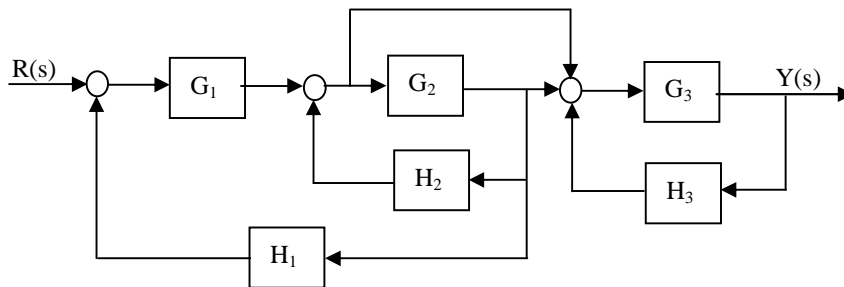


**Primer problema**

Reducir el siguiente diagrama de bloques a un solo bloque  $Y(s)/R(s)$ . Todos los bloques  $G_1, G_2, G_3, H_1, H_2, H_3$  son funciones de Laplace.



(30 minutos)

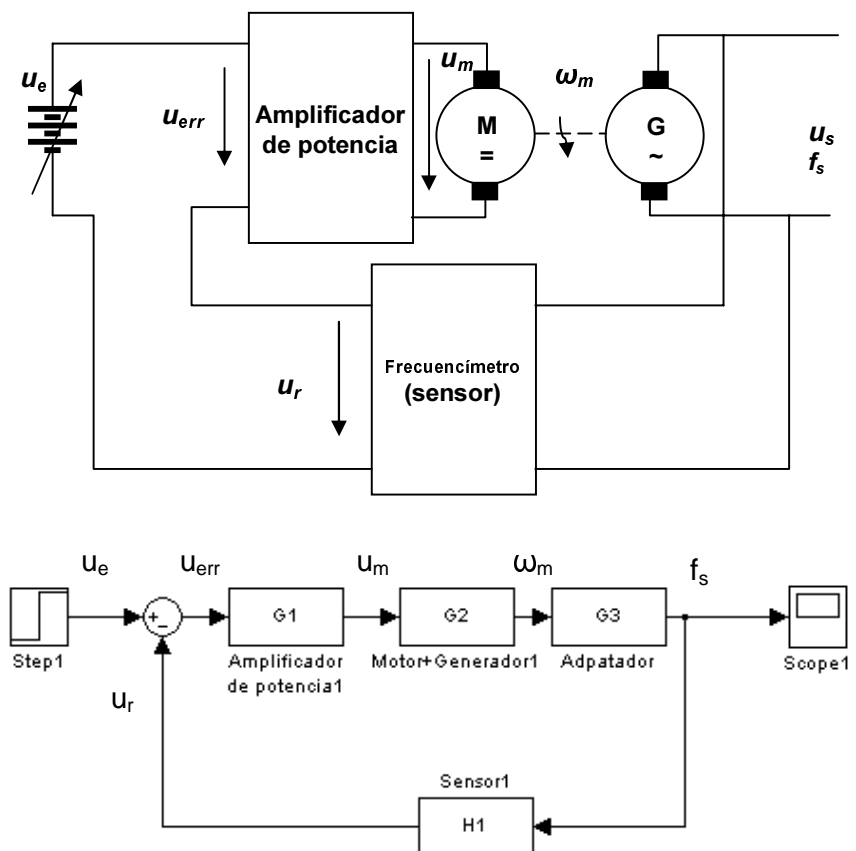
**Segundo problema**

En la figura se presenta el sistema de control de un inversor rotativo (convertidor corriente continua en corriente alterna). El sensor mide la frecuencia de la tensión de salida y da, en su salida y en el régimen permanente, una tensión proporcional de 1[V/Hz]. La dinámica del sensor no es lo suficientemente rápida como para despreciarla. Se puede modelar como un sistema de primer orden, con una constante de tiempo de  $\tau_s = 0.5$  segundos. En el conjunto del motor de continua y el generador de alterna, las constantes de tiempo de los circuitos eléctricos son insignificantes respecto a las constantes de tiempo de los sistemas mecánicos. Por ello, la inercia de todos los elementos mecánicos que giran con el eje es  $J = 4 \text{ Kg m}^2$  y el rozamiento del eje es  $B = 1 \text{ N m s}$ . La ganancia entre la velocidad del eje y la tensión en extremos del motor es 60 [rpm/V]. Nótese que la frecuencia de la tensión de salida es directamente proporcional a la velocidad angular del eje. El amplificador de potencia se aproxima a la respuesta en frecuencia de un filtro paso bajo de primer orden con un ancho de banda de 1[rad/s]. La ganancia del amplificador es ajustable y es el parámetro a determinar,  $k$ .

