Cuestión 1

Dibujar la respuesta aproximada ante entrada escalón unitario de los siguientes sistemas. Obtener numéricamente los valores característicos más relevantes.

$$G_1(s) = \frac{10(s+3)}{s^2 - 3s + 10}$$

$$G_2(s) = \frac{3}{s^2 + 5s}$$

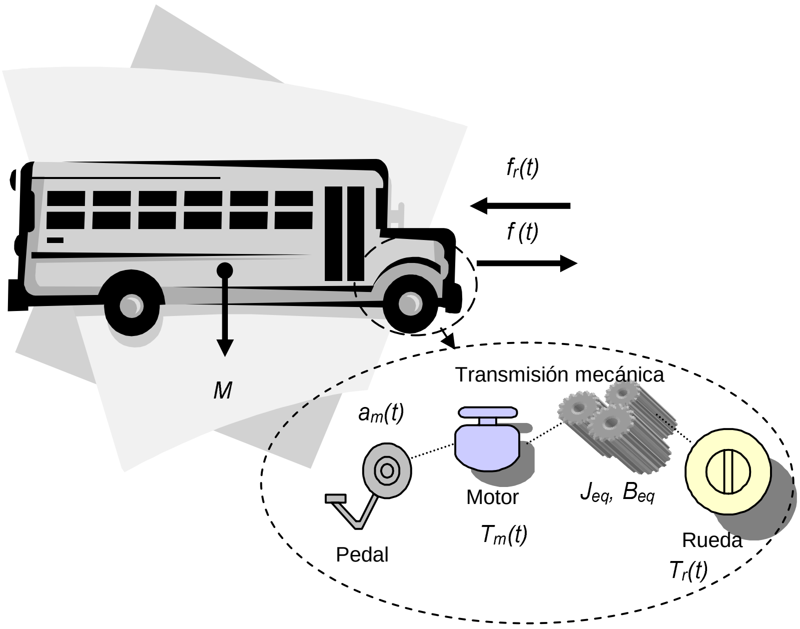
$$G_3(s) = \frac{3}{s^2 + 2s + 10}$$

$$G_4(s) = \frac{s-1}{s+3}$$

(20 minutos)

Problema 1

Para el diseño del sistema de control del vehículo de la figura se requiere de un modelo entre la señal de mando de aceleración y la velocidad alcanzada. Al variar el pedal de aceleración, $a_m(t)$, se produce una variación en el par de salida que entrega el motor, $T_m(t)$. Las transmisiones mecánicas entre el motor y la rueda se modelan a través de un momento de inercia equivalente, J_{eq}, y un rozamiento equivalente, B_{eq}. El par entregado a la rueda, $T_r(t)$ se traduce en una fuerza de avance, $f(t)$, la cual tiene que compensar la fuerza de rozamiento del aire, $f_r(t)$ y el desplazamiento parcial de la masa del vehículo. Se pide:



1. Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que modele el comportamiento del sistema.
2. Linealización del modelo sobre un punto de reposo.
3. Diagrama de bloque del sistema.
4. Función de transferencia entre la velocidad del vehículo y la señal de mando, $\frac{\Delta v(s)}{\Delta a_m(s)}$.
5. Para una velocidad conocida del régimen permanente, v_0, determinar el nivel de aceleración de mando, a_{m0}.

Datos

$$T_m(t) = k_1 \cdot a_m^{1/3}(t) \quad T_r(t) = R \cdot f(t) \quad f_r(t) = k_2 \cdot v^2(t)$$

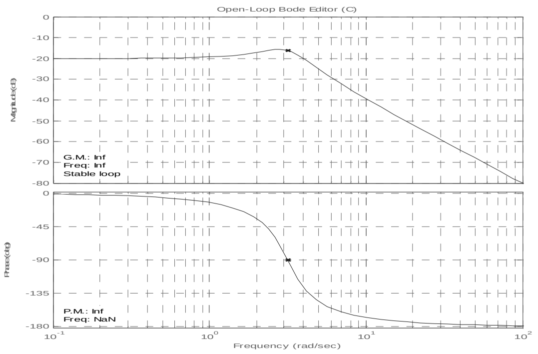
Siendo k_1 y k_2 constantes y R el radio de la rueda. M es la masa total del coche y éste se apoya en cuatro ruedas.

