Problema 1

La siguiente figura representa un péndulo controlado por medio de un electroimán. Un complejo sistema electromecánico permite ejercer una fuera horizontal sobre la barra del péndulo en el punto P proporcional a la intensidad que recorre la bobina:

$$F(t) = 2\left[\tfrac{N}{A}\right]\cdot i_L(t)$$

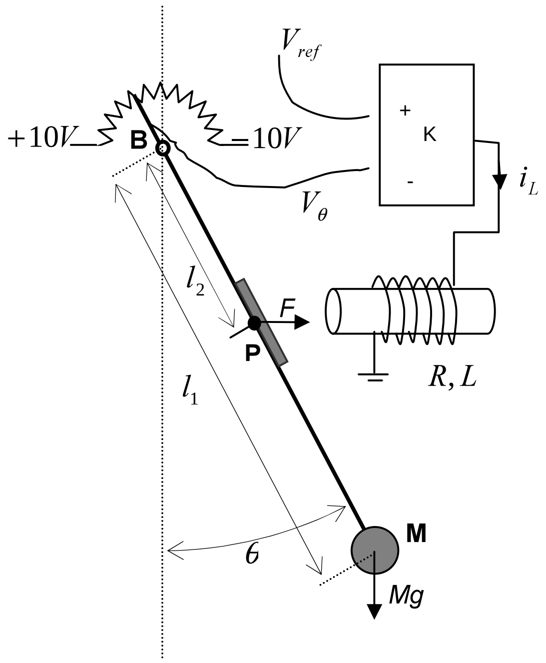
El ángulo girado por el péndulo respecto de la vertical es medido por medio del potenciómetro lineal mostrado en la figura, de tal forma que cuando el ángulo es de 90º la medida es de 10 V. y cuando es de -90º la medida es de -10 v. El montaje del potenciómetro introduce un rozamiento de constante B= $3\left[\frac{N\cdot m\cdot s}{radian}\right]$. El sistema electrónico contiene el amplificador de error y un driver de potencia, de forma que la tensión de salida es amplificada k veces de la tensión de error. Teniendo en cuenta los datos suministrados en la figura, se pide:

1. Ecuaciones físicas del sistema.
2. Linealizar el sistema respecto del punto $\theta_0 = 30^{o}$. Justificar que:

$$\frac{\Delta\theta(s)}{\Delta F(s)} = \frac{0.173}{s^2 + 3s + 11.547}$$

Considérese para este apartado y los dos siguientes que el valor de K es 10.

3. Diagrama a bloques y función de transferencia que relaciona $\Delta\theta$ y ΔV_{ref} .
4. ¿Cómo evoluciona el ángulo si se introduce una tensión de referencia de +4 Voltios como valor <u>absoluto</u>?. Caracterizar la respuesta temporal del sistema reducido equivalente, sabiendo que hay un polo real en la cadena cerrada que vale -2.3,



Datos:

$l_1 = 1m.$

$l_2 = 0{,}2m.$

$L = 1H$

$R = 0{,}1\Omega$

$M = 1Kg.$

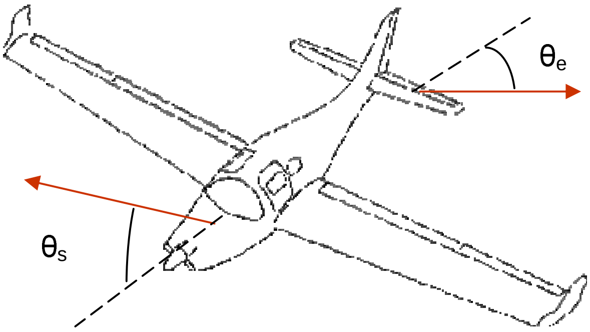
$g = 10\,\frac{m}{s^2}$

Considérese que el momento de inercia del péndulo es $J_C = l_1 M^2$

Problema 2

Un avión comercial con piloto automático presenta en el modo de oscilación longitudinal la función de transferencia siguiente.

$$G(s)\ H(s) = \frac{k\left(s+\dfrac{1}{T_2}\right)}{s\left(s-\dfrac{1}{T_1}\right)\left(s^2+2\,\zeta\,\omega_n\,s+\omega_n{}^2\right)}$$



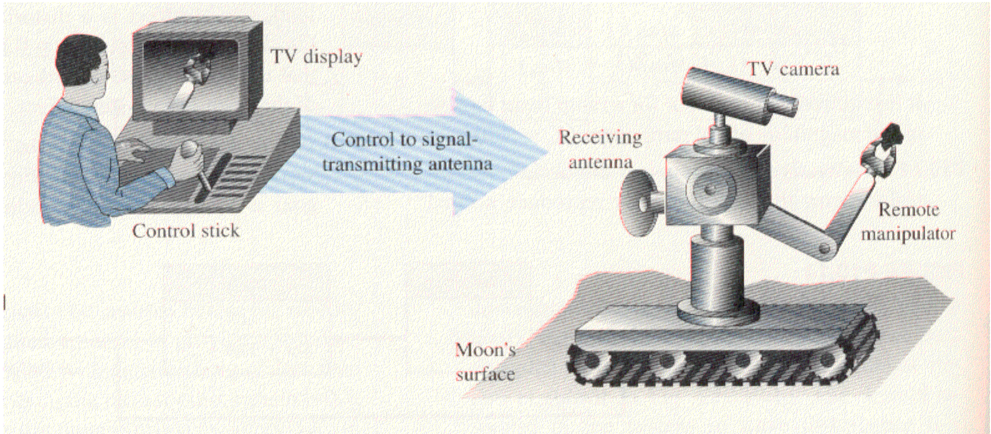
donde: $T_1 = 1$; $T_2 = 2$; $\zeta = 0.5$; $\omega_n = 4$.

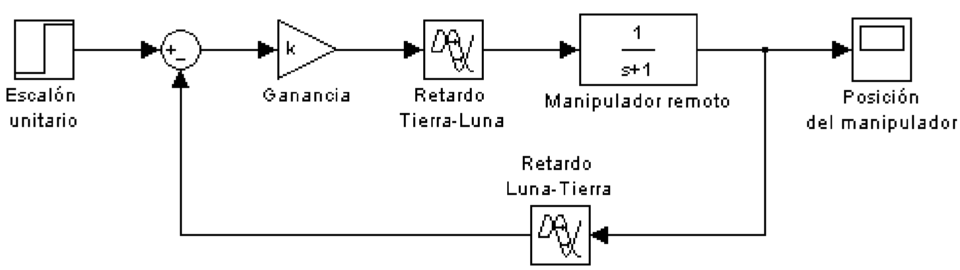
Construir el Lugar de Raíces del sistema.

Problema 3

Para la colonización de la luna, la Agencia Europea del Espacio (ESA), trabaja en la teleoperación de robots. Suponiendo que el tiempo de retraso en la transmisión de una señal de comunicación, entre la Tierra y la Luna, es de 1.28 seg. Se pide:

1. Rango de k para que sea estable (empléese la aproximación de Pade).
2. Diagrama de Bode y curva polar de la cadena abierta para un valor de k a 2/3 del valor de la ganancia crítica.
3. Determinar la ganancia k de forma que el sistema tenga un margen de fase de aproximadamente de 50º.
4. Respuesta aproximada de este sistema a una entrada en escalón unitario.





Resolución

Primer ejercicio

1. Ecuaciones Físicas del sistema:

Potenciómetro: $V_\theta(t) = \frac{20}{\pi}\theta(t)$

Electroimán: $V_e(t) = K(V_{ref} \ (-V_\theta)$

$$V_e(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} + Ri_L(t)$$

$$F(t) = 2i_L(t)$$

Péndulo: $F(t)l_2\cos\theta = Ml_1^2\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + Mgl_1 sen\theta + B\frac{d\theta(t)}{dt}$

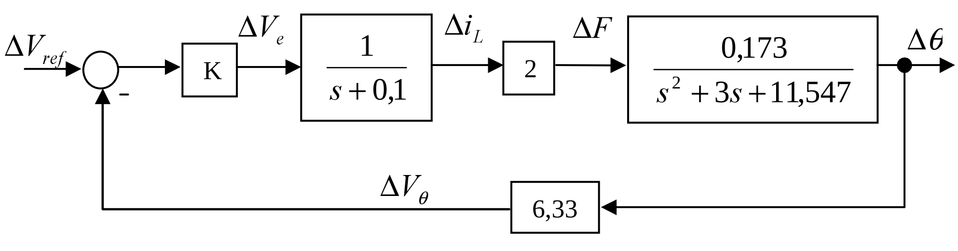
2. En el punto de equilibrio $\theta_0 = 30^o$. Sustituyendo en las anteriores ecuaciones, y haciendo todas las derivadas nulas, se obtienen los siguientes valores de las variables en el punto de equilibrio:

$$V_{\theta o} = 3{,}33V.$$
$$F_0 = 28{,}87N$$
$$i_{Lo} = 14{,}43A$$
$$V_{e0} = 1.44v$$
$$V_{ref0} = 3{,}47V.$$

