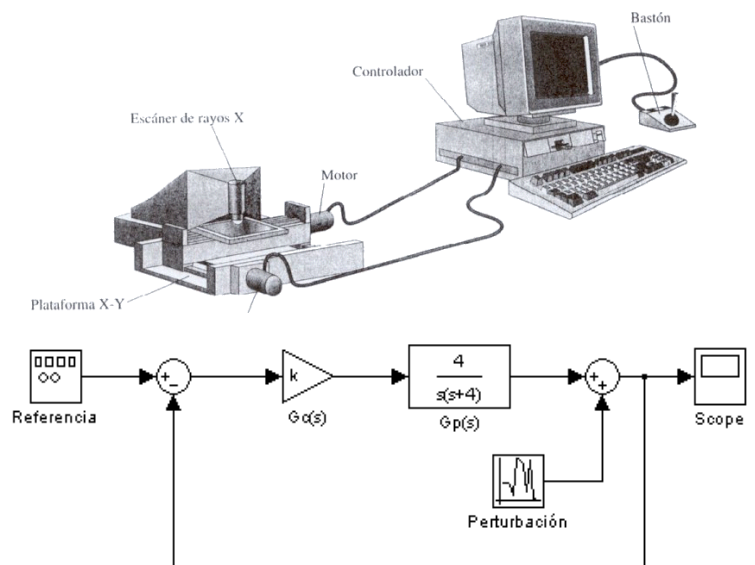


Cuestión

Se utiliza un dispositivo de rastreo digital de rayos X para inspeccionar tarjetas de circuitos impresos, montados en una plataforma X-Y accionada por un tornillo, como se muestra en la figura a). La posición de la plataforma o referencia es calculada por un computador. La figura b) muestra el diagrama de bloques del control proporcional ($G_c(s)=K$) de uno de los ejes de la plataforma. $G_p(s)$ representa la dinámica del motor y la plataforma. Para el sistema realimentado de la figura b), caracterizar la evolución temporal de la salida ante una perturbación de escalón unitario (puede considerar un equivalente reducido). El regulador es de ganancia unitario.



(35 minutos)

Problema 1

Los trenes de levitación magnética circulan suspendidos en el aire, sin contacto físico con el suelo. El objetivo es alcanzar grandes velocidades con un consumo bajo, ya que el único rozamiento es el aerodinámico. La levitación magnética se consigue gracias a unas bobinas que producen una fuerza de levitación que se

puede aproximar según la ecuación $f_l(t) = k_p \frac{i^2(t)}{x^2(t)}$. El peso del

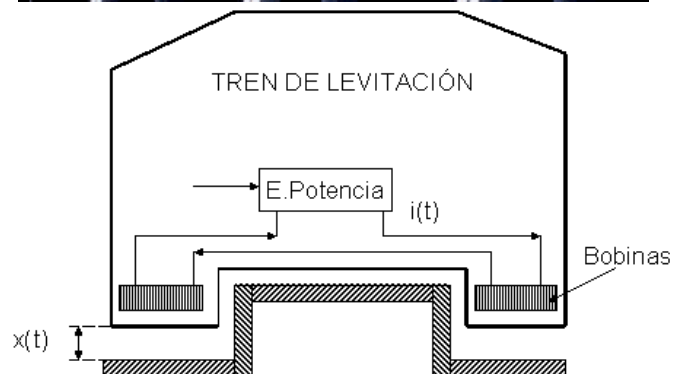
tren se opone a esta fuerza. El conjunto total de estas fuerzas determinan el movimiento vertical del tren. Para poder ajustar el nivel de levitación a un valor de referencia, x_{ref} , se diseña un sistema de control que consta de los siguientes elementos:

- Un sensor que mide el nivel de levitación, se supone instantáneo y de ganancia unidad.
- Un comparador que calcula el error entre el valor de referencia y la medida del sensor.
- Un compensador que a partir de la señal de error, genera una señal que ataca a la unidad de potencia.
- Una etapa de potencia que dado un valor a su entrada, aplica una corriente a las bobinas de forma instantánea y con ganancia unidad.

1. Determinar el punto de reposo de levitación, x_0 , si el valor de la corriente por las bobinas es de 50A.
2. Obtener la función de transferencia $\frac{\Delta x(s)}{\Delta i(s)}$, linealizada en el punto de reposo del apartado anterior.
3. Representar el diagrama a bloques del sistema de control de levitación.
4. Si el compensador es un regulador proporcional, k , determinar el trazado directo del lugar de las raíces a partir del modelo linealizado. ¿Para qué valores de k se hace estable?
5. Cambiando el compensador a un regulador proporcional-derivativo, PD, de la forma $G_c(s) = k(1 + sT_d)$, con un tiempo del derivador de 1 segundo, dibujar el nuevo trazado directo del lugar de raíces y para qué valores de k se hace estable.

