

Problema 1

El control de una tostadora de pan está basado en un sensor de infrarrojo. La potencia calorífica dada por la resistencia eléctrica esta dada por la siguiente ecuación linealizada:

$$p + \dot{p} = 2u$$

Donde u es la tensión aplicada a la resistencia. El transductor convierte, mediante una equivalencia entre la potencia calorífica y los luxes del infrarrojo recibido en el sensor, en una señal acondicionada de tensión. Éste se aproxima a un sistema de primer orden, con un tiempo de establecimiento de 1.5 segundos y una ganancia estática de 2.

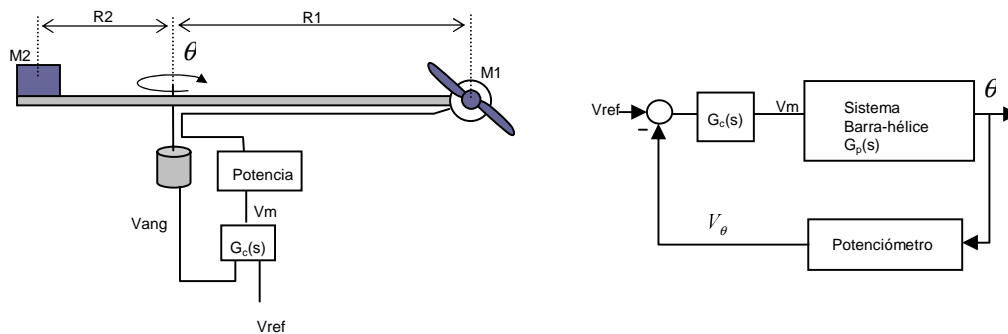
Se pide:

- Diagrama a bloques del sistema de control, empleando un microcomputador. El compensador se considera que sólo se requiere un control proporcional.
- Ajustar el valor de la ganancia para que la sobreoscilación sea del 10%. Considérese que las frecuencias de los polos y ceros de la cadena abierta están por debajo de 1/5 de la frecuencia de Nyquist.
- Seleccionar el periodo de muestreo.
- Obtener la FDT de la cadena abierta en el dominio en Z.
- Lugar de raíces directo, aproximado, de la planta en el dominio en Z.
- Determinar el valor de ganancia crítica.

(40 minutos)

**Problema 2**

Una maqueta de laboratorio pretende modelar el comportamiento del rotor de cola de un helicóptero. Para ello se dispone de los elementos mostrados en la figura.



El sistema consiste de una barra de inercia despreciable sobre la que se sitúa un motor con una hélice de masa $M1$ en un extremo y un contrapeso de masa $M2$ en el otro a una distancia $R1$ y $R2$ al eje de giro respectivamente. El giro realizado por la barra es medido por medio de un potenciómetro axial de forma que establece una relación unitaria entre el ángulo medido en grados y la tensión medida en voltios.

Como se muestra en la figura se ha realizado un lazo de realimentación para controlar la orientación de la maqueta, llegando al diagrama de bloques en la parte derecha. La función de transferencia del sistema barra-hélice viene dada por la expresión:

$$G_p(s) = \frac{0.05}{s(s + 0.125)(s + 1.023)}$$

Tras probar un regulador proporcional se observa un resultado lento y con un seguimiento en velocidad defectuoso, por ello se decide mejorar el regulador:

1.- Diseñar una red reguladora de forma que el error de posición cometido ante una rampa unitaria sea de 0.1 radianes, y el margen de fase sea de 50°. (6 puntos)

2.- Se considera ahora que el sistema es controlado por medio de un controlador remoto, midiéndose la posición por medio de una brújula electrónica de dinámica despreciable y por tanto totalmente equivalente al esquema anterior. Como consecuencia de la codificación digital y posterior transmisión por medio de una señal PWM (figura 2) en la cadena abierta aparece un retardo T tanto a la ida como a la vuelta (luego el retardo total será $2T$). **Determinar** cual es el valor máximo del retardo T admisible antes de que el helicóptero regulado se vuelva inestable. (3 puntos)



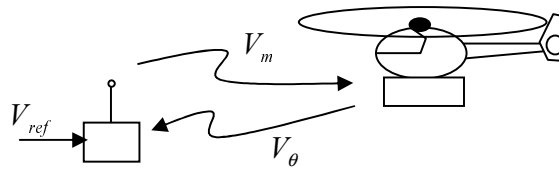


Figura 2.

