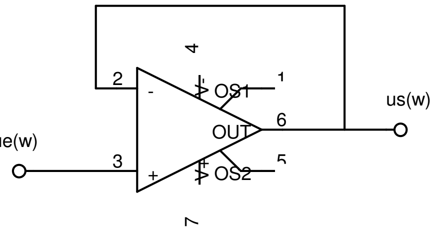
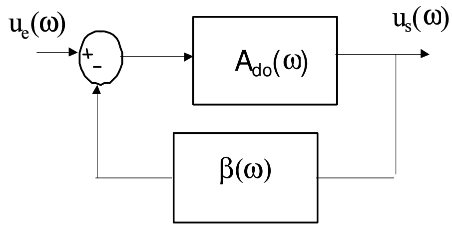
Problema 1 (5 puntos - 60 minutos)

El seguidor de tensión de la figura está constituido por un amplificador operacional, AO, real. El AO tiene una ganancia de tensión diferencial en cadena abierta en continua, $A_{do}(0)$ de 100dB y dos polos de primer orden a frecuencia de 10 Hz y 100kHz. Debajo del seguidor de tensión se ha representado el diagrama a bloques. En este caso, la red de realimentación del operacional es la unidad, $\beta = 1$. Se pide:





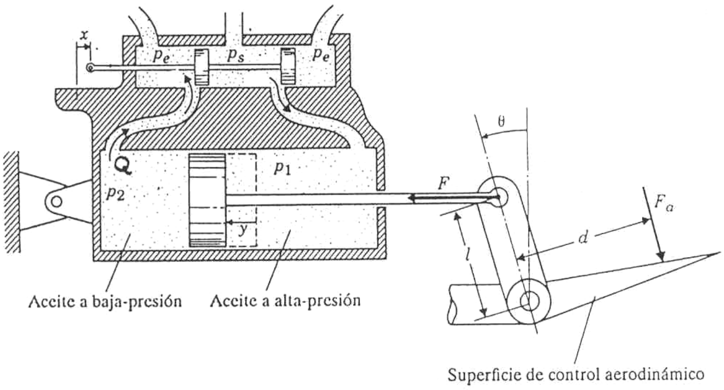
1. Dibujar el diagrama de Bode de la cadena abierta.
2. Obtener el margen de fase y de ganancia.
3. Representar el diagrama de Bode y la curva polar de la cadena cerrada.
4. Dibujar la respuesta temporal de la salida ante una entrada en escalón unitario, indicando los valores más significativos.

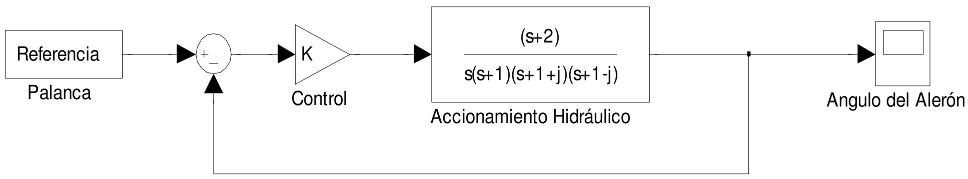
Problema 2 (5 puntos - 50 minutos)

La figura muestra un accionamiento hidráulico utilizado para el control del ángulo del alerón de una aeronave. El accionamiento consiste básicamente en un amplificador y un acondicionador de potencia hidráulico controlado por una válvula piloto sobra la que se actúa exteriormente modificando su desplazamiento x(t).

Se diseña un sistema de control desde una palanca de mando situada en la cabina del piloto con un desplazamiento lineal y conectada a un potenciómetro capaz de proporcionar una tensión proporcional al desplazamiento de la palanca.

Tras realizar el modelo y linealización del sistema, se obtiene un diagrama de bloques equivalente según sigue:





1.- Analizar el comportamiento del sistema en cuanto a su precisión en obedecer las referencias dadas desde la palanca de cabina. (2 puntos)