(45 minutos)

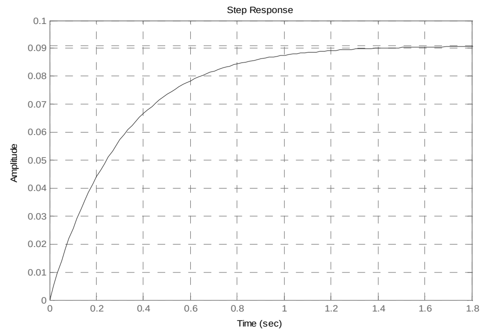
Cuestión 2

Relacionar cada diagrama de bode de la tabla adjunta con su respectiva respuesta al escalón unitario, y obtener aproximadamente su función de transferencia. Dibujar el diagrama polar correspondiente a cada sistema. ¿Qué ocurrirá con la estabilidad de cada uno de los sistemas si se realimentan negativamente?.

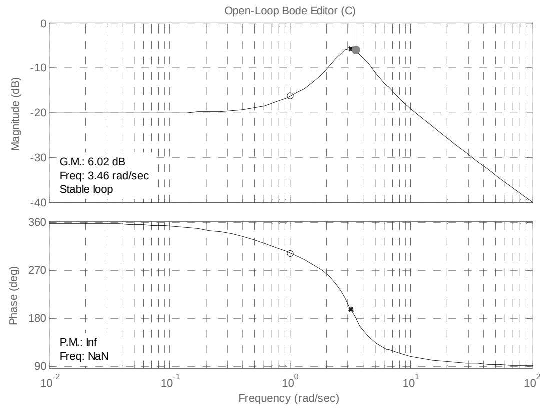
(20 minutos)


Open-Loop Bode Editor (C)
Magnitude (dB)
G.M.: Inf
Freq: Inf
Stable loop
Phase (deg)
P.M.: Inf
Freq: NaN
Frequency (rad/sec)

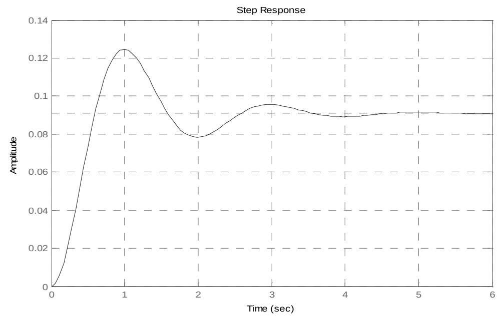
1


Step Response
Amplitude
Time (sec)

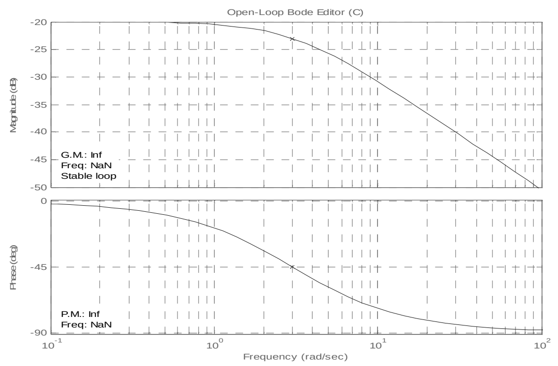
A


Open-Loop Bode Editor (C)
Magnitude (dB)
G.M.: 6.02 dB
Freq: 3.46 rad/sec
Stable loop
Phase (deg)
P.M.: Inf
Freq: NaN
Frequency (rad/sec)

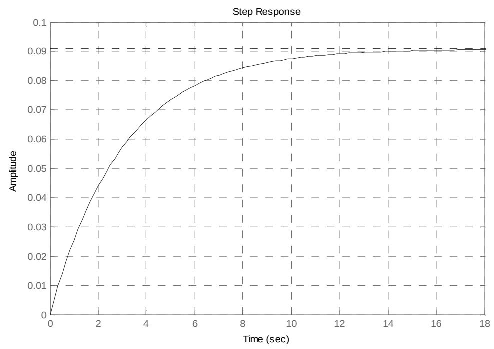
2


Step Response
Amplitude
Time (sec)

