Problema 1 (50 minutos) (5 puntos)

Un sistema puede modelarse por el comportamiento de dos polos, uno en el origen y otro de ganancia 2 unidades a una frecuencia de corte de 5/π Hz. El actuador que gobierna dicho sistema responde a una función de transferencia: $G_a(s) = \dfrac{1}{s+5}$

Se pide:

a) Suponiendo el sistema en lazo cerrado con realimentación unitaria, calcular la ganancia estática adicional necesaria para que la constante de error ante entrada en rampa sea 8.

b) Margen de fase y pulsación de cruce de ganancia en las condiciones del apartado anterior.

c) Con la inclusión de una red se pretende conseguir un margen de fase de 65º y que la ω_g no decaiga de 5 rad/s. Elegir y justificar la elección de la red.

d) Diseñar el regulador elegido en el apartado anterior corroborando la especificación de rapidez.

e) Considerando que el sistema una vez compensado, funcionando en lazo cerrado tiene un polo dominante en s=-10, obtener el regulador discreto equivalente del calculado en el apartado anterior tomando como periodo de muestreo T = 100 ms (transformada bilinieal). Discutir la validez del regulador obtenido justificando la respuesta.

Problema 2 (50 minutos) (5 puntos)

1) Un sistema G responde ante una secuencia escalón unitario $\{1_k\}$ con la secuencia {0,1,4,4,4…}.

a) Determine la ecuación característica del sistema (G(z))

b) <u>A partir de la ecuación característica</u> (obtenida en el apartado anterior) determine la ecuación en diferencias que representa al sistema

c) Obtenga la secuencia de ponderación del sistema <u>a partir de G(z)</u>. Calcule <u>por convolución</u> la respuesta ante entrada $\{1_k\}$.

2) Para el sistema que aparece a continuación

$$G(z) = \frac{3z}{(z-0,4)(z^2-0,8z+0,41)}$$

Se pide:

a) Determine el sistema equivalente reducido.

b) Valore la aproximación obtenida.

c) Compare la muestra de pico del sistema reducido con la del sistema original.

Solución Ejercicio 2

1)

a) U(z)= $\frac{z}{z-1}$ $\quad Y(z)=z^{-1}+4\frac{z}{z-1}z^{-2}=z^{-1}(1+\frac{4}{z-1})=\frac{z+3}{z(z-1)} \qquad \frac{Y(z)}{U(z)}=\frac{z+3}{z^2}$

b) Ec. en diferencias: $G(z^{-1})=z^{-1}+3z^{-2}\Rightarrow y_k=u_{k-1}+3u_{-2}$

c) A la vista de G(z^{-1}): $g_k=\{0,1,3,0,0,0,...\}$

Convolución ante entrada escalón:

$$
\begin{aligned}
y_0 &= g_0u_0 = 0\\
y_1 &= g_0u_1+g_1u_0 = 1\\
y_2 &= g_0u_2+g_1u_1+g_2u_0 = 1+3=4\\
y_3 &= g_0u_3+g_1u_2+g_2u_1+g_3u_0 = 1+3=4\\
&....\\
y_k &= \cancel{g_0u_k}+g_1u_{k-1}+g_2u_{k-2}+\cancel{g_3u}_0+\cdots=1+3=4
\end{aligned}
$$

2) El sistema reducido equivalente es:

a) y b) $\widehat{G}(z)=\frac{3z}{(z^2-0{,}8z+0{,}41)}\frac{1}{(1-0{,}4)}\frac{1}{z}=\frac{5}{(z^2-0{,}8z+0{,}41)}$

La calidad de la aproximación depende de que $\left|\frac{1}{p_r-p_i}\right|\simeq\left|\frac{1}{p_r}\right|\left|\frac{1}{1-p_i}\right| \qquad \forall a_r/r\neq i$

Luego $\left|\frac{1}{0,4+0,5j-0,4}\right|\simeq\left|\frac{1}{0,4+0,5j}\right|\left|\frac{1}{1-0,4}\right|\Rightarrow 2\not\approx 2{,}60$ La reducción no es adecuada

c) Sistema reducido: $n_p=\frac{\pi}{\theta} \quad P=0{,}4+0{,}5j \qquad n_p=\frac{\pi}{0.8961}=3.5\rightarrow 4$

Sistema original: No es posible aplicar las fórmulas para sistemas de segundo orden por lo que es necesario obtener la salida de forma analítica:

1- $Y(z)=G(z)\frac{z}{z-1}$

$$Y(z)=\frac{3z}{(z-0,4)(z^2-0,8z+0,41)}\frac{z}{(z-1)}=\frac{3z^2}{(z-0,4)(z^2-0,8z+0,41)(z-1)}$$

2-
$$Y(z^{-1})=\frac{3z^2}{(z-0,4)(z^2-0,8z+0,41)(z-1)}=\frac{3z^2}{z^4-2{,}2z^3+1{,}93z^2-0.9z+0{,}16}=$$
$$=\frac{3z^{-2}}{1-2{,}2z^{-1}+1{,}93z^{-2}-0.9z^{-3}+0{,}16z^{-4}}$$

Aplicando el método de la división entera:

$$z^{-2}\big/\,1-2{,}2z^{-1}+1{,}93z^{-2}-0.9z^{-3}+0{,}16z^{-4}=z^{-2}+2{,}2z^{-3}+2{,}91z^{-4}+3{,}33z^{-5}+2{,}91z^{-6}\cdots$$

Luego la muestra de pico es $n_p=5$, una muestra mayor que en el sistema reducido