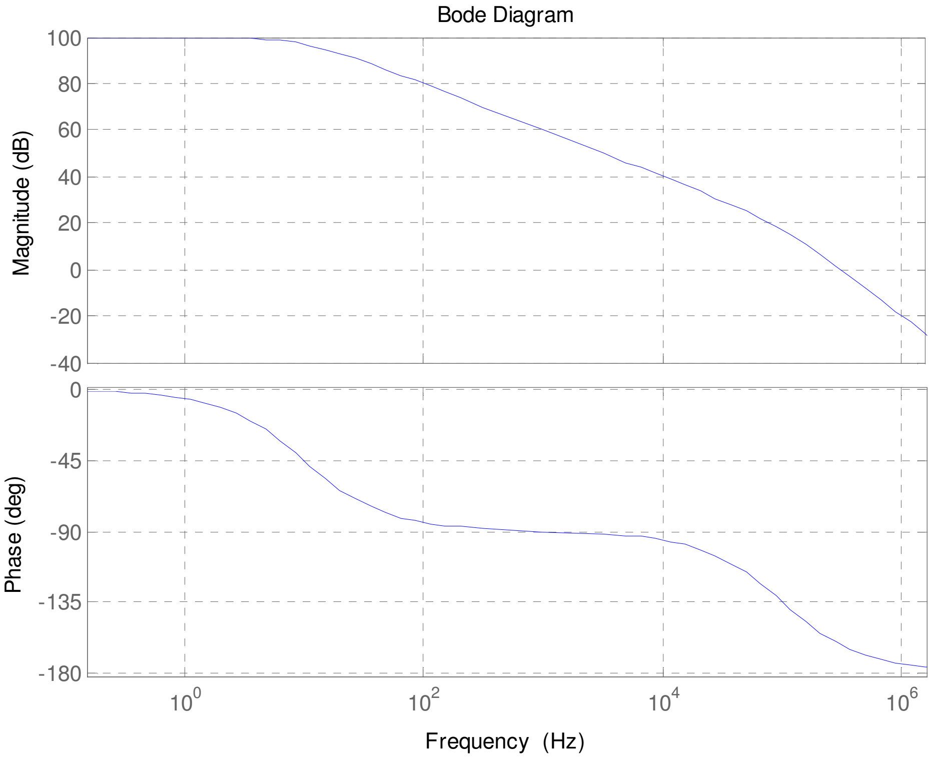
2.- Estudiar la estabilidad del mismo. ¿Qué rango de K asegura que el sistema es estable? (3 puntos)

3.- Estudiar y discutir razonadamente la evolución en el comportamiento dinámico del sistema en función del valor de K. Demostrar que los puntos de dispersión se sitúan en -0,48 y -2,5. (5 puntos)

Publicación de las notas: 21-09-2010
Revisión: 22-09-2010

Resolución

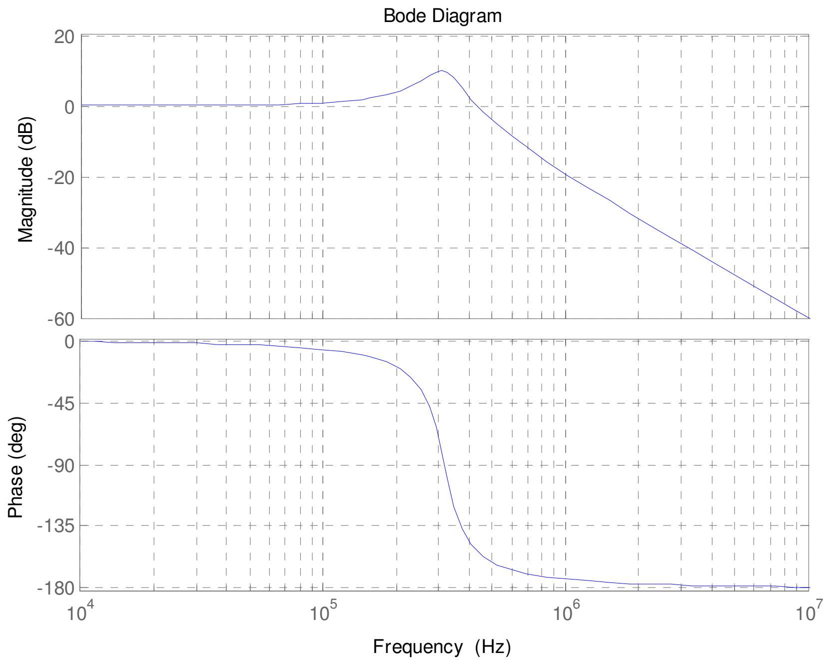
1.