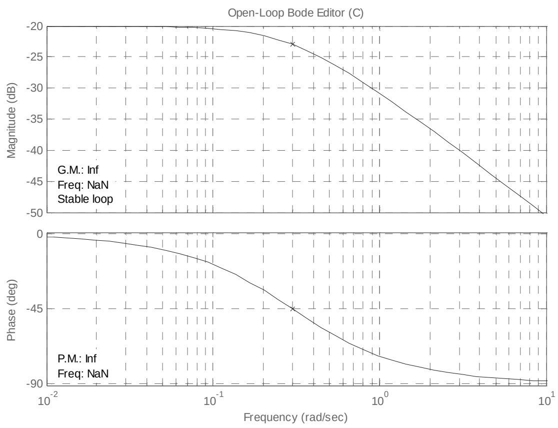
B


Open-Loop Bode Editor (C)
Magnitude (dB)
G.M.: Inf
Freq: NaN
Stable loop
Phase (deg)
P.M.: Inf
Freq: NaN
Frequency (rad/sec)

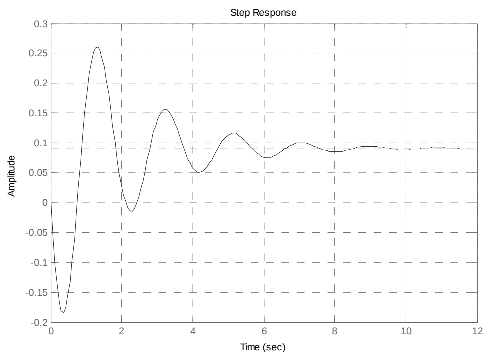
3


Step Response
Amplitude
Time (sec)

C


Open-Loop Bode Editor (C)
Magnitude (dB)
G.M.: Inf
Freq: NaN
Stable loop
Phase (deg)
P.M.: Inf
Freq: NaN
Frequency (rad/sec)

4


Step Response
Amplitude
Time (sec)

D

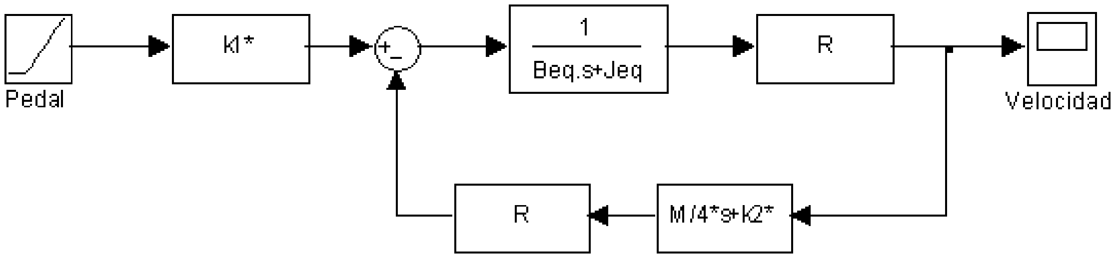
Resolución
Problema

El conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que describe la relación entre el movimiento del pedal y la velocidad del vehículo es:

$$T_m(t) = k_1 \cdot a_m^{1/3}(t) \quad T_m(t) = J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m(t) + B_{eq} \cdot \omega_m(t) \quad T_r(t) = R \cdot f(t)$$

$$f(t) = f_r(t) + \frac{M}{4} \cdot \ddot{x}(t) = k_2 \cdot v^2(t) + \frac{M}{4} \cdot \dot{v}(t) \quad v(t) = R \cdot \omega_m(t)$$

El diagrama a bloques del modelo, linealizado alrededor del punto de reposo, queda como:



$$\frac{\Delta v(s)}{\Delta a_m(s)} = \frac{R \cdot k_1^*}{\left(J_{eq} + R^2 \frac{M}{4}\right)s + \left(B_{eq} + R^2 \cdot k_2^*\right)}$$

$$k_1^* = \left[k_1 \frac{1}{3} a_m^{-2/3}\right]_0 \qquad k_2^* = \left[k_2 2v\right]_0$$

La posición de reposo del pedal estará para una velocidad estacionaria v_0 definida por:

$$a_{m0} = \left(\frac{B_{eq} \frac{v_0}{R} + R \cdot k_2 \cdot v_0^2}{k_1}\right)^3$$