Las anteriores ecuaciones, linealizadas en este punto y transformadas a Laplace son:

$$\Delta V_\theta = 6.33\Delta\theta$$
$$\Delta V_e = 10(\Delta V_{ref} - \Delta V_\theta)$$
$$\Delta i_L = \frac{1}{s+0{,}1}\Delta V_e$$
$$\Delta F = 2\Delta i_L$$
$$\Delta F \cdot l_2\cos 30 - F_0 sen 30 \cdot l_2\Delta\theta = \Delta\ddot{\theta} + 10\cos 30\Delta\theta + 3\Delta\dot{\theta}$$
$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{0{,}173}{s^2+3s+11{,}547}\Delta F$$

3. El diagrama de bloques es el siguiente:



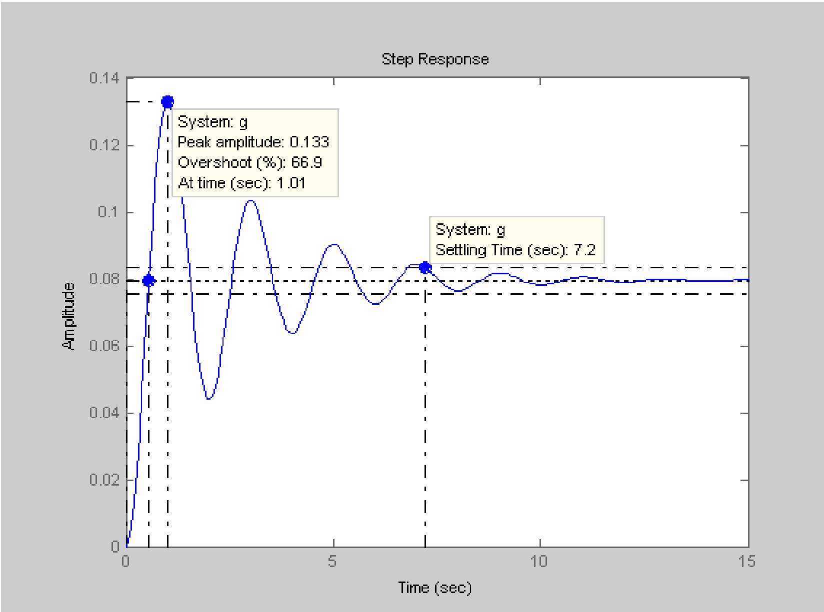
Resolviendo el diagrama de bloques, obtenemos que:

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta V_{ref}} = \frac{3{,}46}{(s+2.3)(s^2+0.8s+10)}$$

4. Una referencia absoluta de 4 voltios pasa a ser un escalón de $4 - V_{ref0} = 0{,}53$ voltios de amplitud. El sistema reducido equivalente al obtenido en el apartado 3 será:

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta V_{ref}} = \frac{1{,}5}{s^2 + 0{,}8s + 10}$$

Que tiene la misma ganancia estática que la anterior, y dos polos dominantes complejos conjugados en $0{,}4 \pm 3{,}13j$
.



$$\Delta\theta_\infty = 0{,}15 * 0{,}53 = 0{,}0795 radianes$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = 1.003s$$

$$M_p = 100e^{-\frac{\pi}{\tan\theta}} = 66{,}9\%$$

$$t_s = \frac{\pi}{\sigma} = 7.8s$$

$$t_r = \frac{\pi - \theta}{\omega_d} = 0.54s$$

Al no ser la realimentación unitaria, no es posible comparar directamente la referencia y el valor de salida, puesto que uno son voltios y el otro radianes. Para hacerlo basta con pasar una de las dos medidas a la referencia que representan. Si pasamos el incremento de radianes a la tensión leida en el potenciómetro, obtenemos 0.503 V.

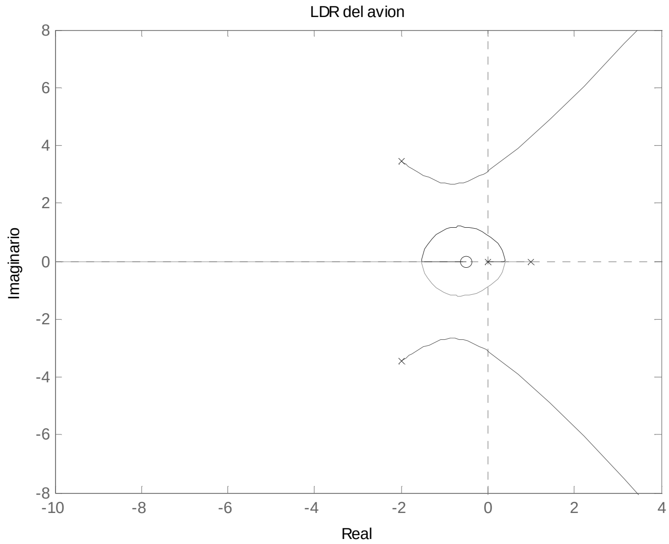
Segundo ejercicio

R1: Número ramas ≡4

R2: k=0 (0,+1,-2+j3.45,-2-j3.46) k=∞ (-0.5)