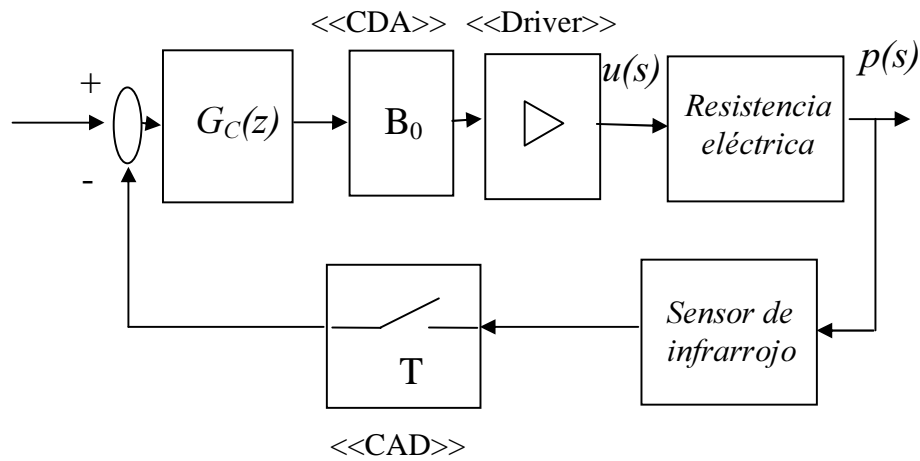
3.- Propóngase una alternativa al esquema indicado de control que asegure la estabilidad independientemente del retraso en las comunicaciones. *(1 punto)*

(50 minutos)

Resolución

Problema 1

a)



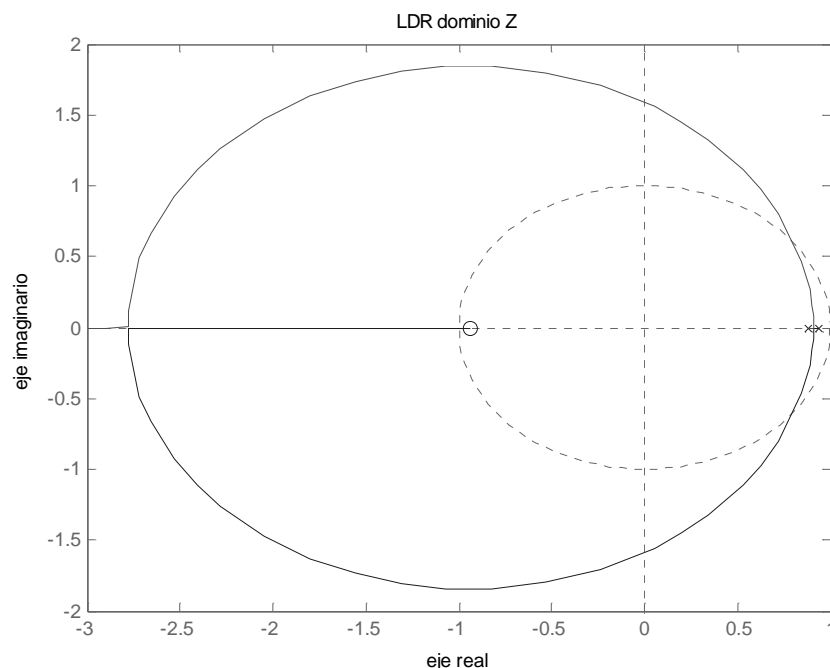
b) $k = 0.55$

c) $T = \min\left(\frac{1}{10 \cdot 1.5}, \frac{\pi}{5 \cdot 2}\right) \cong 65 \text{ ms}$

d) $G_c(z)B_0G_pH(z) = \frac{8.79 \cdot 10^{-3}(z + 0.937)}{(z - 0.937)(z + 0.878)}$

e)

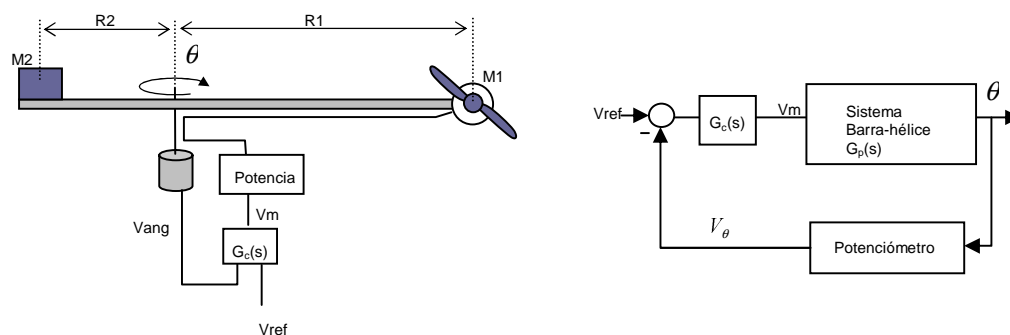




$$f) k > -12 \quad k > -0.228 \quad k < 27.51$$

Problema 2

Una maqueta de laboratorio pretende modelar el comportamiento del rotor de cola de un helicóptero. Para ello se dispone de los elementos mostrados en la figura.



