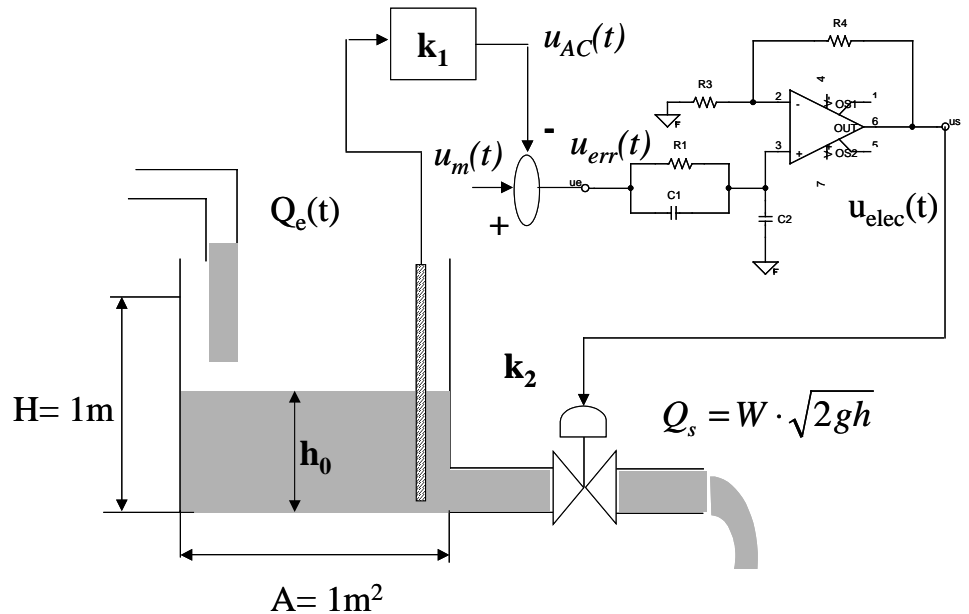


Primer ejercicio

El esquema de la figura representa un sistema de control continuo sobre un depósito de agua. La altura es medida por un transductor resistivo, de forma que la tarjeta de acondicionamiento de la señal, da una tensión proporcional a la altura:

$$u_{AC}(t) = k_1 h(t)$$

siendo k_1 la ganancia, de valor 10 [V/m]. Esta señal es comparada con la señal de mando, $u_m(t)$, generando la señal de error, la cual ataca al regulador PI analógico, cuya ganancia de tensión



está dada por la siguiente ecuación diferencial: $u_{elec}(t) + 3 \frac{du_{elec}(t)}{dt} = 2 \left(u_{err}(t) + \frac{du_{err}(t)}{dt} \right)$

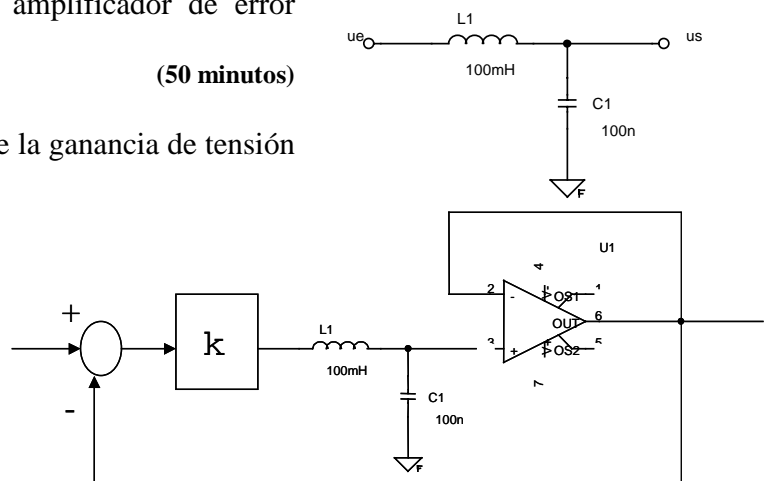
El compensador ataca a la electroválvula de sección variable. La sección de paso, W , es proporcional a la tensión de salida del regulador con una ganancia k_2 , de valor 0.01 [m²/V]. Se pide:

1. Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que determinen la dinámica del sistema.
2. Linealizar el modelo respecto al punto de equilibrio, $u_{m0} = 6V$ y $h_0 = 0.5$ m. ¿ Cuánto vale el caudal de salida ?, ¿ y el de entrada ?.
3. Diagrama de bloques entre los incrementos de la señal de mando y de la altura del depósito.
4. Representar la evolución temporal del nivel en el depósito de agua, cuando se produce una variación unitaria de la señal de mando en 1 voltio. Indíquese los valores más significativos.
5. Implementar la señal de mando y el amplificador de error mediante sistemas electrónicos.