R3: Ramas del eje real

R4: Simetría



$$R5: \vartheta_a = \frac{(2q+1)180}{4-1} = 60,-60,180$$

$$R6: \sigma_a = \frac{-0+1-2-2+0.5}{4-1} \quad \sigma_a = -0.83$$

R7: $$\alpha_1 - (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \theta_s) = (2q+1)180$$
$$\Rightarrow \theta_s = -47^{\circ}$$

R8: El punto de dispersión y confluencia puede aproximarse a la ecuación de segundo orden:

$$\frac{1}{\sigma} + \frac{1}{\sigma - 1} \approx \frac{1}{\sigma + 0.5}$$

$$\Rightarrow \sigma = \begin{cases} -1.36 \\ 0.36 \end{cases}$$

R9: $s^4+3s^3+12s^2-16s+ks+0.5k$

s^3	1	12	0.5k
s^2	3	k-16	
s^1	x*		
s^0	0.5k		

$$k_{cr} = \begin{cases} 18.48 \\ 45.02 \end{cases}$$

Tercer ejercicio

1. Habrá que determinar el polinomio característico:

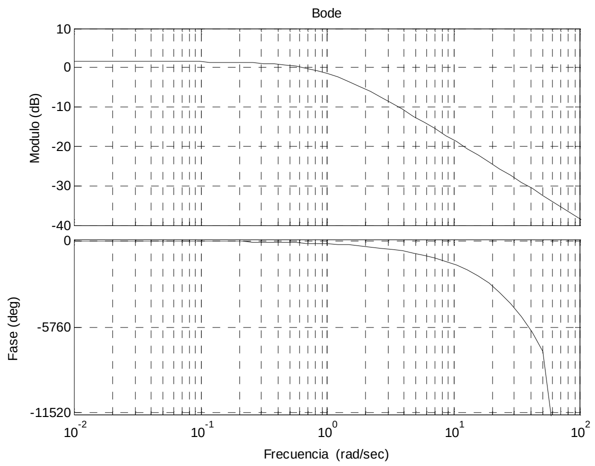
$$D(s) = 1 + ke^{-2sT_d}\frac{1}{s+1} \cong \frac{(1+sT_d)(s+1) + k(1-sT_d)}{(1+sT_d)(s+1)} = 0 \Rightarrow s^2T_d + (1+T_d - kT_d)s + 1 + k$$

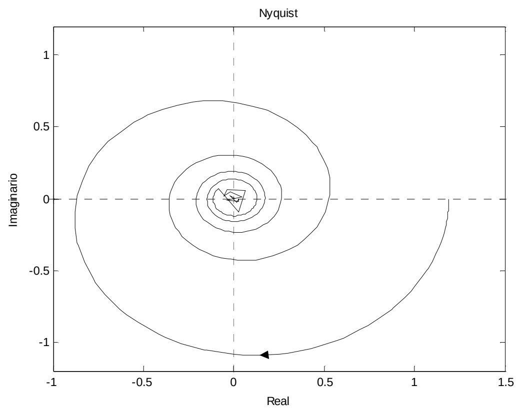
Empleando la tabla de Routh:

$$-1 < k < 1 + \frac{1}{T_d}$$

2. La FDT de la cadena abierta es:

$$G(s)H(s) = \frac{2}{3}k_{cr}e^{-s2T_d}\frac{1}{s+1} = 1.19e^{-2.56s}\frac{1}{s+1}$$





3. Cuando el ángulo es pequeño el arco tangente y la tangente se aproximan. Esta aproximación se puede considerar, en este apartado, por que la frecuencia de cruce de ganancia es más pequeña que la frecuencia del polo de primer orden:

$$\gamma = 50 = 180 - \left(arctg\left(\omega_g\right) + 2T_d\omega_g\right) \Rightarrow \omega_g + 2T_d\omega_g \approx 130^{\circ} \Rightarrow \omega_g \approx 0.63\left[rad/s\right]$$

$$\frac{k}{\sqrt{1+0.63^2}} = 1 \Rightarrow k = 1.18$$

4. Considerando que el efecto dominante son los polos complejos y conjugados de la cadena cerrada, entonces:

$$\xi_{cc} \approx \frac{\gamma}{100} = 0.5 \qquad M_{p,cc} \approx 16.37\% \qquad t_{P,cc} \approx \frac{\pi}{0.63} = 5s \qquad \lim_{s\to 0} M(s) = 0.54$$

Realizando la simulación, estas aproximaciones se ven que son bastante buenas: