ETSI Montes, Forestal y del Medio Natural Matemáticas II. Curso 2019-2020.
Hoja 6: Problemas de máximos y mínimos

$\boxed{6.1}$ Sea $f(x,y) = y^3 + yx^2$.

a) Dibuja las curvas de nivel $f(x,y) = 0,\ f(x,y) = 1,\ f(x,y) = -1$.

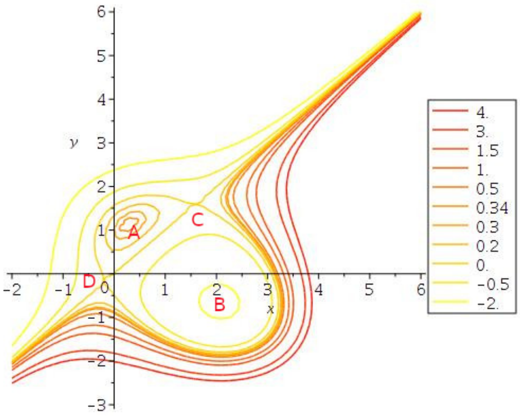
b) Determina los puntos críticos de f.

c) Clasifica los puntos críticos de f.

$\boxed{6.2}$ Analiza los puntos críticos de las siguientes funciones:

$$f(x,y) = x^3 + y^3 - 12xy$$
$$g(x,y) = y^2x - yx^2 + xy$$
$$h(x,y) = x^3 + y^4 - 6x - 2y^2$$

$\boxed{6.3}$ Determina si los puntos A, B, C y D de la gráfica son máximos locales, mínimos locales o puntos de silla:



$\boxed{6.4}$ Encuentra tres números positivos x, y, z tales que xyz es máximo sujeto a $x + y + z = 18$

$\boxed{6.5}$ Determina los extremos relativos de la función $z = x^3 - 6xy + y^3$.

$\boxed{6.6}$ Determina y clasifica los puntos críticos de $f(x,y) = x^2 - 2xy^2 + y^4 - y^5$.

$\boxed{6.7}$ Determina y clasifica los puntos críticos de $f(x,y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$.

$\boxed{6.8}$ Sea $f(x,y) = (x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 - y^2) + 3$. Determina y clasifica sus puntos críticos.

$\boxed{6.9}$ Determina los máximos y mínimos de $f(x,y) = x^2 + y^2 + 3y$ sobre la hipérbola $x^2 - y^2 + 1 = 0$.

$\boxed{6.10}$ Considera el círculo $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 25\}$ y la función

$$f(x,y) = (\alpha - 2)x^2y + \alpha y \qquad (\alpha \in \mathbb{R})$$

Estudia si para algún valor de $\alpha \in \mathbb{R}$ el punto $(4,3)$ es extremo absoluto de la función f restringida al círculo D. Justifica si es máximo o mínimo.

$\boxed{6.11}$ Calcular la distancia del punto $A(2, -2, 3)$ al plano $\pi : 6x + 4y - 3z = 2$. ¿En qué punto se alcanza?

$\boxed{6.12}$ Halla las dimensiones del contenedor (con forma de prisma rectangular) abierta por arriba que resulta más económico de fabricar, sabiendo que debe tener capacidad para 96 metros cúbicos y que el material empleado en la base cuesta 30 céntimos por metro cuadrado mientras que el empleado en las paredes laterales sale a 10 céntimos por metro cuadrado.

$\boxed{6.13}$ Halla los semiejes de la elipse centrada en el origen $5x^2 + 6xy + 5y^2 = 8$.

$\boxed{6.14}$ Calcula los extremos absolutos de $f(x, y, z) = x + 3xy - z^2$ en la esfera unidad.

$\boxed{6.15}$ La temperatura en cada punto de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 50$ viene dada por $T(x, y, z) = 100 + x^2 + y^2$. Halla la temperatura máxima sobre la curva interserccián de la esfera con el plano $x - z = 0$.

$\boxed{6.16}$ Sea la función $F : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$F(x, y) = \frac{1}{3}(x^2 + y^2)^{3/2} - 2x - y^2$$

a) Obtén y clasifica los puntos críticos de F.

b) Calcula razonadamente el máximo y el mínimo absolutos, si existen, de la función F tras restringirla al conjunto

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$$

$\boxed{6.17}$ Calcula los extremos absolutos y relativos de la función $f(x, y) = xy$ sobre el conjunto $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4,\ x \leq 2 - y\}$.

$\boxed{6.18}$ Calcula la distancia del punto $(4, 4, 10)$ a la esfera $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 25$.

$\boxed{6.19}$ Una empresa utiliza niobio y tántalo para obtener un producto de alte tecnología. La cantidad de producto obtenida viene dada por

$$C(n, t) = nt - n - t + 1,$$

donde n es la cantidad de niobio utilizada y t la de tántalo (por razones técnicas, ambdas n y t deben ser mayores o iguales que 1). Si en el mercado internacional de metales raros de Londres se cotizan el niobio a N euros/onza y el tántalo a T euros/onza, y la empresa tiene una capacidad financiera máxima de compra de materias primas de E euros, ¿cuáles deben ser las cantidades de niobio y tántalo utilizadas para maximizar la producción? ¿Cuál será el valor de la producción maximizada?