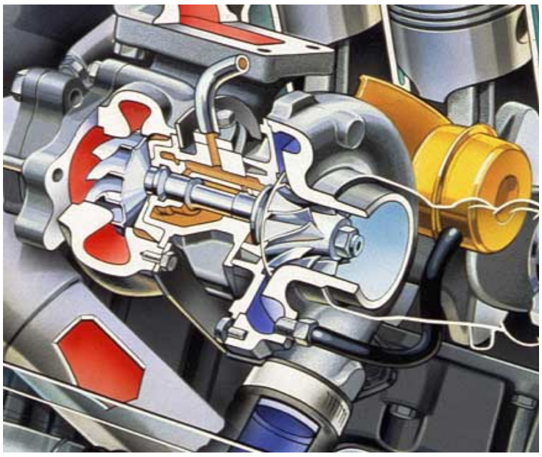
Problema 1 (60 minutos)

Para mejorar el rendimiento de los motores de explosión, en algunas ocasiones se suele recurrir a la utilización de sobrepresiones en la alimentación (masa de aire en la combustión). Una de las alternativas es el uso de turbo-compresores, formados por un par de turbinas que utilizando la energía residual de los gases de escape consiguen comprimir el aire de admisión.



La posición de los álabes de la turbina puede modificarse mediante un sistema regulado consiguiendo una mejor respuesta del motor en todo el margen de revoluciones.

El sistema dispone de un retardo ante la respuesta ante un golpe de gas (posición del acelerador) denominado turbo-lag de unos 3 s. Un modelo simplificado pudiera ser el siguiente:

$$G(s) = \frac{180}{(s+1.5)(s+6)(s+20)}$$

Para mejorar el comportamiento, y disminuir así, el tiempo de respuesta, se propone la utilización de un regulador cerrando el lazo con realimentación unitaria.

Se pide:

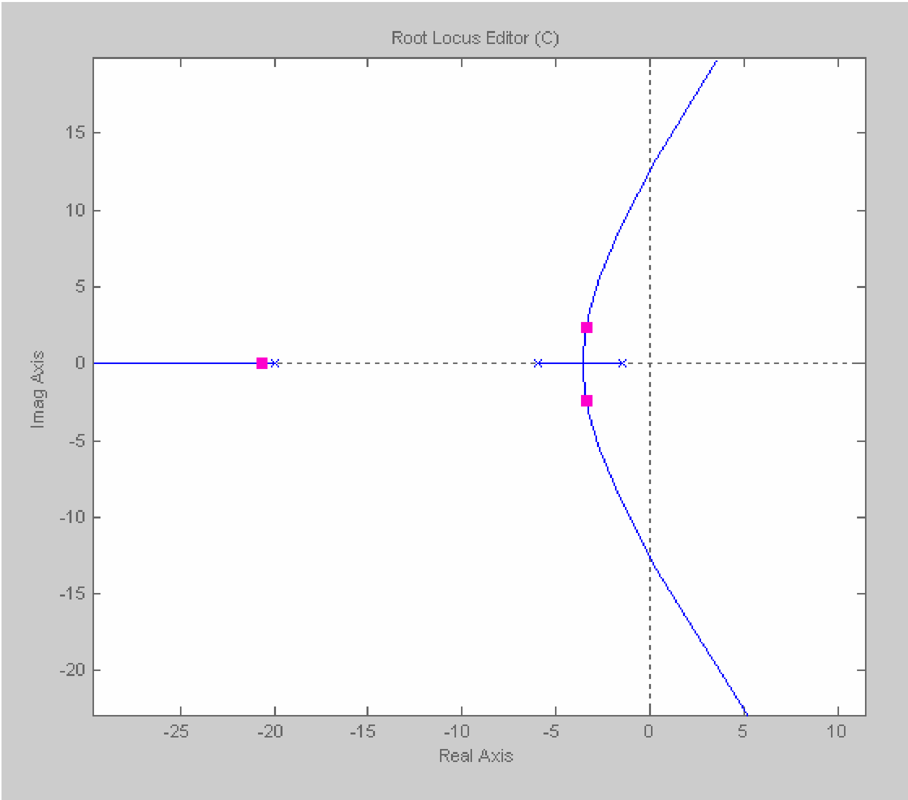
1. Dibujar el esquema de control a utilizar. Obtener el lugar de las raíces y comprobar si para disminuir el tiempo de respuesta hasta 0.5 s es suficiente con actuar solamente con la ganancia del lazo abierto.
2. Si la acción de un proporcional no fuese suficiente, recurrir a una red de adelanto de fase (cancelación del segundo polo), considerando que la sobreoscilación no puede superar el 5%.
3. Calcular el error ante entrada escalón y en el caso de no ser nulo, plantear cómo se podría corregir.
4. Calcular la frecuencia de cruce de ganancia y el margen de fase.

