Problema 2 (45 minutos, 5 puntos)
Como consecuencia de añadir un bloqueador-muestreador a un sistema continuo de regulación de temperatura mediante termostato se obtiene el siguiente sistema equivalente discreto (una vez reducido):

$$G(z) = \frac{2z}{z-2}$$

Se pide

1. Razónese **sin realizar ningún cálculo previo** acerca de la causalidad, retardo y estabilidad del sistema. Determine a) el valor inicial y final ante entrada escalón unitario; b) la ecuación en diferencias que caracteriza el sistema; c) Termino general de la salida ante entrada escalón unitario.

2. a) Determine los valores del compensador proporcional que representan cambios en el comportamiento del sistema **en lazo cerrado** (considere realimentación unitaria entrada escalón unitario) en relación con la estabilidad y forma del transitorio. b) Repita los cálculos para el sistema retardado una unidad.

3. ¿Qué es un sistema híbrido? ¿Qué se entiende por un bloqueador de orden k? Indique la ecuación característica del bloqueador de orden cero y orden 1. Dibuje la respuesta temporal de ambos bloqueadores ante el impulso discreto. ¿Cuál es la relación entre dicha respuesta y la ecuación característica?

4. El sistema $G(z) = \frac{2z}{z-2}$ es el equivalente discreto obtenido fruto de la siguiente aproximación (no convencional) al operador derivada:

$$\left.\frac{dx(t)}{dt}\right|_{t=KT} \simeq \frac{x_k + \frac{1}{2}x_{k-1} - x_{k-2}}{T}$$

   Determine el cambio de variable (relación entre variables s y z) del sistema continuo G(s) para el que G(z) se comporta de manera semejante considerando un periodo de muestreo de 1 segundo.

SOLUCION

1. Sistema inestable, causal y con retardo nulo

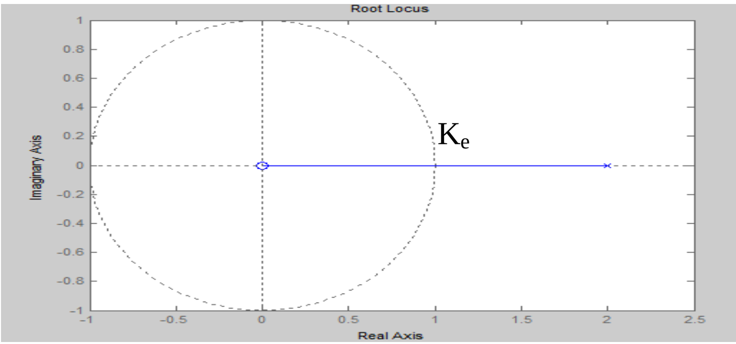
0,5 a) $y_0 = 2;\ y_\infty = \infty$

1 b) $y_k - 2y_{k-1} = 2u_k$

1 c)
$$Y(z) = G(z)\frac{z}{z-1} = 2z^2 \frac{1}{(z-1)(z-2)} = 2z^2[\frac{-1}{z-1} + \frac{1}{z-2}]$$
$$Z^{-1}(Y(z)) = 2\left\{2^{k+1} - 1\right\}$$

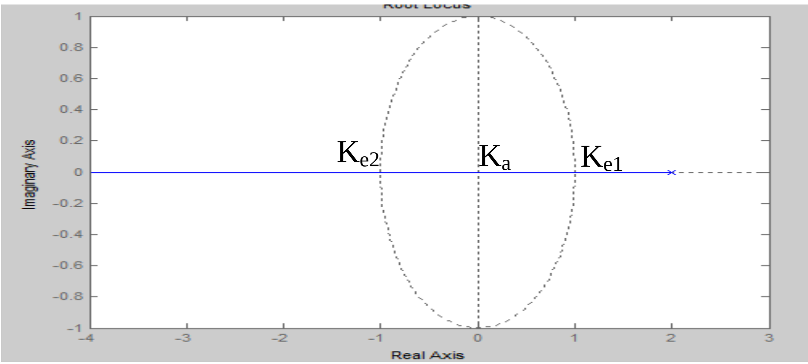
2.

1 a) $G(z) = \dfrac{2z}{z-2}$



Aplicando criterio del modulo: $|k| = \dfrac{\prod dp}{2\prod dz}$: K_e=0,5. El sistema es estable para valores de k tal que 0,5<k<∞. Para valores de k dentro de la estabilidad, el sistema se comporta como un primer orden.

1,5 b) $G(z) = \dfrac{2}{z-2}$

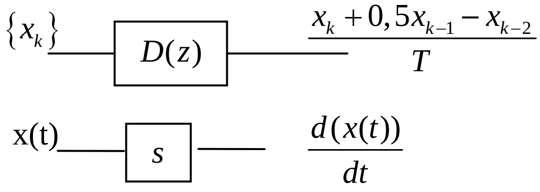


Aplicando criterio del modulo: $|k| = \dfrac{\prod dp}{2\prod dz}$: Ke1=0,5. Ke2=1,5 y Ka=1

El sistema es estable para valores 0,5<k<1,5. Para valores 0,5<k<Ka el sistema se comporta como un primer orden. Para valores Ka<k<1,5 el sistema se comporta como segundo orden y presenta rizo.

2, 5 3. La respuesta temporal del bloqueador ante el impulso discreto define a dicho bloqueador. La transformada de Laplace de dicha respuesta es la ecuación característica del bloqueador (Ver teoría).

2,5 4. El sistema discreto D(z) que se aproxima al operador derivada queda representado por la ecuación característica dada:



D(z) = $1+0,5z^{-1} - z^{-2}$ (T=1s)

Luego el cambio de variable para la aproximación derivada definida es

$$s = 1+0,5z^{-1} - z^{-2} = \frac{z^2 + 0,5z - 1}{z^2}$$

Nota: Para obtener el sistema G(s) de partida sería necesario calcular la relación inversa: z(s) y realizar el cambio de variable.