

5.1] Calcula la ecuación del plano tangente a la gráfica de  $f(x, y) = 5x + 4y^2$  en el punto  $(2, 1)$ .

5.2] Indica la ecuación del plano tangente al elipsoide  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 36$  en el punto  $(1, 2, 3)$ .

5.3] Dada la función  $f(x, y) = e^{2x+y}$  halla los puntos en los que la derivada direccional de  $f$  en el punto  $(x, y)$  según la dirección del vector  $(3, 4)$  es igual a  $2e$ .

5.4] Sea

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y - y^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & x = 0 = y \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de  $f$ .

b) Estudia la continuidad de las derivadas parciales de  $f$ .

5.5] Sea la función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2y^n}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & x = 0 = y \end{cases}$$

a) Para  $n = 1$  analiza y describes sus curvas de nivel.

b) En el caso  $n = 3$ ,

i) estudia la diferenciabilidad de  $f$  en el punto  $(0, 0)$

ii) calcula el valor de las derivadas direccionales de  $f$  en  $(0, 0)$ .

5.6] Sea  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una función diferenciable en  $\mathbb{R}^2$  tal que el plano tangente a su gráfica en el punto  $(1, 1, -2)$  es  $2x - (a + 1)y + 2z = b + 1$  y  $D_v f(1, 1) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , donde  $v$  es el vector unitario que forma con la parte positiva del eje OX un ángulo de  $\frac{\pi}{4}$ .

a) Calcula los valores de  $a, b \in \mathbb{R}$ .

b) Encuentra un vector  $w$  tal que  $D_w f(1, 1) = 0$ .

5.7] Utilizando una aproximación a la gráfica de  $f(x, y, z) = x^3y^4z^{-1}$  mediante un plano tangente, estima el valor de

$$\frac{3,99^3 \cdot 1,01^4}{1,98}$$

5.8] Dada la función  $w = 3st$ , con  $s = x^2 - y^2$ ,  $t = \frac{y}{x}$ .

a) ¿Cuál es la dirección de máximo crecimiento de  $w$  en  $x = y = 1$ ? ¿Y la de máxima disminución?

b) Determinar la derivada direccional en el punto dado en la dirección en la que  $w$  crece con mayor rapidez.

c) Calcula la matriz Hessiana de  $w$ .

5.9] Halla razonadamente todos los puntos del conjunto  $(0, 2\pi) \times (0, 2\pi)$  en los que el plano tangente a la gráfica de la función  $f(x, y) = \frac{e^{x \cdot \sin y}}{x}$  es horizontal. Señala la ecuación de esos planos.

5.10] Calcula las derivadas parciales de segundo orden de

$$f(x, y) = x^3 + y^2e^x \quad g(x, y) = \log(x^3 + y^3) \quad h(x, y) = \frac{x}{x + 4y}$$