(50 minutos)

Segundo ejercicio

1. Determinar la respuesta en frecuencia de la ganancia de tensión del circuito a).
2. Dibujar el diagrama de Bode y la curva polar del apartado anterior.
3. Si se realimenta unitariamente el cuadripolo LC según la figura b). Dibujar el lugar de raíces.
4. Para $k = 3$, analizar la estabilidad según el criterio de Nyquist. ¿ Cual sería la respuesta ante una entrada en escalón? ¿ Cuanto vale ω_d ?.



(40 minutos)

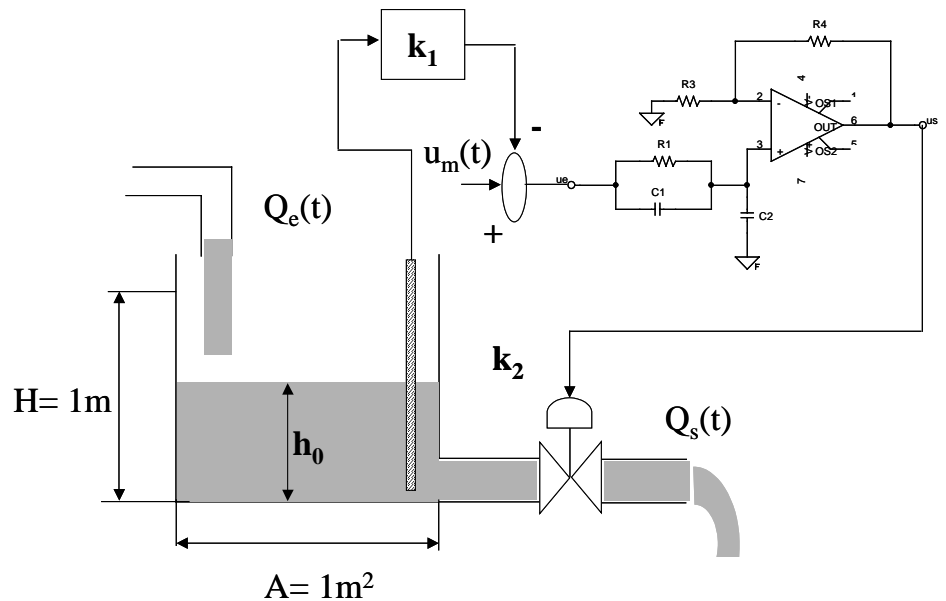


Tercer ejercicio

Se pretende sustituir el control analógico por un control digital sobre la regulación de la altura de un depósito de agua. La altura es medida por un transductor resistivo, de forma que la tarjeta de acondicionamiento de la señal, da una tensión proporcional a la altura:

$$u_{AC}(t) = k_1 h(t)$$

siendo k_1 la ganancia., de valor 10 [V/m].



1. Sustituir la señal de mando, el amplificador de error y el compensador analógico por bloques del control digital directo. Representar el nuevo esquema con el computador y dibujar el diagrama a bloques del control discreto.
2. Para codificar el programa de control se procede a determinar previamente el regulador continuo. Determinar la red de retraso de fase, $G_c(s)$, para el punto de funcionamiento estable de $u_{m0} = 6V$ y $h_0 = 0.5m$, cuya función de transferencia incremental de la planta entre las variaciones del nivel respecto a las variaciones de tensión aplicada a la electroválvula es: $\frac{\Delta h(s)}{\Delta u_{elec}(s)} = \frac{0.0313}{s + 0.062}$. Los requisitos son un tiempo de establecimiento de 10 segundos y un valor de pico máximo, M_p , del 10 %. El polo del compensador se ubica con una constante de tiempo de 1/3 s.
3. Determinar el periodo de muestreo.
4. Discretización del regulador continuo mediante transformadas bilineales ($s = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$).
5. Obtener la ecuación en diferencias del regulador discreto.

(45 minutos)

Cuarto ejercicio

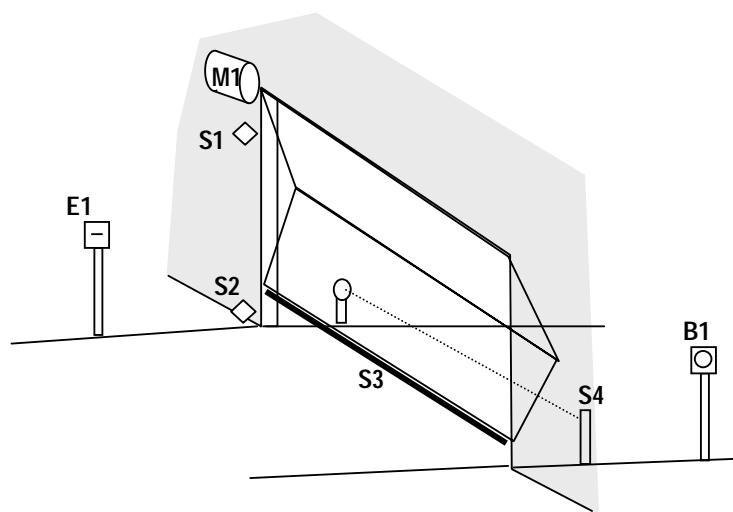
Se desea realizar el automatismo que regula una puerta de garaje accionada mediante un motor eléctrico. El sistema automático se pone en marcha cuando un sistema de identificación de llaves magnéticas en el exterior del garaje activa la señal **E1** o bien cuando se pulsa el botón **B1** situado en el interior. Como consecuencia, la puerta se abre mediante la acción positiva del motor **M1** el cual se parará cuando se active el sensor de final de carrera **S1**. La puerta permanecerá en dicha posición durante 10 segundos, tras los cuales comenzará a cerrarse por medio de una acción negativa del motor **M1**. Adicionalmente se dispone de dos mecanismos de seguridad para evitar accidentes. Por un lado, la puerta está dotada de un cordón sensible en su parte inferior, de forma que este activa la señal **S3** cuando colisiona con algún objeto. Por otro lado, se dispone de un haz de infrarrojos que cruza de lado a lado el umbral de la puerta de forma que se activa la señal **S4** siempre que se detecte que hay un objeto que lo interrumpe. El sistema no comenzará a descender si **S4** está activo. Si durante la bajada



se activan alguna de estas dos señales, entonces se actuará como si se comenzase el ciclo tras la activación de **E1** o **B1**, es decir abriendo de nuevo la puerta y esperando 10 s. para volver a cerrarse.

Se pide:

1. Realizar el GRAFCET de nivel 1.
2. Considerando que el sistema va a ser implementado mediante una autómatas de la serie S5 de Siemens, dibujar el GRAFCET de nivel 2 utilizando para las señales la notación propia de dicho PLC.
3. Escribir el código en AWL sobre S-5 que realiza el automatismo.



(45 minutos)



Primer ejercicio

1. El conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que definen la dinámica del sistema, resultarán de una combinación de ecuaciones eléctricas y del principio de Torricelli. Téngase en cuenta el análisis dimensional:

$$\begin{aligned}u_{AC}(t) &= k_1 h(t) = 10h(t) \\u_{err}(t) &= u_m(t) - u_{AC}(t) \\u_{elec}(t) + 3\dot{u}_{elec}(t) &= 2\left(u_{err}(t) + \dot{u}_{err}(t)\right) \\W &= k_2 u_{elec}(t) = 0.01u_{elec}(t) \\Q_e - Q_s &= A \cdot \dot{h} \\Q_s &= W \cdot \sqrt{2gh}\end{aligned}$$

2. El modelo es no lineal a consecuencia de la expresión del caudal de salida; linealizando a partir de la señal de mando y el nivel del depósito se tendrá un modelo en incrementos alrededor del punto de equilibrio. Obviamente, el caudal de entrada y de salida son idénticos por la propia definición de estado en reposo.

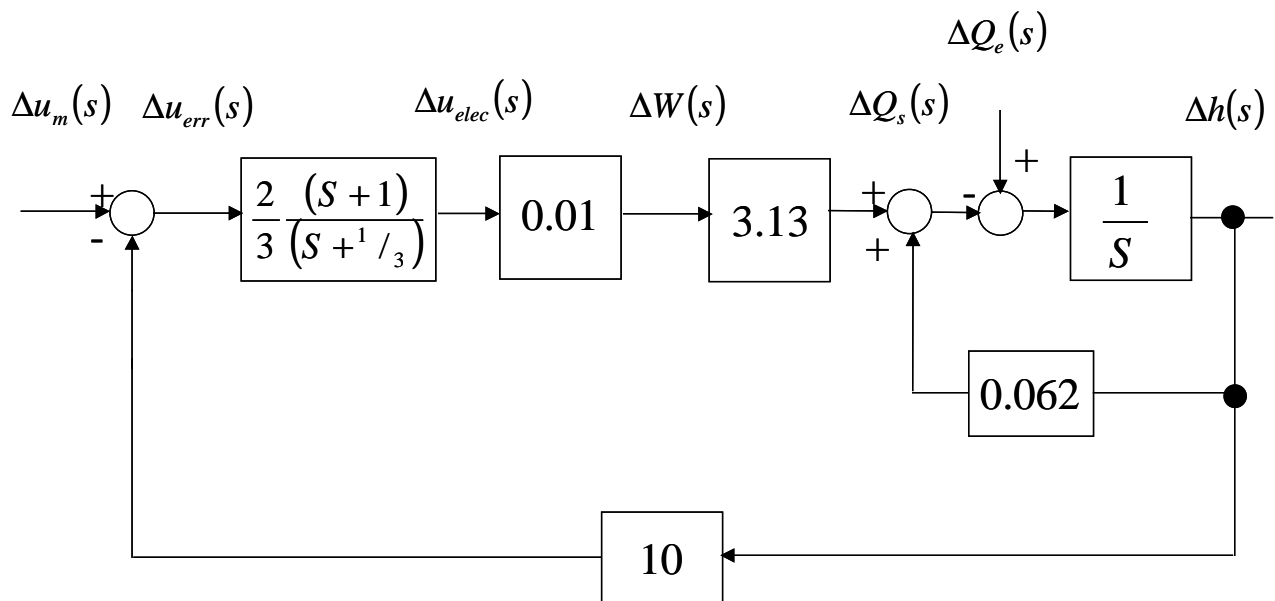
$$\begin{aligned}u_{m0} &= 6V \\h_0 &= 0.5m \\u_{AC0} &= 10 \cdot 0.5 = 5V \rightarrow u_{err0} = 6 - 5 = 1V \rightarrow u_{elec0} = 2.1V = 2V \\W_0 &= 0.02m^2 \\Q_{e0} = Q_{s0} &= 0.02 \cdot \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 0.5} = 0.062 \left[\frac{m^3}{s} \right] \\\Delta u_{AC}(t) &= 10\Delta h(t) \\\Delta u_{err} &= \Delta u_m - \Delta u_{AC} \\\Delta u_{elec}(t) + 3\Delta \dot{u}_{elec}(t) &= 2\left(\Delta u_{err}(t) + \Delta \dot{u}_{err}(t)\right) \\\Delta W &= 0.01\Delta u_{elec}(t) \\\Delta Q_E - \Delta Q_S &= A\Delta \dot{h} \\\Delta Q_s &= \left[\sqrt{2gh} \right]_0 \Delta W + \left[W \sqrt{\frac{g}{2h}} \right]_0 \Delta h = 3.13\Delta h = 3.13\Delta W + 0.062\Delta h\end{aligned}$$

3. La FDT del compensador es:

$$\frac{\Delta u_{ele}(s)}{\Delta u_{err}(s)} = \frac{2(1+s)}{(1+3s)} = \frac{2(s+1)}{3\left(\frac{1}{3}+s\right)}$$

y por tanto, el diagrama a bloques quedará como:





4. La FDT del conjunto es:

$$\Delta M(s) = \frac{\Delta h(s)}{\Delta u_m(s)} = \frac{0.02(s+1)}{\left(s + \frac{1}{3}\right)(s + 0.062) + 0.2(s+1)}$$

$$\Delta M(s) = \frac{0.02(s+1)}{s^2 + \left(\frac{1}{3} + 0.062 + 0.2\right)s + \left(0.2 + \frac{1}{3} \cdot 0.062\right)} = \frac{0.02(s+1)}{s^2 + 0.5955s + 0.22} = \frac{0.02(s+1)}{(s + 0.2975)^2 + 0.36^2}$$

Para determinar la respuesta temporal habrá de buscar el equivalente mediante la teoría de polos dominantes. El cero de la cadena cerrada puede ser eliminado para simplificar los cálculos de los tiempos característicos:

$$\Delta u_{eq} = \frac{k^*}{s^2 + 0.5955s + 0.22} \cong \frac{0.02(s+1)}{s^2 + 0.5955s + 0.22} \Rightarrow \frac{k^*}{0.22} = \frac{0.02}{0.22}$$

El equivalente será:

$$\Delta M_{eq} = \frac{0.02}{(s + 0.2975)^2 + 0.36^2}$$

Ante una variación unitaria en la señal de mando, la respuesta de la altura del depósito será:



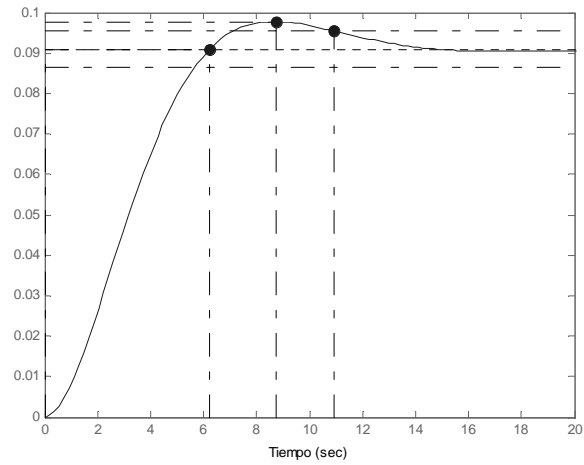
$$t_s \cong \frac{\Pi}{0.2975} = 10.56s$$

$$t_p \cong \frac{\Pi}{0.36} = 8.72s$$

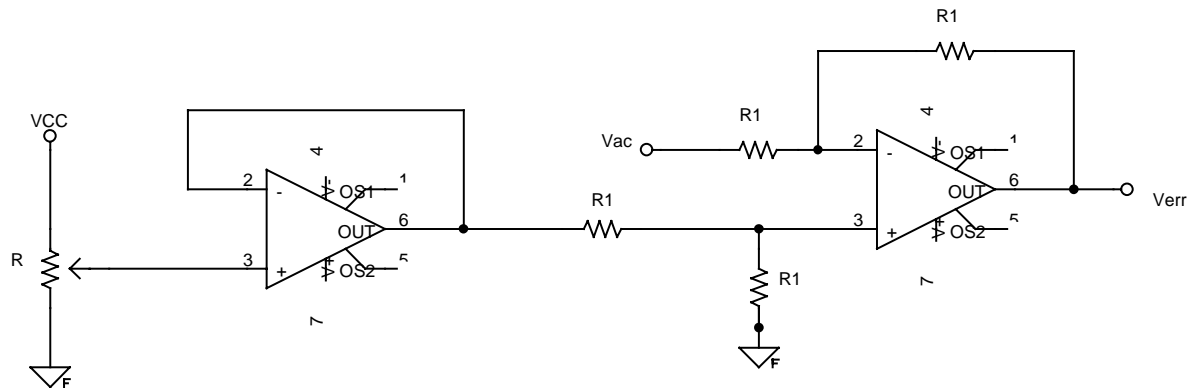
$$M_p = e^{\frac{\Pi}{tg\vartheta}} = 7.46\%$$

$$t_r = \frac{\Pi - \vartheta}{\omega_d} = 5.36s$$

$$\Delta h_{final} = 0.09m$$



5. La señal de mando y el amplificador de error estarán definidos por las siguientes estructuras:

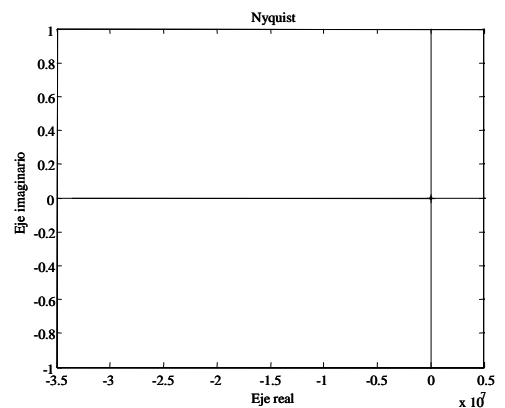
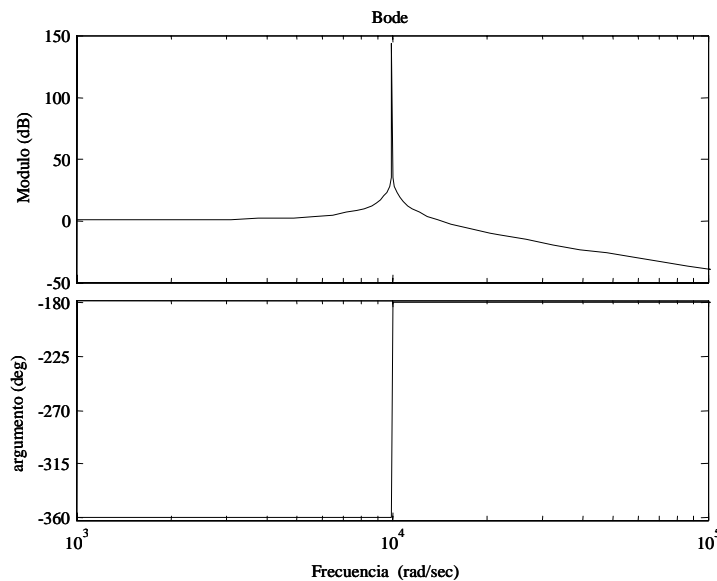


Segundo ejercicio

1. La respuesta en frecuencia del cuadripolo LC es:

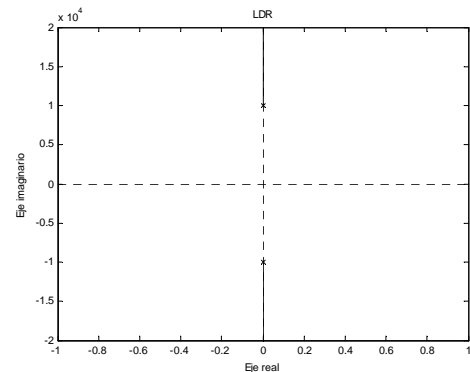
$$A_v(j\omega) = \frac{1}{(j\omega)^2 LC + 1}$$

2. El sistema es críticamente estable y por tanto el factor de amortiguamiento es 0 y el valor del pico de resonancia tiende a infinito. La curva polar se cierra a través de una semicircunferencia de radio infinito desde el cuarto cuadrante al tercero.



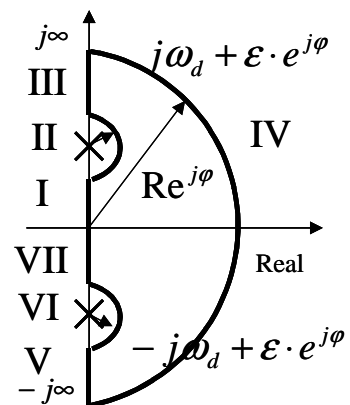
3. La ganancia en cadena abierta de la estructura de realimentación negativa

es $G(s)H(s) = \frac{k}{LCs^2 + 1}$, luego el LDR está sobre el eje imaginario a partir de la frecuencia de oscilación de 10.000 rad/s. El sistema oscila para cualquier valor de $k > 0$.



En el camino de Nyquist hay que evitar los polos imaginarios de la cadena abierta y su recorrido estará definido por siete tramos:

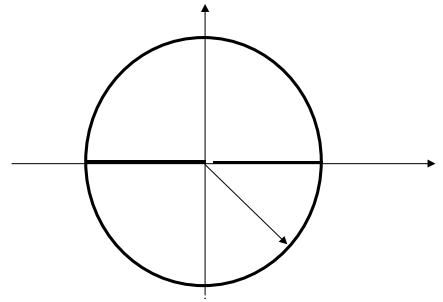
- | | | | |
|------|--|--|---|
| I: | $S=j\omega$ | $\omega \epsilon (0, \omega_d)$ | |
| II: | $S=j\omega_d + \epsilon e^{j\varphi}$ | $\epsilon \rightarrow 0$ | $\varphi \epsilon \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ |
| III: | $S=j\omega$ | $\omega \epsilon (\omega_d + \infty)$ | |
| IV: | $S=R e^{j\varphi}$ | $R \rightarrow \infty$ | $\varphi \epsilon \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ |
| V: | $S=-j\omega$ | $\omega \epsilon (-\infty, -\omega_d)$ | |
| VI: | $S=-j\omega_d + \epsilon e^{j\varphi}$ | $\epsilon \rightarrow 0$ | $\varphi \epsilon \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ |
| VII: | $S=j\omega$ | $\omega \epsilon (-\omega_d, 0)$ | |



La curva imagen será dada según indica la figura adjunta.