Se pide:

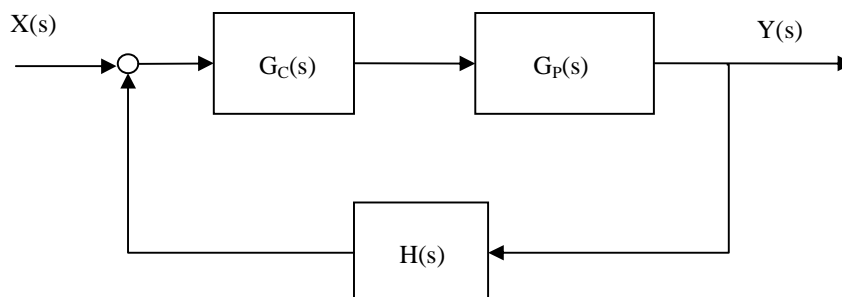
1. Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales del inversor rotativo.
2. Función de transferencia de la cadena abierta y de la cadena cerrada.
3. Encontrar el valor de la ganancia  $k$  del amplificador que obtiene un error de seguimiento menor que el 10% ante una referencia de entrada escalón.
4. Diagrama de Bode y curva polar con la ganancia calculada.
5. Hallar el margen de fase del sistema.
6. ¿Estamos ante un buen sistema o ante un mal sistema de control? Justificar la razón.

(60 minutos)

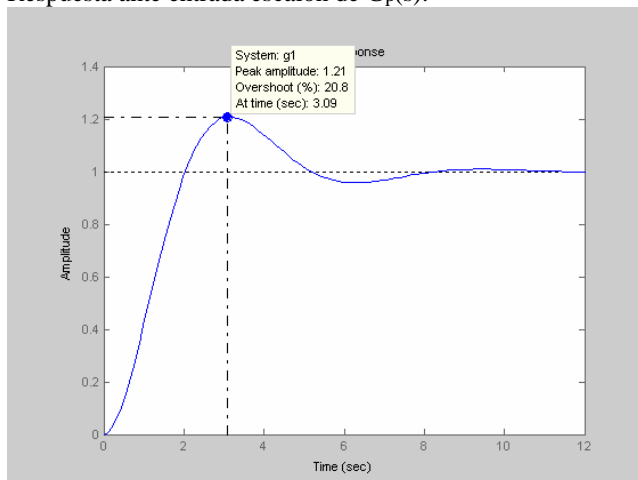


**Tercer problema**

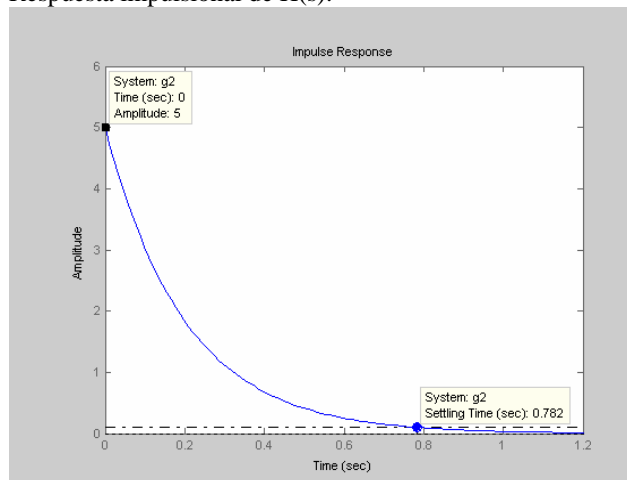
El diagrama de la figura representa un sistema de control en lazo cerrado.



Respuesta ante entrada escalón de  $G_P(s)$ :



Respuesta impulsional de  $H(s)$ :



NOTA: Se ha considerado para los tiempos de establecimiento una banda del 95% respecto al valor del régimen permanente.

Y el compensador  $G_C(s)$ , regulador tipo PD ideal, viene definido por la expresión  $G_C(s) = k(s + 7)$

Se pide:

1. Identificación de los bloques  $G_P(s)$  y  $H(s)$ .
2. Hallar el lugar de las raíces.
3. Calcular la ganancia crítica del sistema ( $k_{crit}$ ).
4. Determinar la ganancia del compensador,  $k$ , para que el sistema en cadena cerrada tenga un tiempo de establecimiento de 8 segundos (en el entorno de los polos complejos conjugados de la cadena abierta, las ramas pueden aproximarse por rectas con pendientes del ángulo de salida).
5. Respuesta aproximada de la cadena cerrada (sistema reducido equivalente), ante una entrada en escalón unitario con la ganancia calculada en el apartado anterior.

(60 minutos)



## RESOLUCIÓN

**Primer ejercicio**

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)(G_2(s)+1)G_3(s)}{(1+H_2(s)G_2(s)+G_1(s)G_2(s)H_1(s))(1+G_3(s)H_3(s))}$$

**Segundo ejercicio**

1.

$$u_{err}(t) = u_e(t) - u_r(t)$$

$$u_m(t) + \dot{u}_m(t) = k \cdot u_{err}(t)$$

$$J\dot{\omega}_m(t) + B\omega_m(t) = \frac{60}{60} 2\pi \cdot u_m(t)$$

$$f_s(t) = \frac{\omega_m}{2\pi}$$

$$u_r(t) + 0.5 \cdot \dot{u}_r(t) = f_s(t)$$

2.

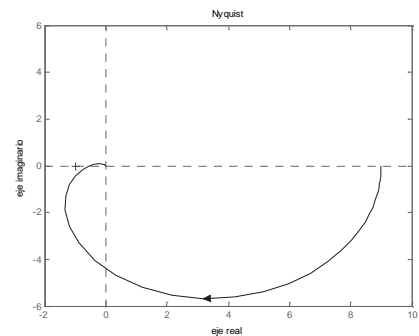
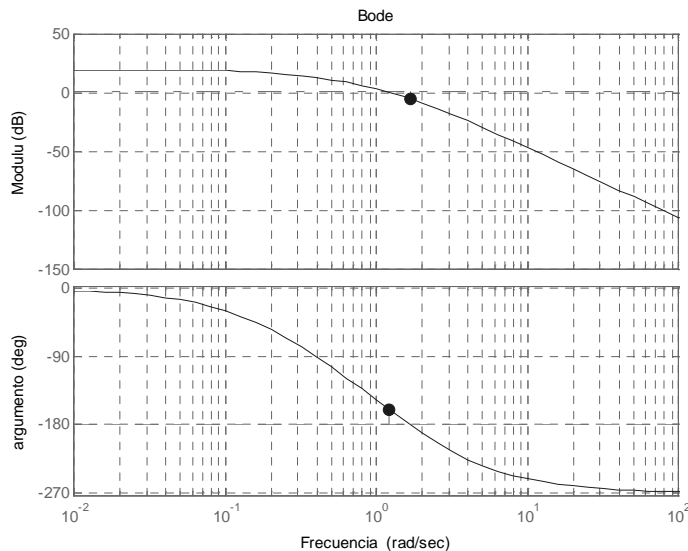
$$G_1(s)G_2(s)G_3(s)H_1(s) = \frac{k}{(s+1)(4s+1)(0.5s+1)}$$

$$M(s) = \frac{k(0.5s+1)}{(s+1)(4s+1)(0.5s+1) + k}$$

3.

$$e_p = \frac{1}{k_H} \left( 1 - \frac{b_0}{a_0} k_H \right) = \left( 1 - \frac{k}{1+k} \right) = 0.1 \Rightarrow k = 9$$

4.



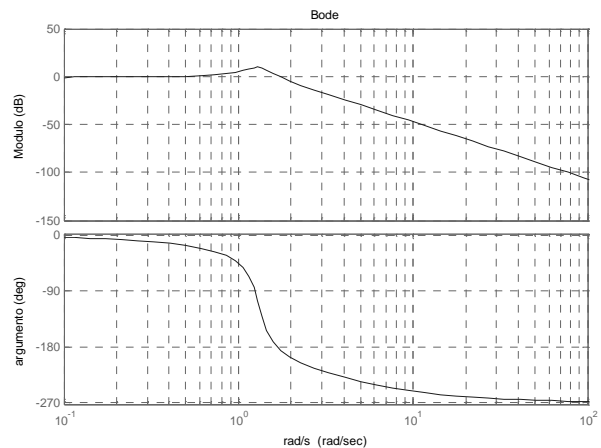
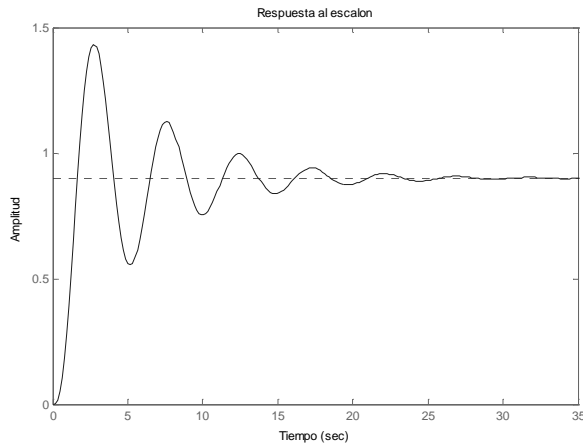
5.

$$\frac{81}{(1+\omega_g^2)(1+0.25\omega_g^2)(1+16\omega_g^2)} = 1 \Rightarrow \omega_g = 1.2 \text{ [rad/s]}$$

$$\gamma = 180 - (\arctg(\omega_g) + \arctg(0.5\omega_g) + \arctg(4\omega_g)) = 20^\circ$$



6. El sistema está mal compensado, ya que el margen de fase es de  $20^\circ$ , por tanto, el factor de amortiguamiento del equivalente reducido es de 0.2. El sistema presentará un elevado pico de resonancia de 8dB a una frecuencia de resonancia de 1.2 [rad/s]. En el dominio temporal, el sistema tendrá una sobreoscilación de 53 % a un tiempo de pico de 2.6 s. Simulando la respuesta en frecuencia de la cadena cerrada y su respuesta ante la entrada en escalón se observa que las aproximaciones son válidas.



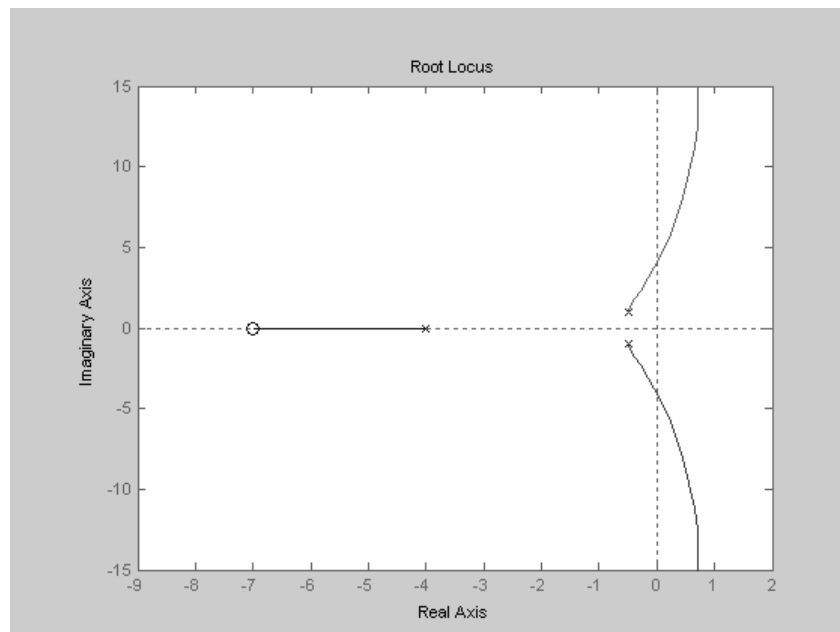
### Tercer ejercicio

1.

$$H(s) = \frac{5}{s+4}$$

$$G_p(s) = \frac{1.3}{s^2 + s + 1.3}$$

2.



3.  $K_{crit} = 1.6$

4.  $K = 0.15$

5.  $s = -0.4 \pm 1.68j$        $\omega_n = 1.73$        $\xi = 0.24$