Datos: $M = 1000 \text{ kg}$ (Masa del tren), $g \approx 10 \text{ m/s}^2$, $k_p = 0.04 \text{ Nm}^2/\text{A}^2$

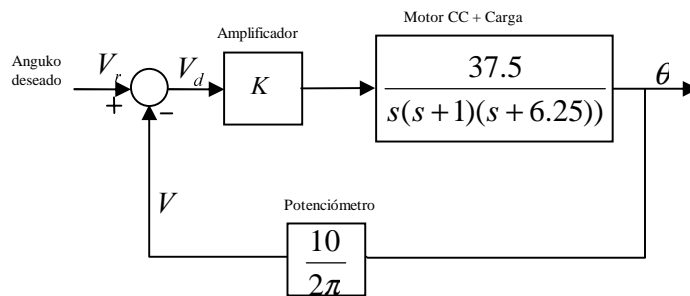
(50 minutos)



Problema 2

El sistema de la figura representa un servomecanismo de posición cuyo objetivo es que el ángulo del eje (θ) siga lo mejor posible a la referencia θ_r . Para ello, el ángulo *deseado* se codifica mediante una tensión V_r que se compara con la tensión V obtenida a partir del ángulo θ del eje mediante un potenciómetro lineal cuya constante es de $\frac{10}{2\pi} V/rad$. La diferencia V_d entre ambas tensiones se amplifica con ganancia K para proporcionar la tensión V_m que alimenta el motor de corriente continua.

El diagrama de bloques una vez simplificado y reducido puede expresarse como:



- 1.- Calcular el valor que debe tomar K para lograr un error de posición de 1° . ¿Es posible ajustar K para lograr un error de velocidad de 2° ? Si, es así, ¿con que valor? (Nota: el error se indica en grados, mientras que la constante del potenciómetro está en radianes).
- 2.- Para un valor de $K=0.25$, obtener el diagrama de Bode y el diagrama polar del sistema en cadena abierta.
- 3.- Cuantificar gráficamente para $K=0.25$ la estabilidad relativa del sistema en cadena cerrada. ¿Es un sistema oscilatorio? ¿Cuánto se podría aumentar K sin que el sistema se vuelva inestable?.

(45minutos)



Resolución**Cuestión**

La FDT entre la salida y la perturbación será:

$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{s(s+4)}{(s+2)^2}$$

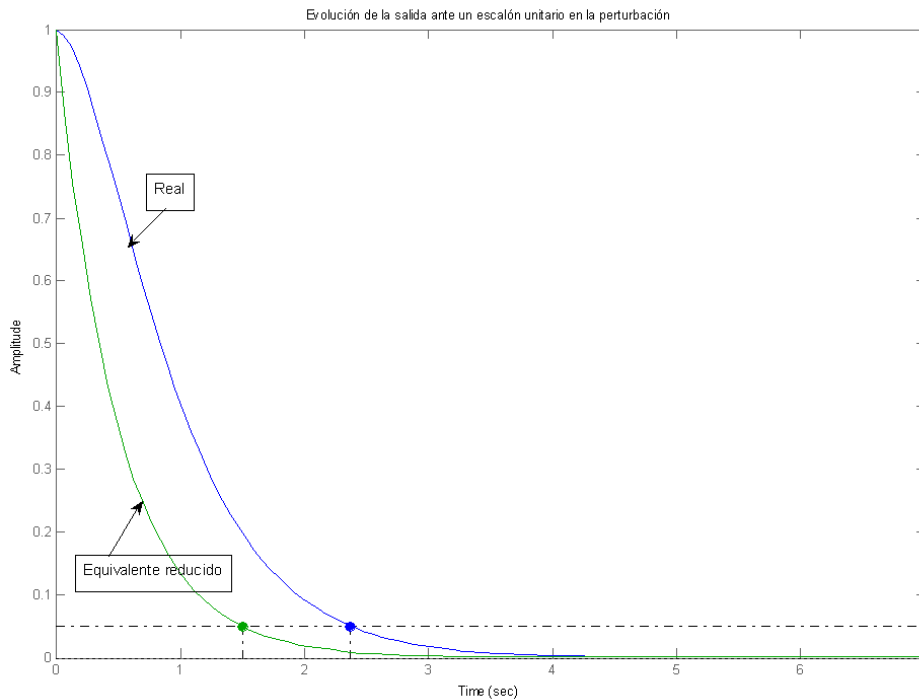
Por las proximidades entre el cero de -4 y el polo doble de -2 se podría obtener un equivalente reducido:

$$G_{peq}(s) \cong \frac{s}{(s+2)}$$

Ante una entrada en escalón unitario de la perturbación, la evolución de la salida corresponderá a:

$$y(t) = e^{-2t}$$

Simulación entre la respuesta real y la obtenida por el equivalente reducido:

**Problema 1**

1. En el punto de reposo, la fuerza de levitación se iguala a la de gravitación, por tanto:

$$x_0 = \sqrt{\frac{k_p i_0^2}{Mg}} = 0.1m$$

2. La dinámica es no lineal debido a la fuerza de levitación. Linealizando alrededor del punto de reposo definido, el conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales, en incrementos, quedará:

$$\Delta f_i(t) = M\Delta \ddot{x}(t)$$

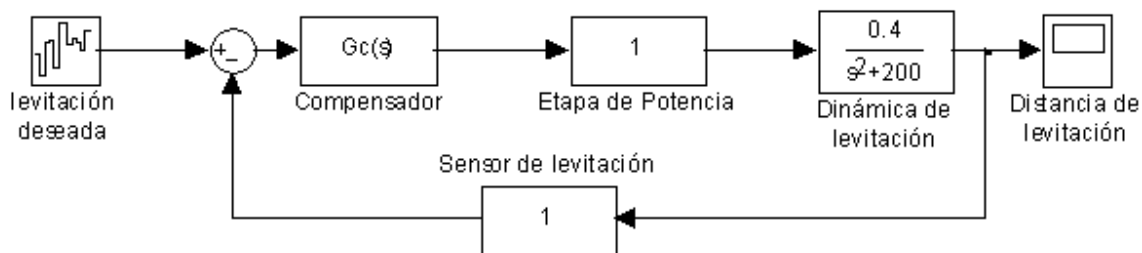
$$\Delta f_i(t) = k_p \left[\frac{2i}{x^2} \right]_0 \Delta i(t) + k_p \left[\frac{-2i^2}{x^3} \right]_0 \Delta x(t)$$

Dando valores y aplicando transformadas de Laplace, la FDT estará definida por:

$$\frac{\Delta x(s)}{\Delta i(s)} = \frac{0.4}{s^2 + 200}$$

3.





4.

R1: Número ramas $\equiv 2$ R2: $k=0$ $s=\pm j14.14$

R3: Ramas del eje real: no existen

R4: Simetría

$$R5: \vartheta_a = \frac{(2\pi+1)q}{2} = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$R6: \sigma_a = \frac{0}{2} \quad \sigma_a = 0$$

R7: Ángulo de salida:

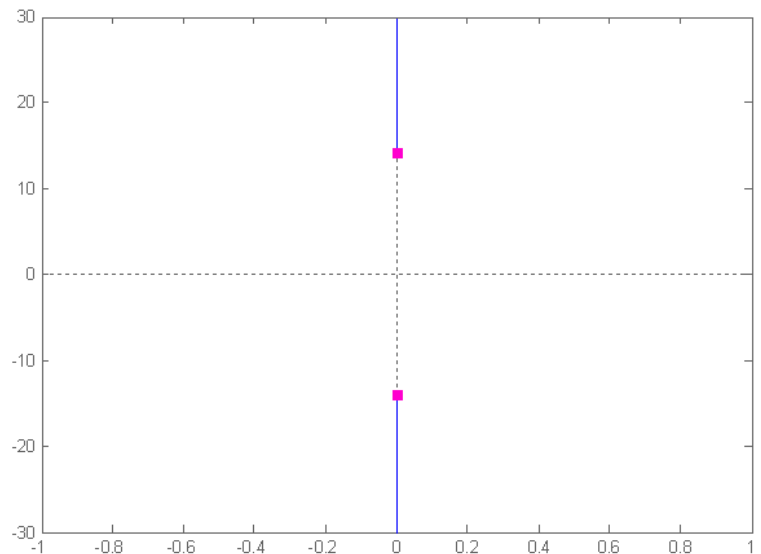
$$-\left(\beta_1 + \frac{\pi}{2}\right) = (2\pi+1)q \quad \beta_1 = \frac{\pi}{2}$$

R8: Punto de dispersión: no se aplica

$$R9: s^2+200+0.4k$$

s^2	1	200+0.4k
s^1	0	
s^0	200+0.4k	

Para cualquier valor de k no es estable.



5.

R1: Número ramas $\equiv 2$ R2: $k=0$ $s=\pm j14.14$, $k=\infty$ $s=-1$ R3: Ramas del eje real: Desde $s=-1$ hacia el $-\infty$

R4: Simetría

$$R5: \vartheta_a = \frac{(2\pi+1)q}{2-1} = \pm\pi$$

$$R6: \sigma_a = \frac{1}{2-1} \quad \sigma_a = 1$$

R7: Ángulo de salida:

$$\alpha - \left(\beta_1 + \frac{\pi}{2}\right) = (2\pi+1)q \quad \beta_1 = 184^\circ$$

R8: Punto de dispersión

$$R9: s^2+0.4ks+200+0.4k$$

s^2	1	200+0.4k
s^1	0.4k	
s^0	200+0.4k	

Para cualquier valor de k que sea mayor a cero es estable.