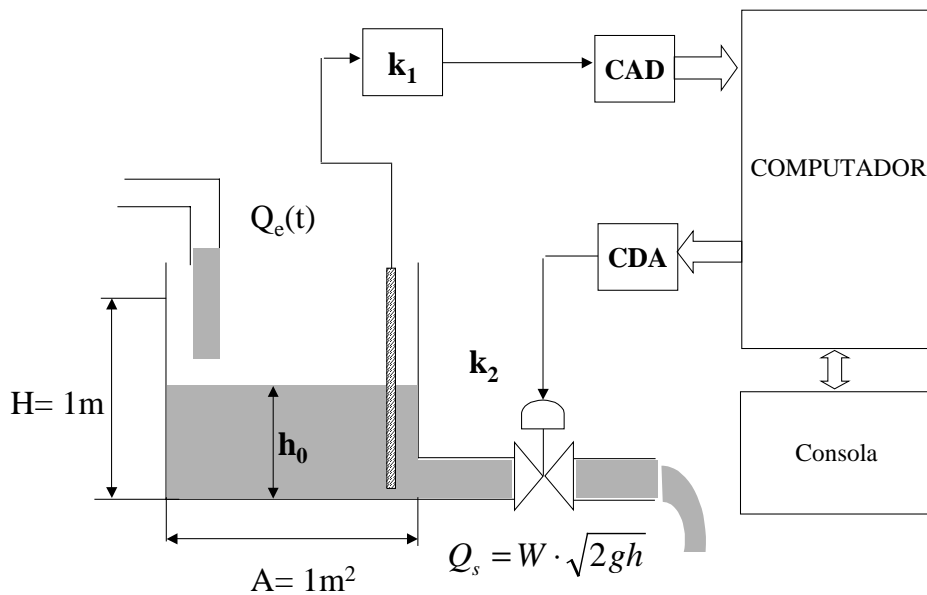
El sistema es críticamente estable y ante una entrada en escalón el sistema oscilará. Su valor estará dado por la FDT de la cadena cerrada:

$$M(s) = \frac{k}{s^2 LC + 1 + k} \Rightarrow k = 3 \rightarrow \omega_d = 20.000 [\text{rad} / \text{s}]$$

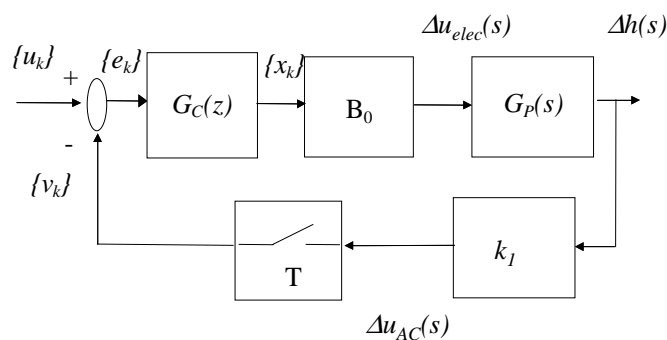


Tercer ejercicio

1. El esquema de control digital directo del depósito será:



y su diagrama a bloques:



2. Los polos dominantes, a partir de las especificaciones dadas, son $s_d = -0.31 \pm j0.42$. Aplicando el criterio del argumento, el ángulo del cero de la red de retraso de fase es:

$$\alpha = -180 + (120.38^\circ + 87.20^\circ) = 27.67^\circ$$



El cero está colocado con una raíz de -1.1 . La ganancia del regulador se calculará con el criterio del módulo:

$$k_c \frac{|s_d + 1.1|}{|s_d + 0.33|} \frac{0.0313}{|s_d + 0.062|} k_1 = 1 \Rightarrow k_c = 0.734$$

3. El periodo de muestreo estará dado por:

$$T \cong \min\left(\frac{1}{10\sigma_d}, \frac{2\pi}{10\omega_d}\right) = \min(0.312s, 1.48s)$$

El periodo será de 0.3 s.

4. Con el periodo de muestreo elegido y aplicando transformadas bilineales queda el compensador en Z:

$$G_c(z) = 0.81 \frac{1 - 0.72z^{-1}}{1 - 0.9z^{-1}}$$

5. La antitransformada dará la ecuación en diferencias

$$y_k = 0.9y_k + 0.81x_k - 0.58x_{k-1}$$