El sistema consiste de una barra de inercia despreciable sobre la que se sitúa un motor con una hélice de masa $M1$ en un extremo y un contrapeso de masa $M2$ en el otro a una distancia $R1$ y $R2$ al eje de giro respectivamente. El giro realizado por la barra es medido por medio de un potenciómetro axial de forma que establece una relación unitaria entre el ángulo medido en grados y la tensión medida en voltios.

Como se muestra en la figura se ha realizado un lazo de realimentación para controlar la orientación de la maqueta, llegando al diagrama de bloques en la parte derecha. La función de transferencia del sistema barra-hélice viene dada por la expresión:

$$G_p(s) = \frac{0.05}{s(s + 0.125)(s + 1.023)}$$

Tras probar un regulador proporcional se observa un resultado lento y con un seguimiento en velocidad defectuoso, por ello se decide mejorar el regulador:

1.- Diseñar una red reguladora de forma que el error de posición cometido ante una rampa unitaria sea de 0.1 radianes, y el margen de fase sea de 50° .

(6 puntos)



Calculamos el regulador con las especificaciones en frecuencia:

a.- La ganancia que debe aportar para lograr los requerimientos estáticos es:

$$K_v \geq \frac{1}{0.1} \Rightarrow K = K_c \alpha \beta \geq 25$$

b.- Dibujamos el diagrama de bode para obtener la frecuencia de cruce de ganancia y el margen de fase inicial del que partimos.

$$|KG(jw_g)| = 1 \Rightarrow w_g = 0.94 \text{ rad/sec}$$

$$\angle G(j0.94) = 214 \Rightarrow \gamma_o = -34 \text{ luego el sistema es inestable}$$

No basta con una red de adelanto sino que es necesaria una red de retraso también.

$$\text{Ajustamos } \alpha = 0.1 \Rightarrow \Phi_m = 55$$

Como el aporte que hay que considerar es de 50° , y el margen de fase a lograr es de 50° , situamos la nueva frecuencia de cruce de ganancia coincidente con la frecuencia de cruce de fase:

$$\text{Im}(G(jw'_g)) = 0 \Rightarrow w'_g = 0.35 \text{ rad/sec}$$

En este punto hay que atenuar mediante la RR el sistema original para que se sitúe la nueva frecuencia de cruce de ganancia:

$$\beta = \frac{|KG(jw'_g)|}{\sqrt{\alpha}} = \frac{8.92}{\sqrt{0.1}} = 28$$

Calculamos las constantes de tiempo de las redes:

$$\frac{1}{T_2} = \frac{w'_g}{10} = 0.035 \Rightarrow T_2 = 28.57$$

$$\frac{1}{T_1 \sqrt{\alpha}} = w'_g \Rightarrow T_1 = 9$$

Por lo que finalmente la red pedida adopta la expresión:

$$G_c(s) = 8.92 \frac{(s+0.11)(s+0.035)}{(s+1.1)(s+0.0012)}$$

2.- Se considera ahora que el sistema es controlado por medio de un controlador remoto, midiéndose la posición por medio de una brújula electrónica de dinámica despreciable y por tanto totalmente equivalente al esquema anterior. Como consecuencia de la codificación digital y posterior transmisión por medio de una señal PWM (figura 2) en la cadena abierta aparece un retardo T tanto a la ida como a la vuelta (luego el retardo total será $2T$). **Determinar** cual es el valor máximo del retardo T admisible antes de que el helicóptero regulado se vuelva inestable. (3 puntos)

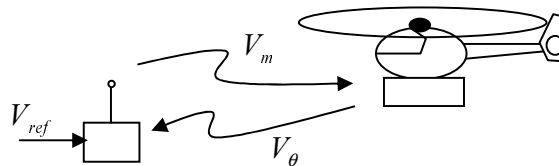


Figura 2.

Segun el esquema, en el lazo de control aparecerá un retardo puro el doble del necesitado por el sistema de comunicaciones: e^{-2Ts} . Un retardo puro produce un descenso en la fase proporcional a la frecuencia. Por lo que el sistema se volvera inestable si a la frecuencia de cruce de ganancia el retardo resta una fase igual al margen de fase del sistema:

$$0.35 \cdot 2 \cdot T \leq 50 \frac{\pi}{180} \Rightarrow T \leq 1.24s$$



3.- Propóngase una alternativa al esquema indicado de control que asegure la estabilidad independientemente del retraso en las comunicaciones. *(1 punto)*

Para evitar el efecto sobre la estabilidad del retardo puro basta con sacar este del lazo de realimentación. Por lo que el esquema que aseguraría la estabilidad es aquel que tiene el lazo de control de actitud a bordo del helicóptero, y se envían las referencias por radio.