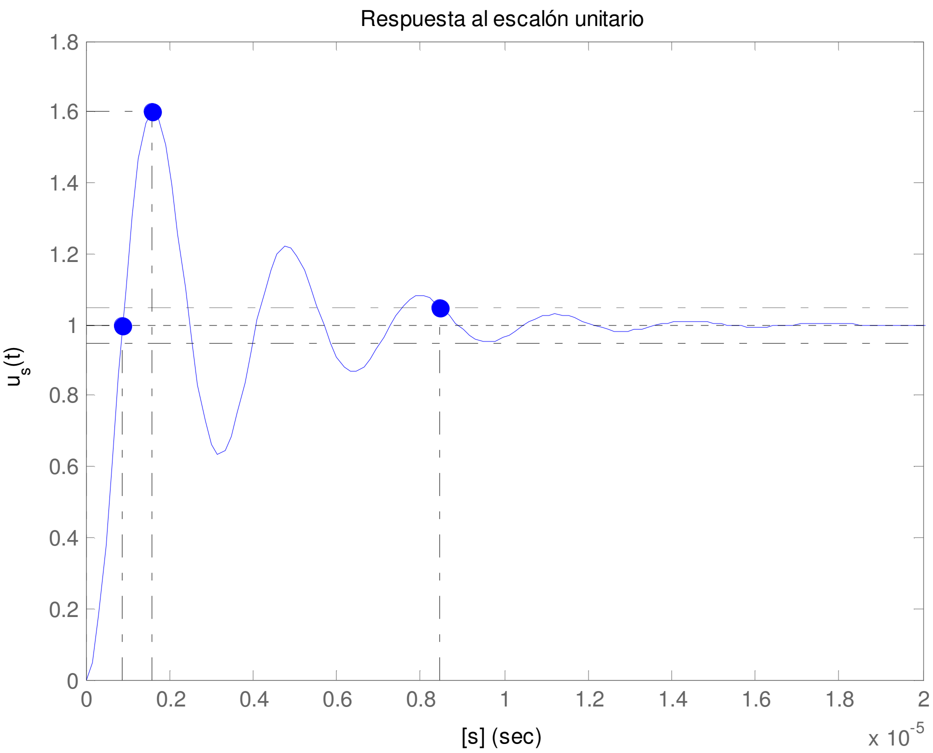
2. Teniendo que la ganancia de la cadana abierta es: $A_{do}(\omega)\beta(\omega)=\dfrac{10^5}{\left(1+j\omega\dfrac{1}{2\pi 10}\right)\left(1+j\omega\dfrac{1}{2\pi 10^5}\right)}$, la frecuencia de fase será infinita y por tanto el margen de ganancia es infinito. En cuanto a la frecuencia de ganancia, operando, es $2\pi\cdot 3.16\cdot 10^5$. El margen de fase es de 17.6º.

3. La ganancia de tensión será:

$$A_v(\omega)=\frac{\dfrac{10^5}{\left(1+j\omega\dfrac{1}{2\pi 10}\right)\left(1+j\omega\dfrac{1}{2\pi 10^5}\right)}}{1+\dfrac{10^5}{\left(1+j\omega\dfrac{1}{2\pi 10}\right)\left(1+j\omega\dfrac{1}{2\pi 10^5}\right)}}\cong\frac{1}{1+2\cdot 0.16\cdot\left(\dfrac{j\omega}{2\pi\cdot 3.16\cdot 10^5}\right)+\left(\dfrac{j\omega}{2\pi\cdot 3.16\cdot 10^5}\right)^2}.$$



4. Al ser un sistema de segundo orden subamortiguado y de ganancia unitaria, se calculará los valores característicos por sus aproximaciones: $t_s \cong 10\mu s \quad t_p \cong 1.5\mu s \quad t_r \cong 0.9\mu s \quad M_p \cong 60.5\%$



Problema 2

1.- Analizar el comportamiento del sistema en cuanto a su precisión en obedecer las referencias dadas desde la palanca de cabina. (2 puntos)

Dado que es un sistema con realimentación unitaría, basta con aplicar directamente el cálculo de las constantes de error. Además por tratarse de un sistema de Tipo I, se reduce a el cálculo de K_v:

$$K_p = \infty \Rightarrow e_p = 0$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} \frac{K(s+2)}{s(s+1)(s^2+2s+2)} = K \Rightarrow e_v = \frac{1}{K}$$

$$K_a = 0 \Rightarrow e_a = \infty$$

2.- Estudiar la estabilidad del mismo. ¿Qué rango de K asegura que el sistema es estable? (3 puntos)

Aplicando directamente el criterio de Routh al polinomio característico de la cadena cerrada, obtenemos el rango de K que hace estable al sistema:

$$P(s) = s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + K(s+2)$$

s^4	1	4	2K
s^3	3	K+2	
s^2	$\frac{10-K}{3}$	2K	
s^1	$\frac{-K^2-10K+20}{10-K}$		
s^0	2K		

Dados que los valores de la primera columna deben ser del mismo signo (positivos), se deduce que el sistema es estable siempre que: $0 < K < 1{,}71$

3.- Estudiar y discutir razonadamente la evolución en el comportamiento dinámico del sistema en función del valor de K. Demostrar que los puntos de dispersión se sitúan en -0,48 y -2,5. (5 puntos)

Se trata de obtener el LDR. De las distintas reglas se deduce que hay tres ramas que terminan en el infinito, situadas en +60,-60, 180 de forma sintótica. Los puntos de dispersión los da el enunciado, por lo que lo único que hay que hacer es comprobar que esos valores cumplen:

$$\frac{dK(s)}{ds} = 0$$

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{s+2}{s^4+3s^3+4s^2+2s}\right) = -\frac{3s^4+14s^3+22s^2+16s+4}{(\ldots)^2} = 0$$

Los ángulos de salida de las ramas complejas se calculan por medio del criterio del argumento. Al ser todos ellos múltiplos de 45 es inmediata su obtención (considerando k, el índice del polo complejo -1+j:

$$\alpha_k = \sum \beta_i - \sum_{i \neq k} \alpha_i + 180(2q+1) = 45 - 135 - 90 - 90 + 180(2q+1) = -90$$

Junto con la información obtenida del apartado anterior, con la K crítica (1,71), el corte con el eje imaginario se da en 1.1j. Por lo que el LDR queda como sigue: