Problema 1

El sistema de control de una locomotora eléctrica está basado en una estructura de realimentación negativa. La velocidad de referencia deseada es convertida en una señal eléctrica que es comparada con la tensión de salida de una dínamo tacométrica, k_{DT}. La señal de error ataca a un amplificador de tensión con ganancia k. Esta etapa se conecta con el motor eléctrico de la locomotora, generando la fuerza de empuje del tren. Se pide:

1. Para determinar la función de transferencia del motor, se le aplica una función en escalón de 100V a la entrada del motor. La fuerza de empuje se registra y describe la siguiente evolución temporal:

$$f(t) = 5000 \cdot \left(1 - 1.5 \cdot e^{-\frac{t}{30}} + 0.5 \cdot e^{-\frac{t}{10}}\right)$$

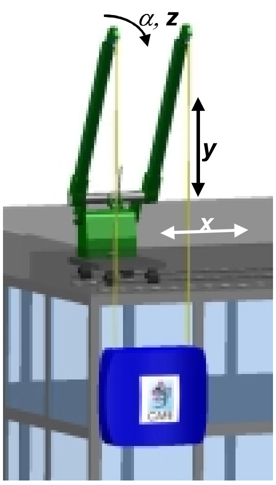
   Obtener la FDT del motor.
2. Diagrama a bloques del sistema de control de la locomotora.
3. Obtener el equivalente reducido de la FDT del motor, $f(s)/u_m(s)$.
4. Empleando el equivalente reducido del anterior apartado, determinar la expresión analítica de la evolución temporal de la velocidad del tren ante una entrada escalón de 1V al sistema de realimentación.
5. Calcular el valor de k para que la sobreoscilación ante una entrada en escalón unitario sea del 20%., utilizando la equivalencia de la FDT del motor.

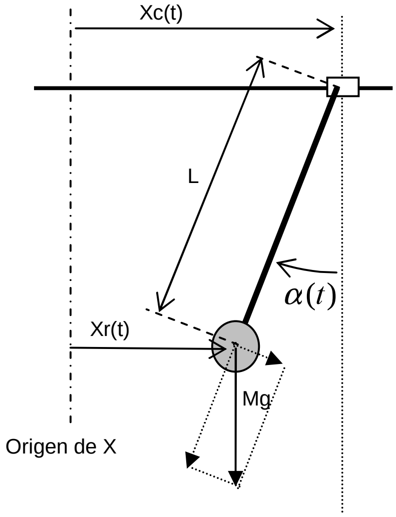
Datos

Masa del tren = 138 toneladas, k = 20, Constante de la dínamo tacométrica, k_{DT} = 1 [V/m/s]

(60 minutos)

Problema 2





El robot limpiador de fachadas mostrado en la figura, se compone de dos grandes elementos: por un lado un *carrier* comercial en lo alto de la fachada, y por otro el sistema de limpieza robótico, propiamente dicho, que sustituye a la canasta en la que habitualmente se sitúan los limpiadores.

Se desean disminuir las oscilaciones que en el robot provocan los desplazamientos a lo largo del eje X del *carrier*. Para ello se ha supuesto el conocimiento de la longitud del cable ***L*** y de la masa del robot ***M***, ambos datos fácilmente obtenibles por medio de sensores. Analizando la dinámica del sistema y siguiendo el sistema de referencias mostrado en el esquema de la figura, se ha llegado a la siguiente relación:

$$Mg\sin\alpha(t) = M\frac{d^2}{dt^2}X_R(t) + B\frac{d}{dt}X_R(t)$$

En donde *B* es un coeficiente de rozamiento con el aire dependiente exclusivamente de la geometría de la carcasa del robot y *g* es la aceleración terrestre.

Datos: $g = 9.8\frac{m}{s^2}$ $\quad L = 3.25m$ $\quad M = 400Kg$ $\quad B = 35\frac{Ns}{m}$

Se pide (se valorará con 2 puntos cada apartado):

1.- Demostrar que la función de transferencia que relaciona el movimiento en abscisas del robot con el movimiento en abscisas del *carrier* es:

$$G(s) = \frac{X_R(s)}{X_C(s)} = \frac{3.01}{s^2 + 0.0875s + 3.01}$$

para el punto de funcionamiento dado por: $X_{R0} = \dot{X}_{R0} = X_{C0} = \dot{X}_{C0} = 0$

2.- Dibujar el diagrama de bode del sistema obteniendo numéricamente los valores más característicos.

3.- ¿Con que periodo oscilará el robot si se introduce un escalón en la velocidad del carrier?

Mediante la aplicación del método de *Truxal* se obtiene la función de transferencia de un filtro que modifica la acción de control sobre la posición del *carrier*. Dicho filtro tiene la siguiente FDT:

$$G_c(s) = \frac{X_C(s)}{X_{deseada}(s)} = \frac{s^2 + 0.0875s + 3.01}{s^2 + 3.46s + 3.01}$$

4.- Dibújese aproximadamente el diagrama de bode del filtro.

5.- Justifique desde el punto de vista frecuencial el efecto que sobre el sistema tiene este filtrado.

(60 minutos)

Resolución

Primer ejercicio

1. Por la expresión temporal, la transformada de Laplace de la fuerza del motor aplicando el teorema de traslación compleja y descomposición en fracciones simples será del tipo:

$$F(s) = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{\left(s + \frac{1}{30}\right)} + \frac{a_3}{\left(s + \frac{1}{10}\right)}$$

Por tanto, si se aplica una entrada en escalón, la primera fracción corresponde a la excitación y el resto a la FDT entre la tensión aplicada al motor y su fuerza:

$$\frac{F(s)}{u_m(s)} = \frac{k_m}{\left(s + \frac{1}{30}\right)\left(s + \frac{1}{10}\right)}$$

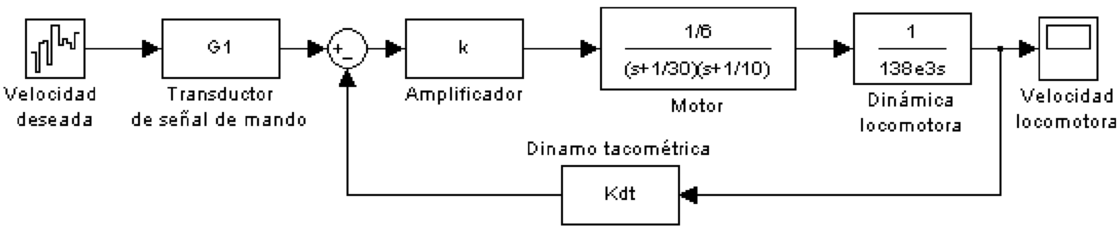
Para determinar k_m se aplicará el teorema del valor final:

$$\lim_{s \to 0}(s \cdot F(s)) = \lim_{s \to 0} s \frac{100}{s} \frac{k_m}{\left(s + \frac{1}{30}\right)\left(s + \frac{1}{10}\right)} = 5000 \quad \Rightarrow \quad k_m = \frac{1}{6}$$

2. La relación entre la fuerza aplicada a la locomotora y su velocidad será:

$$f = m_T \cdot \dot{v}_T \quad \Rightarrow \quad \frac{v_T(s)}{F(s)} = \frac{1}{m_T \cdot s}$$

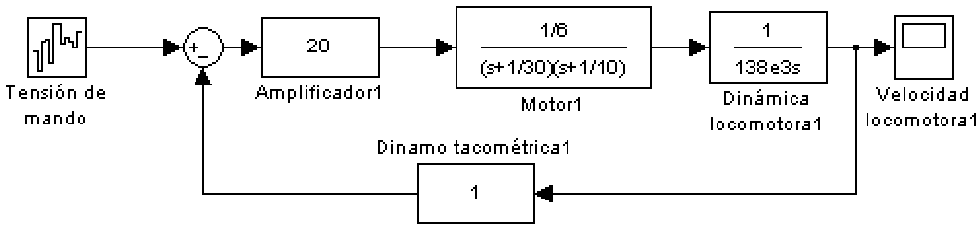
El diagrama a bloques quedará como:



3. El polo dominante será el ubicado en -1/30. Habrá que adecuar la ganancia estática:

$$G_{eq}(0) = \frac{10}{6} \qquad G_{eq}(s) = \frac{10}{6 \cdot \left(s + \frac{1}{30}\right)}$$

4. La dinámica temporal requiere de saber cual es la FDT de la estructura realimentada:



La transformada de la velocidad de la locomotora es:

$$v_T(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{200}{828 \cdot 10^3 s^2 + 27 \cdot 10^3 s + 200}$$

Aplicando la antitranformada por descomposición en fracciones simples quedará:

$$v_T(t) = 1 - 1.88e^{-0.01t} + 0.88e^{-0.02t}$$

5. Por el LDR de la estructura de realimentación, la ubicación del polo complejo conjugado del lazo cerrado estará en la mitad del origen y del polo -1/30. La frecuencia de oscilación se determinará mediante el ángulo de apertura de los polos, definida por la sobreoscilación. El ángulo es 1.097 radianes y los polos de la cadena cerrada serán $-0.0167 \pm j0.326$. Aplicando el criterio del módulo, la ganancia de la cadena cerrada debe ser la unidad, se determina la ganancia que vale 111.