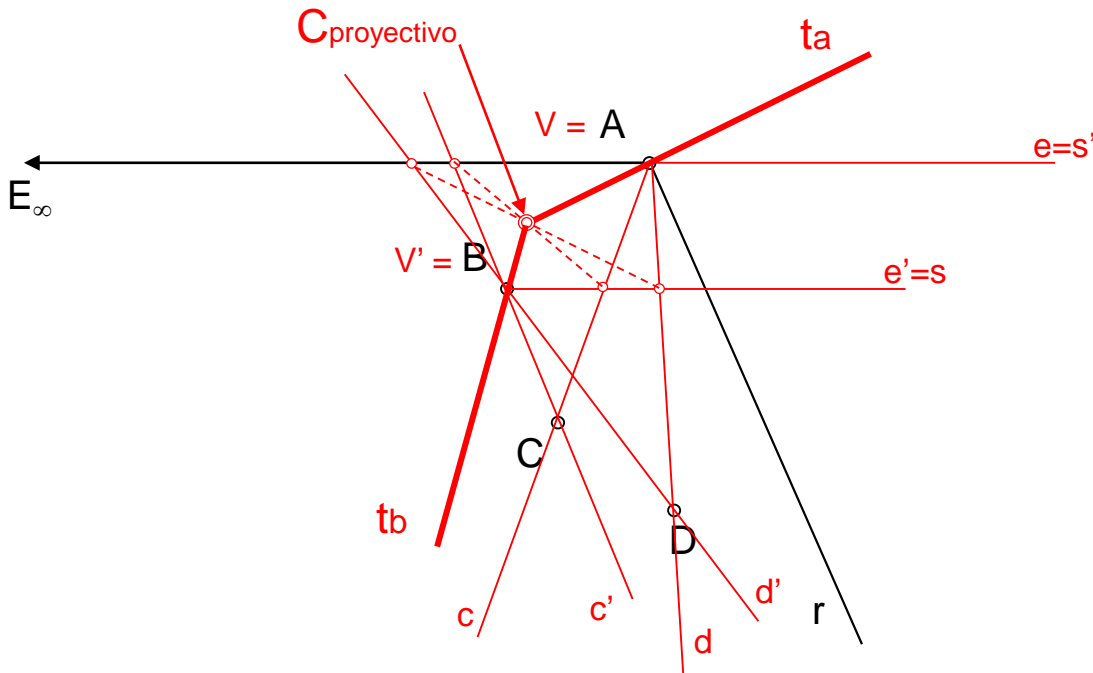


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

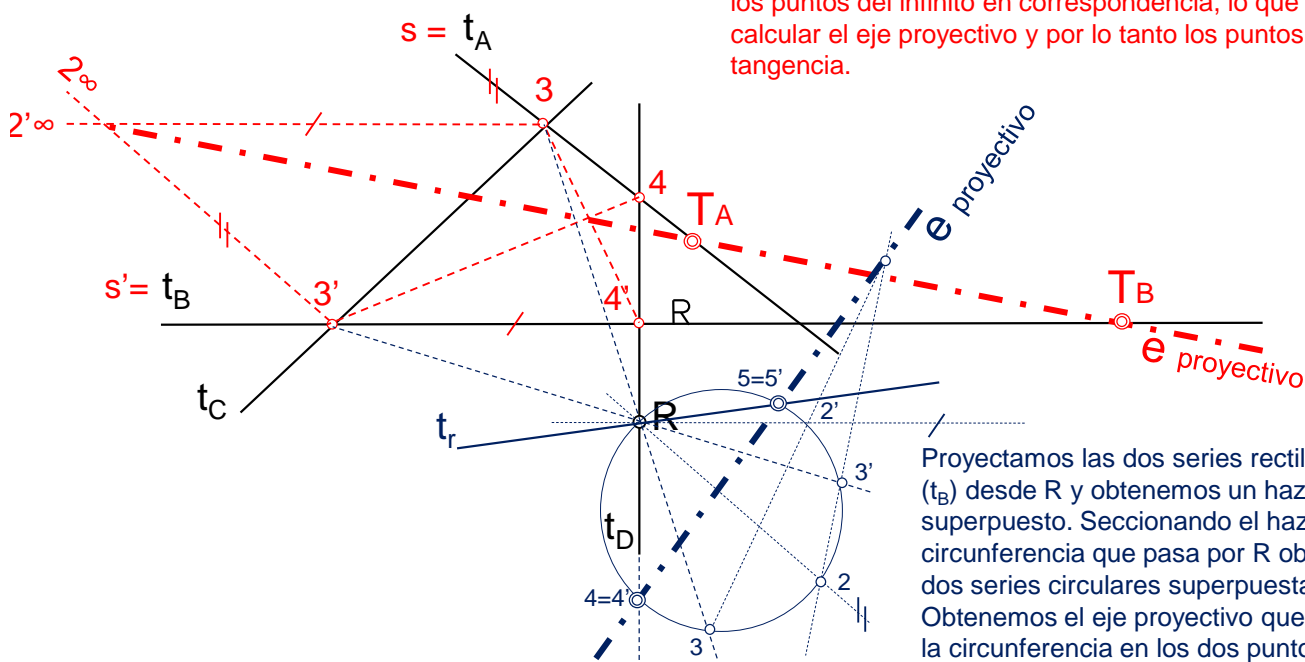
NOTA

1.- Determinar las tangentes t_A , t_C e intersección de la recta r con la cónica hiperbólica ($ABCDE_\infty$). Notación y esquema de ER.



2.- Determinar los puntos de tangencia T_A , T_B y la otra recta tangente desde el punto R a la cónica parabólica ($t_A, t_B, t_C, t_D, t_\infty$). Notación y esquema de ER

Al ser tangente la recta impropia, caso de parábola, las dos series proyectivas basadas en dos tangentes tienen los puntos del infinito en correspondencia, lo que permite calcular el eje proyectivo y por lo tanto los puntos de tangencia.



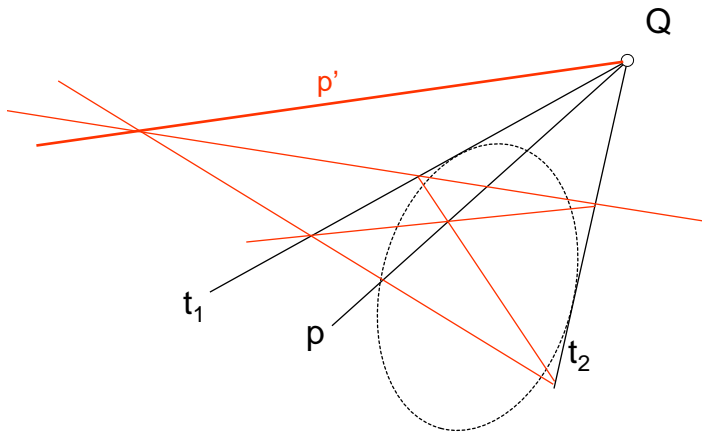
Proyectamos las dos series rectilíneas (t_A) y (t_B) desde R y obtenemos un haz superpuesto. Seccionando el haz con la circunferencia que pasa por R obtenemos dos series circulares superpuestas. Obtenemos el eje proyectivo que cortara a la circunferencia en los dos puntos dobles. Los dos rayos dobles del haz serán dos tangentes a la cónica, Una ya es conocida (t_r) y la otra es la tangente pedida (t_r)

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

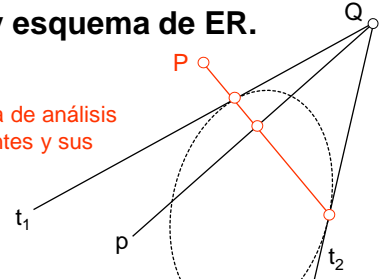
NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- Las tangentes a una cónica desde un punto exterior Q son t_1 y t_2 . Calcular la recta perteneciente al haz Q que pase por el polo de la recta p . Notación y esquema de ER.

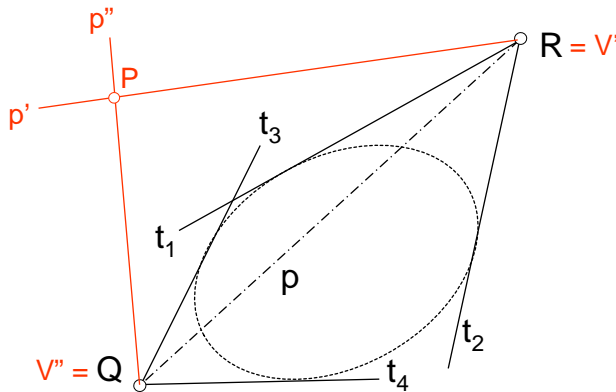


Consideremos como figura de análisis una cónica con dos tangentes y sus puntos de contacto.



El punto de intersección de las tangentes, Q , es el polo de la recta que pasa por los puntos de tangencia y cualquier punto de ella, P , tiene por polar una recta, p , que pasa por Q y corta a la cuerda formando cuaterna armónica. Como la razón doble se conserva, el rayo que proyecta al polo de p , su polar y las dos tangentes forman cuaterna armónica, siendo este invariante lo que resulta de la construcción dada a partir de los datos.

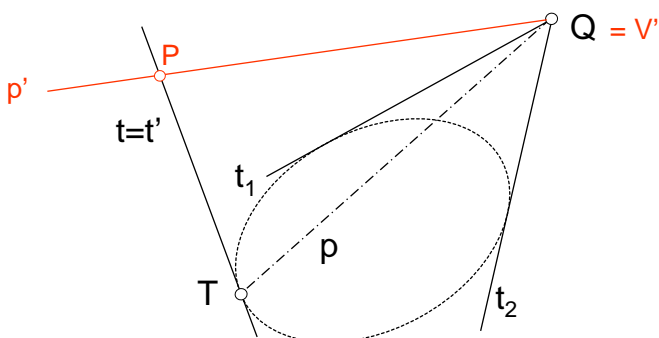
2.- Las tangentes desde R y Q a una cónica son las rectas t_1-t_2 y t_3-t_4 , respectivamente. Calcular el polo de la recta p . Notación y esquema de ER.



Continuando el razonamiento del ejercicio anterior, respecto al haz $R=V'$ el polo P pertenece a la recta que junto con p separan armónicamente a t_1 y t_2 . El razonamiento es igual respecto al haz $Q=V''$, es decir $(p' p t_1 t_2) = -1$.

En este caso, por no reiterar dos veces la construcción de la figura anterior, no hemos acompañado los trazados que determinan p' y p'' como los cuartos armónicos de sus respectivas cuaternas

3.- Los puntos Q y T tienen por tangentes a una cónica las rectas t_1-t_2 y $t=t'$, respectivamente. Calcular el polo de la recta p que pasa por los puntos Q y T . Notación y esquema de ER.



Continuando y hasta repitiendo lo razonado anteriormente, respecto al haz $Q=V'$ el polo P pertenece a la recta que junto con p separan armónicamente a t_1 y t_2 . Teniendo un punto de la cónica y la tangente en él, el polo de cualquier recta que pase por T se encuentra en la recta tangente t .

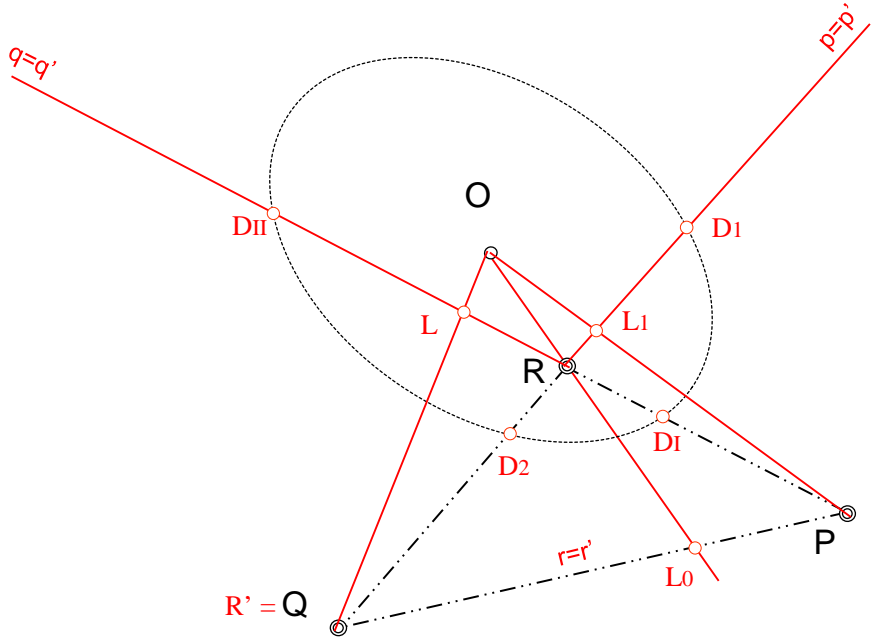
Idénticamente, no hemos acompañado los trazados que determinan a p' como el cuarto armónico, es decir $(p' p t_1 t_2) = -1$

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1.- La cónica está determinada por un triángulo autopolar PQR y el centro O. Calcular la intersección con la cónica de los lados de dicho triángulo. Notación y esquema de ER

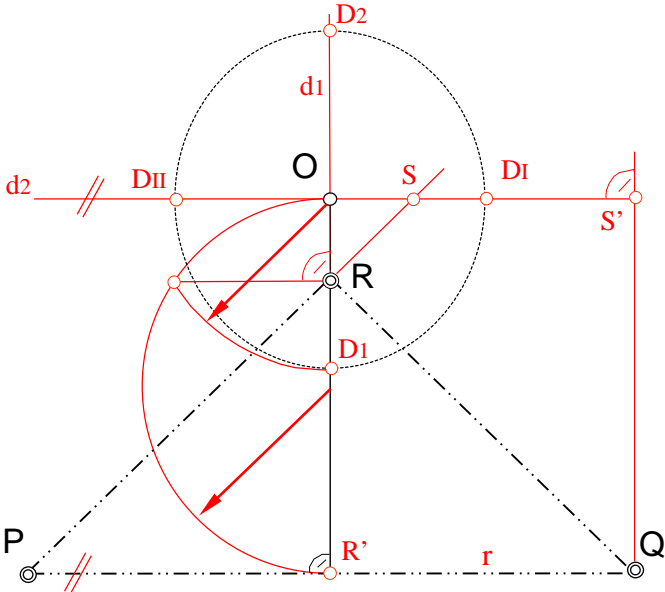


Los puntos de intersección con la cónica son los puntos dobles de las involuciones subordinadas.

La involución, en cada una de las dos rectas secantes $p=p'$ o $q=q'$, hace corresponder por parejas los vértices del triángulo, y, como los diámetros tienen su polo en el infinito, los diámetros OQ y OP cortan a las dos involuciones en los puntos límite L_1 y L_2 , cumpliéndose con los puntos dobles D_1 y D_2 que $L_1D_1 \cdot L_2D_1 = L_1D_2 \cdot L_2D_2 = L_1R \cdot L_2Q$ y con D_1 y D_{II} , $LD_1 \cdot LD_{II} = LD_{II} \cdot LD_{II} = LR \cdot LP$, por lo que se pueden obtener dichas distancias con cualquiera de las construcciones de la media geométrica, aunque estas últimas construcciones no se han incorporado al dibujo.

Respecto a la recta no secante, la involución queda igualmente determinada sobre $r=r'$, L_0 y $P-Q$, pero ahora los puntos dobles son imaginarios conjugados.

2.-El triángulo PQR autopolar es isósceles y O es el centro de la cónica. Calcular los ejes de la cónica, obteniendo además la medida de ambos. Notación y esquema de ER



La recta OR , por ser un diámetro tiene su polo en el punto impropio de r , y como forman 90° , éstas son ya las direcciones de los ejes principales. La medida $OD_1 = OD_2$ es media geométrica entre OR y OR' .

En el diámetro horizontal, se vuelve a establecer la involución en que O es el punto límite y $S-S'$ un par conjugado siendo, como antes, la medida $OD_1 = OD_{II}$ media geométrica entre OS y OS' .

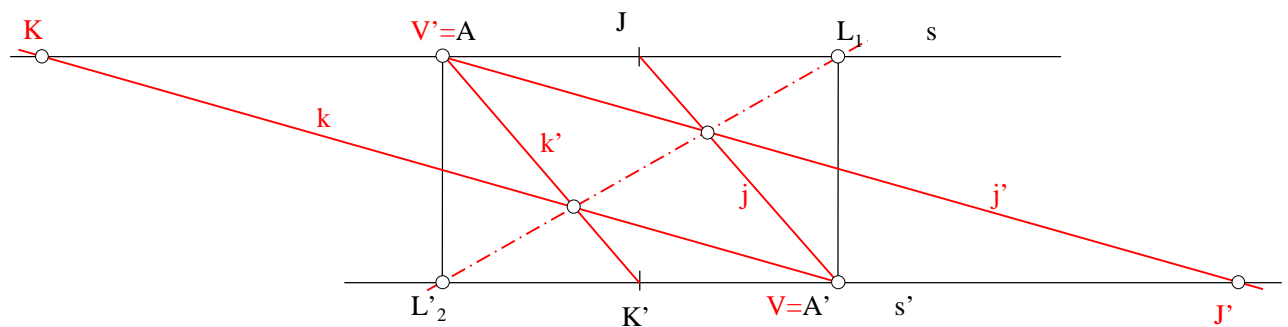
Esta última construcción que, por cierto, el alumno aventajado podría simplificar considerablemente, no la hemos incluido.

El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

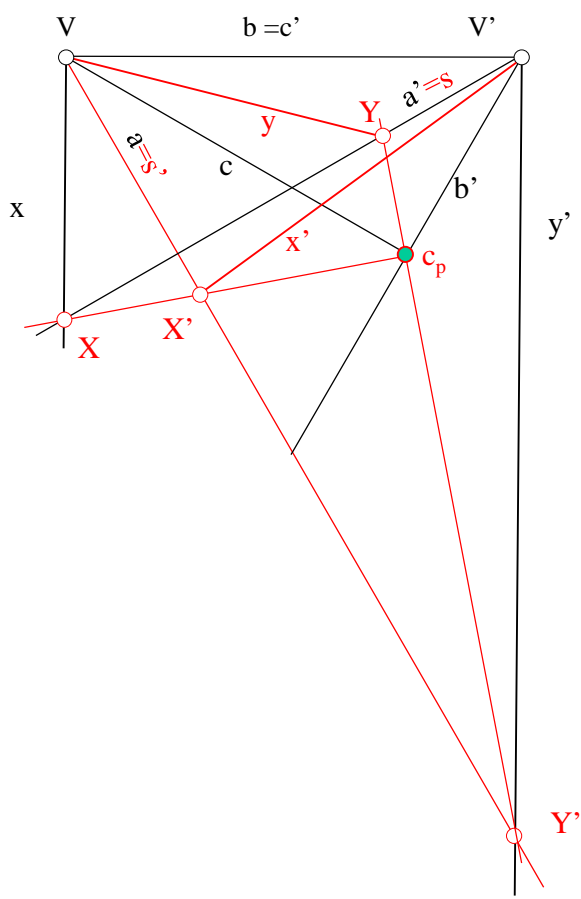
1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

1.- La proyectividad entre dos series separadas queda determinada por los vértices de un rectángulo, en los que tenemos A-A' y los dos puntos límite. Calcular los transformados proyectivos de los dos puntos medios de los lados horizontales.



2.- Por medio de un triángulo equilátero y dos de sus medianas, está determinada la proyectividad entre dos haces por los pares homólogos a-a', b-b' y c-c', determinar los rayos transformados de los dos rayos verticales x e y.

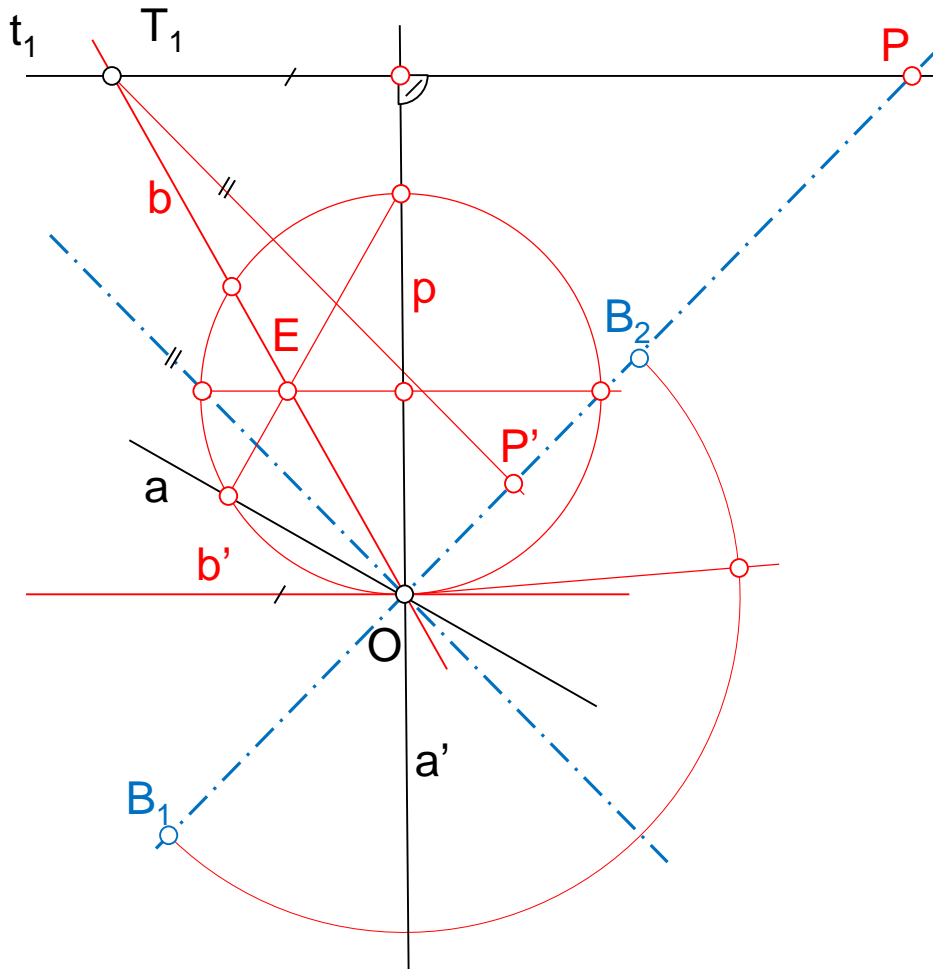


El ejercicio debe ir acompañado de una **Explicación Razonada** en la que se exponga de forma breve y concisa los conceptos teóricos en los que se fundamenta la resolución del problema. Una **Figura de Análisis** puede ayudar a reforzar los conceptos expuestos.

1 ^{er} Apellido																				
2 ^o Apellido																				
Nombre																				

NOTA

2.- Determinada la cónica por la tangente t_1 , el punto de tangencia T_1 , el centro O y una pareja de diámetros conjugados a - a' . Determinar los ejes de la cónica y la magnitud de uno de ellos.



La involución de diámetros conjugados queda determinada por a - a' y la recta OT_1 que es conjugada de la paralela por O a t_1 , por ser T_1 y t_1 polo y polar.

Los ejes de simetría son los rayos homólogos ortogonales de la involución antes determinada. Su obtención, entre tantas otras, puede llegar por mediación de una circunferencia auxiliar que pase por la base de los haces, siendo aquellos rayos homólogos que pasan por puntos diametrales de la referida circunferencia.

Los extremos de uno de los ejes coincide con los puntos dobles de la involución subordinada por la cónica sobre el referido diámetro. Queda determinada la involución por su punto límite $L=O$ y por una pareja de homólogos P - P' , por estar cada cual en la polar del otro.

Se acepta como gran parte de la explicación razonada una o varias figuras de análisis, siempre que su notación y la de las construcciones se correspondan en el lenguaje gráfico.