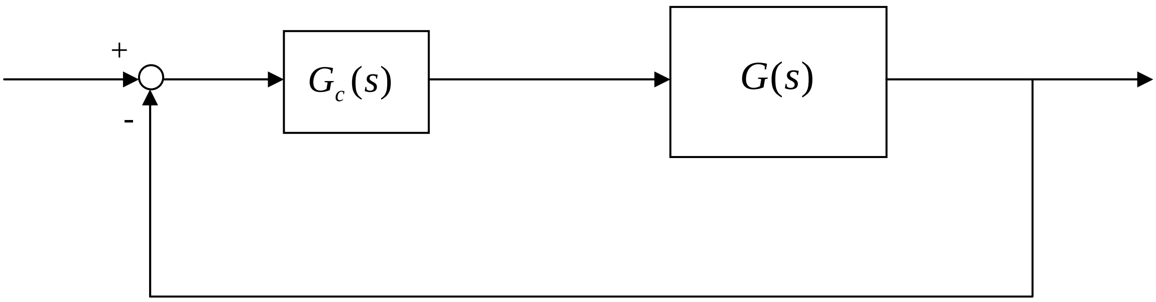
   Suponiendo que el regulador obtenido anteriormente fuese $G_c = 10\frac{s+3}{s+15}$

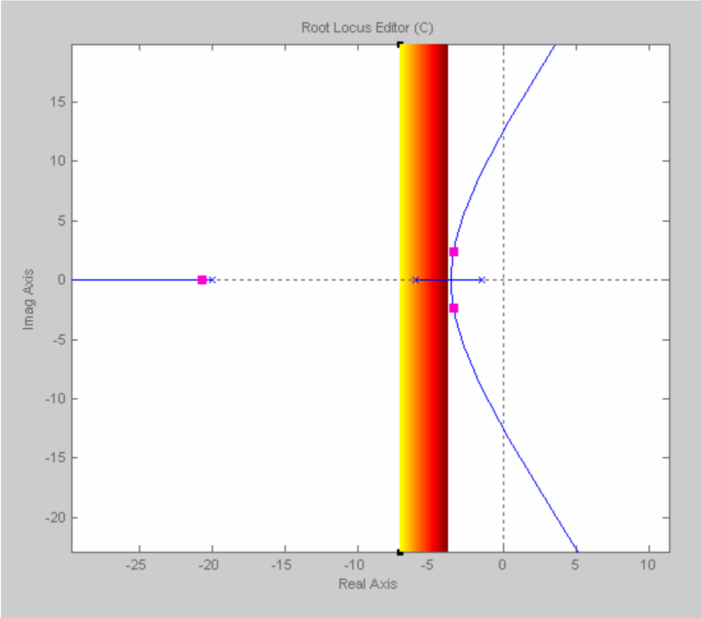
5. Dado que el algoritmo de control deberá ser implementado por uno de los sistemas microprocesador que lleva a bordo el vehículo, deberá obtenerse el regulador discreto correspondiente. Elegir el tiempo de muestreo máximo adecuado si los polos de la cadena cerrada estuvieran situados en el eje real en -20, -10 y -4.
6. Obtener el sistema discreto equivalente (BG(z)). Dibujar el diagrama de bloques resultante.

SOLUCIÓN AL PROBLEMA 1

1.







$t_s = 0.5\ s = \dfrac{\pi}{\sigma}$ $\sigma = 6.28$ por lo que con la ganancia del lazo abierto (proporcional) no es posible situar los polos en 6.28

2.

$$M_p = 5\ \% = 0.05 = e^{\frac{-\pi}{tg\theta}} \qquad \theta = 46.32^{\circ} \qquad \omega_d = 6.28 tg\theta = 6.576$$

$$S_\Delta = -6.28 \pm j6.576$$

$$\alpha_{-1.5} = 180 - arctg\frac{6.576}{6.28-1.5} = 126^{\circ}$$

$$\alpha_{-6} = 180 - arctg\frac{6.576}{6.28-6} = 92.44^{\circ}$$

$$\alpha_{-20} = arctg\frac{6.576}{20-6.28} = 25.61^{\circ}$$

$$\alpha_{-1.5} + \alpha_{-6} + \alpha_{-20} - \varphi_c = 180$$

$$\varphi_c = 120.27 + 92.85 + 22.28 - 180 = 55.4^{\circ}$$

$$\varphi_c = \beta_b - \alpha_a \qquad \alpha_a = \beta_b - \varphi_c = 28.39^{\circ}$$

$$a = 6.28 + \frac{2.81}{tg37.45^{\circ}} = 18.45$$

$$d_{-1.5} = 8.13$$

$$d_{-6} = 6.58$$

$$d_{-20} = 15.21$$

$$d_a = 13.83$$

$$K_{LDR} = \frac{d_p}{d_z} = \frac{8.13 \cdot 6.58 \cdot 15.21 \cdot 13.83}{6.58} = 1710.18$$

$$K_c = \frac{1710.18}{180} = 9.5$$

$$G_c = K_c\frac{s+b}{s+a} = 9.5\frac{s+6}{s+18.45}$$

3.

$$K_p = \lim_{s\to 0} 9.5 \frac{s+6}{s+18.45} \frac{180}{(s+1.5)(s+6)(s+20)} = 3.081$$

$$e_p = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+3.081} = 24.5\%$$

El error puede atenuarse introduciendo una red de retraso de fase para aumentar la ganancia en régimen permanente.

4. $\omega_g = 4\ rad/s \qquad \gamma = 85.5^{\circ}$

5. De los tres polos, el que va a fijar la constante predominante será el más lento de ellos por lo que el periodo de muestreo lo calculamos en función de éste:

$$T = \frac{\tau}{10} = \frac{1}{30} = 33.3\ ms$$

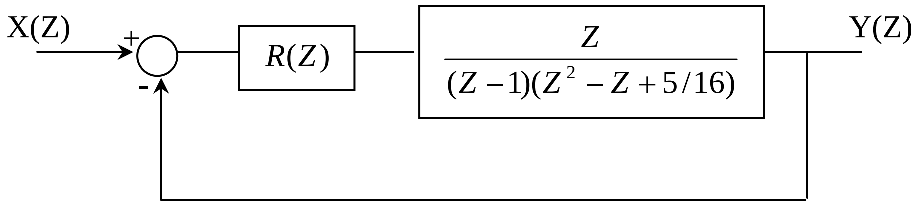
$$G(z) = G(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\frac{(z-1)}{(z+1)}} = 8.4 \frac{z-0.9049}{z-0.6}$$

6.

$$BG(z) = \frac{0.00088705(z+2.993)(z+0.2115)}{(z-0.9513)(z-0.8189)(z-0.5138)}$$

PROBLEMA 2 (60 minutos)

Dado el esquema de control que muestra la figura se pretende analizar el comportamiento del sistema ante una compensación de tipo proporcional.



Calcular:

A) Valores de K del compensador para que el sistema sea estable.
B) Hallar K para que existan polos conjugados (0,75 ± 0,25j) en lazo cerrado. Determinar M(z) = Y(z)/ X(z) para dicho valor.
C) Hallar el sistema reducido equivalente de M(z) y calcular los parámetros que definen la respuesta del sistema ante entrada escalón: np, nr, Mp y ns.
D) Estimar si la aproximación hecha en el apartado anterior es razonable.
E) Calcular para el sistema sin reducir M(z) la muestra de pico y el valor de pico de la salida ante entrada impulso ($\delta_k = \{1,0,0,...\}$)

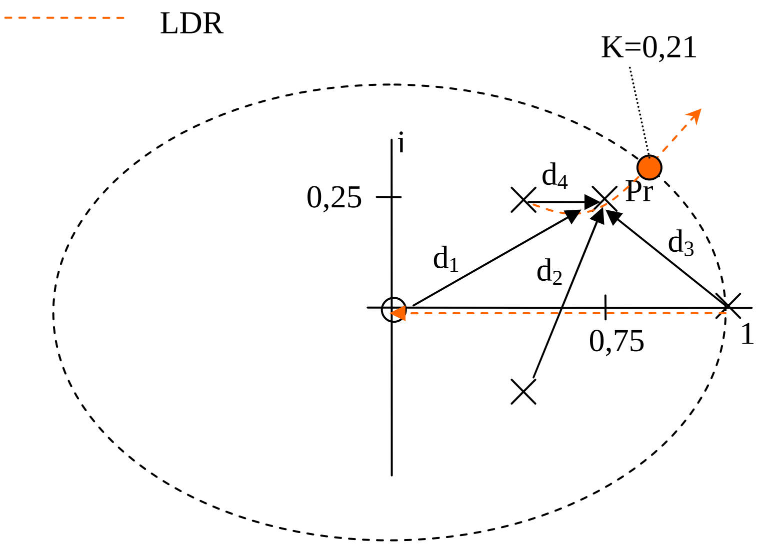
SOLUCIÓN AL PROBLEMA 2

A) El sistema equivalente en cadena cerrada es

$$M(z) = \frac{Kz}{(z-1)(z^2 - Z + \frac{5}{16}) + Kz}$$

con lo que será estable para aquellos valores de K que hagan que las raíces del polinomio denominador se encuentren dentro del intervalo [-1,1]. El método algebraico habitual que se aplica es el criterio de Routh que da como solución el intervalo de estabilidad **0<K<0,21** (ver figura).

B) Mediante la compensación proporcional se pretende que el punto Pr (0,75+0,25j) sea un polo del sistema en lazo cerrado, o lo que es lo mismo pertenezca al lugar de las raíces (ver figura). Aplicando el criterio del



argumento:

$$|K| = \frac{d2 \cdot d3 \cdot d4}{d1} = 0{,}063$$

El cálculo del polo restante, que pertenece al eje real, debe verificar el criterio del argumento también:

$$|K| = 0{,}063 = \frac{d_{p1} \cdot d_{p2} \cdot d_{p3}}{d_{z1}}$$ y se puede hallar, entre otras formas, mediante tanteo. Un simple vistazo al lugar de las raíces hace pensar en comenzar el tanteo con z=1/2 por lo que:

$$0{,}063 \cong \frac{0{,}25 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}5}{0.5}$$ con lo que se acepta como buena dicha raíz. El sistema equivalente en cadena cerrada para K=0,063 es, por tanto,

$$M(z) = \frac{0{,}06 \cdot z}{z^3 + 2z^2 + 1{,}37z - 0{,}31}$$ con polos en $(0{,}5;\ 0{,}75 \pm 0{,}25j)$

C) El sistema reducido equivalente simplifica el polo en z=1/2 manteniendo la ganancia estática del sistema y el retardo en la respuesta (diferencia de grados de los polinomios denominador y numerador).

$$\hat{M}(Z) = \frac{0,06}{z^2 - 1,5z + 5/8} \cdot \frac{1}{1 - 1/2} = \frac{0,12}{z^2 - 1,5z + 5/8}$$

Para este sistema,los parámetros que definen la respuesta ante entrada escalón son:

$M_p = |p|^{n_p} = 0,09 = 9\%$

$n_p = \dfrac{\pi}{\theta} + q_r = 9,33 + q_r =$ muestra 10

$n_s = \dfrac{\pi}{\sigma} + q_r = 13,09 + q_r =$ muestra 14

$n_r = \dfrac{\gamma}{\theta} + q_r = 7,36 + q_r =$ muestra 8

D) Para que la reducción sea razonable se tiene que cumplir que:

$$\frac{1}{|P_r - P_j|} \cong \frac{1}{|1 - P_j|}$$ para todos los polos del sistema restantes (P_r)

En este caso Pr=0,75+0,25j y P_j = ½ luego:

$$\frac{1}{\sqrt{0,25^2 + 0,25^2}} = 2,828 \neq \frac{1}{1 - 1/2} = 2$$

de donde se deduce que la reducción realizada es bastante mala.

E) La salida del sistema ante entrada pulso será la propia M(Z). Para hallar los datos pedidos es necesario calcular su antitransformada y para ello utilizaremos el método de la división larga:

$$M(Z^{-1}) = \frac{0,06 \cdot Z^{-2}}{1 - 2z^{-1} + 1,37z^{-2} - 0,31z^{-3}}$$

$$Z^{-2} \Big/ 1 - 2z^{-1} + 1,37z^{-2} - 0,31z^{-3} = Z^{-2} + 2z^{-3} + 2,62z^{-4} + 2,79z^{-5} + 2,732z^{-6} + \ldots$$

$M(Z^{-1}) = Y(Z) = 0,06[Z^{-2} + 2z^{-3} + 2,62z^{-4} + 2,79z^{-5} + 2,732z^{-6} + \ldots] \cong$
$\cong 0,06z^{-2} + 0,12z^{-3} + 0,16z^{-4} + \mathbf{0,17}z^{-5} + 0,16z^{-6} + \ldots$

Por tanto la muestra donde se alcanza el valor de pico es la quinta y el valor de pico de la salida es 0,17.