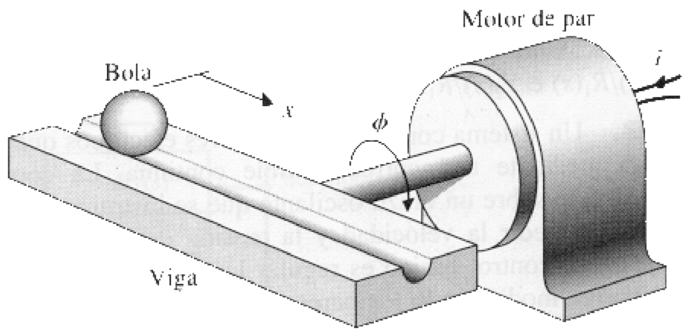
Problema 1

El esquema de la figura muestra el sistema de control bola-viga. Se pide:



1. Si el rozamiento es despreciable, demostrar que la FDT linealizada entre la posición de la bola, *x(s)*, y el ángulo de la barra, $\phi(s)$, para el punto de reposo $\phi_0 = 0$ *rad*, es igual a:

$$\frac{\Delta x(s)}{\Delta \phi(s)} = \frac{9.8}{s^2}$$

Considerando el motor y el sensor de posición de la bola con FDT unitarias, se desea diseñar un compensador que mejore la respuesta del sistema de control realimentado.

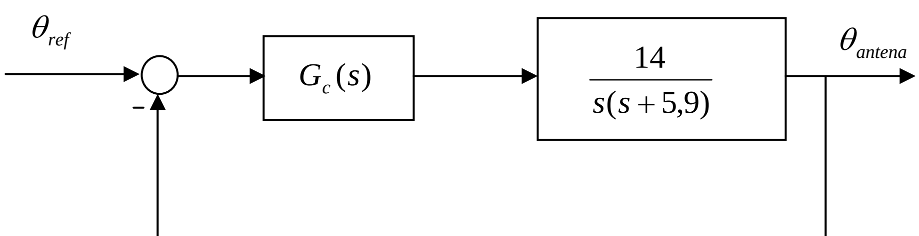
2. Representar en diagrama de Bode la respuesta frecuencial de $\frac{\Delta x(s)}{\Delta \phi(s)}$. Calcular frecuencia de cruce de ganancia y el margen de fase.

3. Demostrar que las condiciones de diseño de una sobreoscilación del 16.5% corresponde con un margen de fase de 50º y que un tiempo de establecimiento de 3 segundos está relacionado con una frecuencia de cruce de ganancia aproximada de 2 [rad/s].
4. Calcular la red de adelanto de fase que cumpla las condiciones de diseño.
5. Obtener la respuesta temporal aproximada del conjunto realimentado ante una entrada en escalón unitario.

(3 puntos - 50 minutos)

Problema 2

El sistema de la figura representa un control de orientación de una antena basado en la compensación del error de seguimiento de una referencia. Inicialmente se desea realizar un control exclusivamente proporcional, por lo que se quiere ver el efecto que este tiene sobre el comportamiento del conjunto.



Se pide:

1.- Obtener el lugar de las raíces para el parámetro *K* siendo la función de transferencia del controlador $G_c(s) = K$.

2.- Describir como varía el comportamiento del sistema según se va incrementando el valor de *K*, y obtener los valores de este parámetro más significativos.

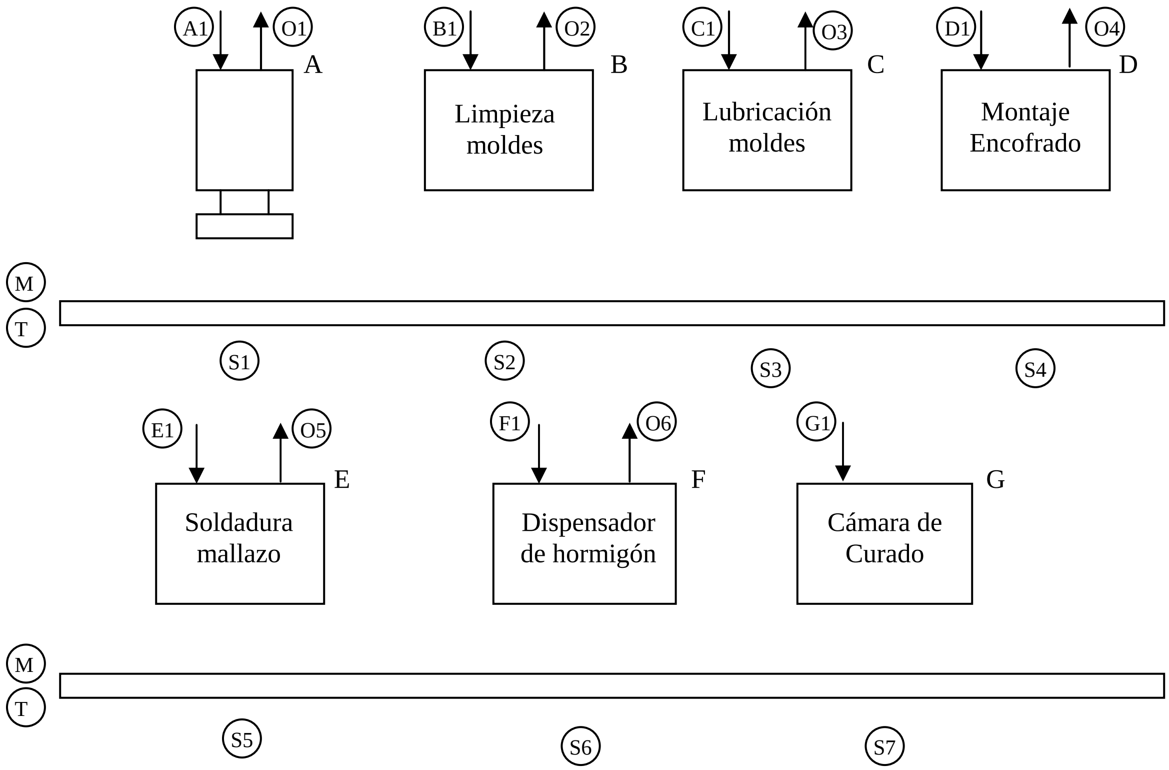
Dado que en una antena es especialmente interesante lograr un comportamiento óptimo en el seguimiento de objetos que se mueven a una velocidad constante, se considera oportuno introducir un control PI.

3.- Obtener el lugar de las raíces para el parámetro K_i siendo la función de transferencia del controlador $G_c(s) = \left(1 + \frac{K_i}{s}\right)$.

4.-Describir como evoluciona el comportamiento del sistema según se incrementa el valor de la ganancia integral K_i indicando los valores más significativos.

(3 puntos- 50 minutos)

Problema
El siguiente esquema representa un modelo simplificado de una cadena automática de procesado de módulos prefabricados para construcción civil. Todo el sistema de transporte es gestionado por la misma unidad motora M. Se supone que el carril de transporte se encuentra parado hasta que todas las operaciones involucradas en la cadena terminan. Cada actuación sobre el carril es sincronizada a través de una señal T proporcionada por un encoder solidario al eje del motor M (T se activa para determinar el final de avance del carril). Las tareas se ejecutan de manera simultánea, por lo que el avance lógicamente de la línea será función de la tarea más lenta en cada caso.



Se realizan siete operaciones simultáneas en el proceso:
A.- Inspección moldes. Activación inspección: A1, finalización: O1.
B.- Limpieza de los moldes. Activación: B1, finalización: O2.
C.- Lubricación de los moldes. Activación: C1, finalización: O3.
D.- Montaje de los encofrados. Activación encofrado: D1, finalización: O4.
E.- Soldadura de los mallazos. Activación proceso de soldadura: E1, finalización: O5.
F.- Dispensador de hormigón. Activación: F1, finalización: O6.
G.- Cámara de curado. Activación del proceso de curado: G1, finalización en 40 s.

Los sensores S1, S2, S3, S4, S5, S6 y S7 determinarán si existen o no elementos a procesar en la tarea correspondiente.

Se pide:
1. Grafcet de nivel 2 del proceso.
2. Mapeado de E/S y marcas sobre el autómata S5-95U de Siemens.
3. Código AWL del automatismo.

(4 puntos- 50 minutos)

Publicación de las notas: 8/2/07
Revisión: 9/2/07

Resolución
Problema 1

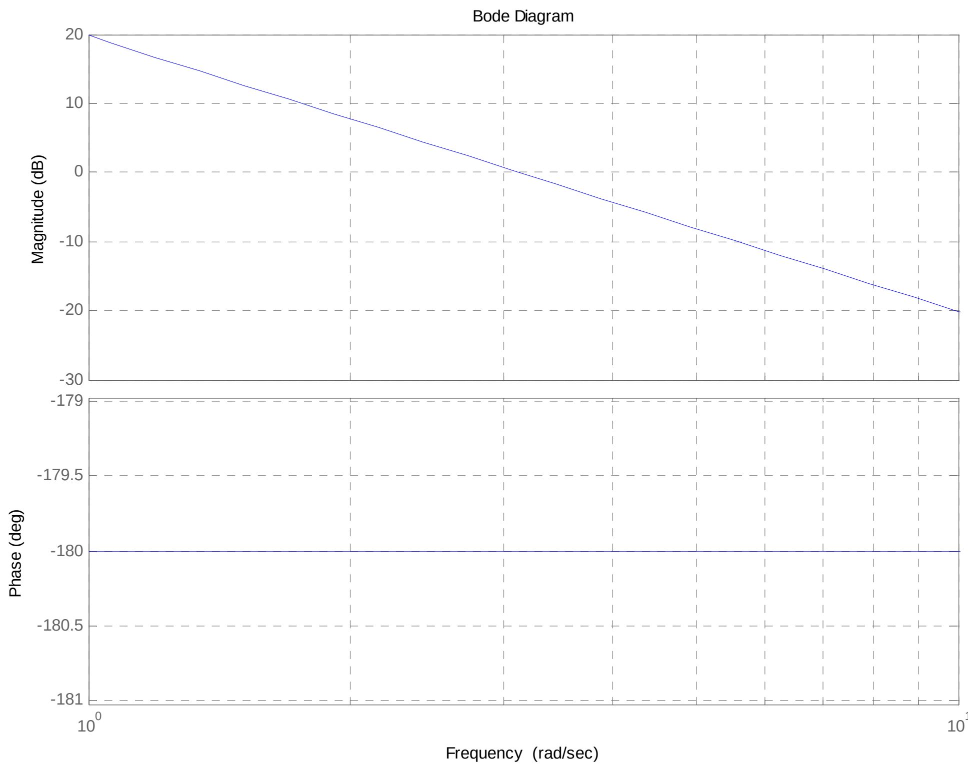
1. La ecuación diferencial que rige un desplazamiento en plano inclinado, sin rozamiento, es:

$$mg \cdot sen\phi = m \cdot \ddot{x}$$

Las variaciones alrededor del punto de reposo estarán definidas por:

$$\frac{\Delta x(s)}{\Delta\phi(s)} = \frac{[g\cos\phi]_0}{s^2}$$

2.



La frecuencia de cruce de ganancia será $\sqrt{9.8}$ [rad/s] y el margen de fase será nulo.

3. De la sobreoscilación, $M_{p,cc}$, se obtendrá el factor de amortiguamiento de la cadena cerrada, $\xi_{cc}=0.5$. Por tanto, el margen de fase será de 50º, ya que $\gamma \cong 100\xi$. De otro lado, si la frecuencia de cruce de ganancia es próxima a la frecuencia natural, $\omega_g \cong \omega_{n,cc}$, entonces el tiempo de establecimiento será: $t_s \cong \pi/\xi_{cc}\,\omega_{n,cc} = 3.14$ s.

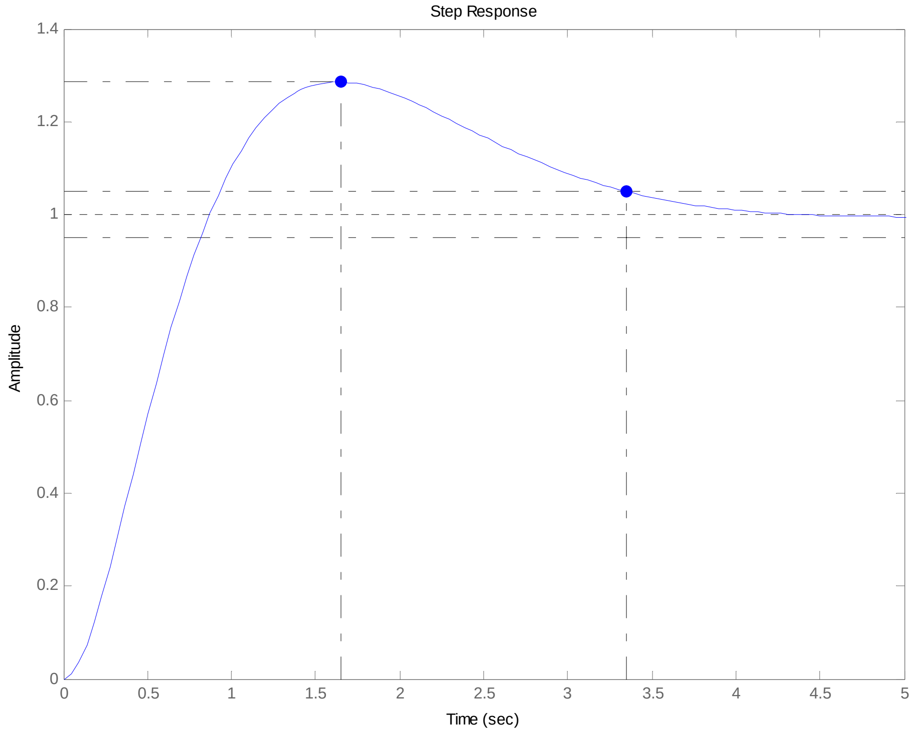
4.

$$sen\phi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad \alpha = 0.1325 \quad \left|\Delta G(\omega'_g)\right| = 2.74 \quad \omega'_g \cong 2[rad/s] \quad T = \frac{1}{\omega'_g\sqrt{\alpha}} = 1.37s$$

$$G_c(s) = 0.132\frac{1+s\cdot 1.37}{1+s\cdot 0.18}$$

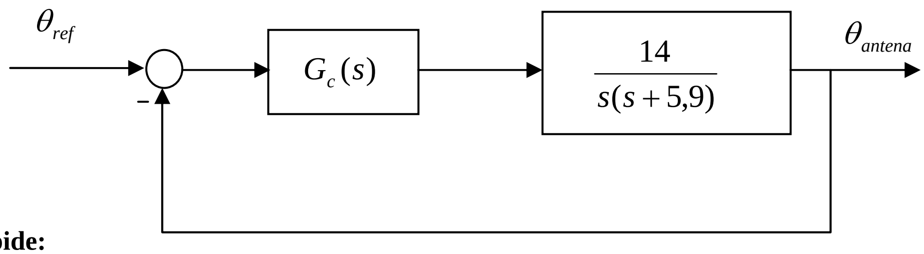
5.

La respuesta al escalón unitario debería ser con un tiempo de establecimiento de alrededor de 3 segundos y una sobreoscilación del 16.5%. Al ser un sistema de tipo 2, el error al escalón unitario sería nulo. Estos valores están en concordancia a los resultados de la simulación:


Step Response
Amplitude
Time (sec)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
0.5
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5

Problema 2

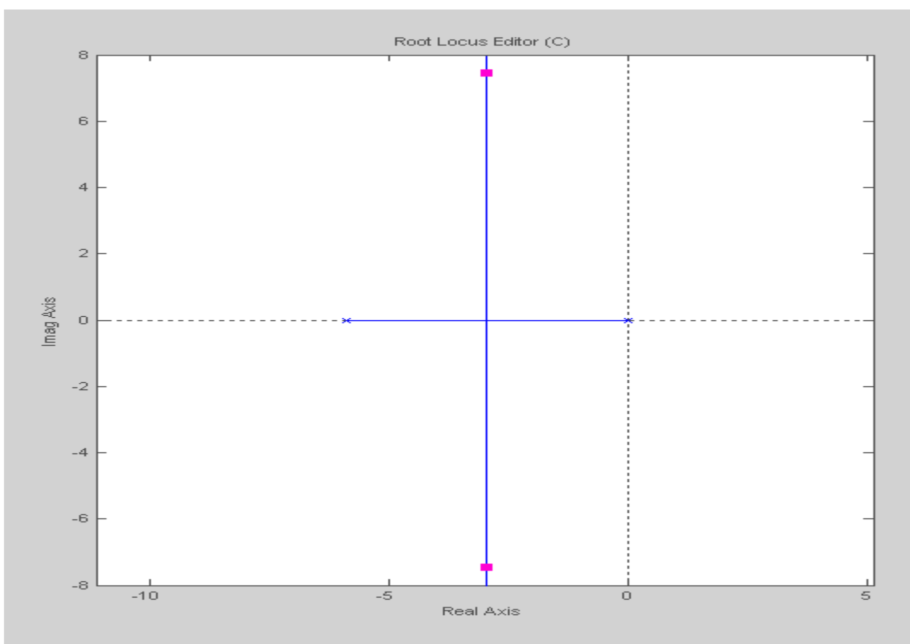
El sistema de la figura representa un control de orientación de una antena basado en la compensación del error de seguimiento de una referencia. Inicialmente se desea realizar un control exclusivamente proporcional, por lo que se quiere ver el efecto que este tiene sobre el comportamiento del conjunto.



Se pide:

1.- Obtener el lugar de las raíces para el parámetro *K* siendo la función de transferencia del controlador $G_c(s) = K$.

El lugar de las raices en este caso es directo. Únicamente hay que tener en cuenta que la ganancia del lugar de las raíces es $K_{LDR} = 14K$, pero esto afecta al segundo apartado. Utilizando las reglas del trazado, se obtienen dos ramas en el infinito cuyas asíntotas cruzan el eje real en -2.95:



2.- Describir como varía el comportamiento del sistema según se va incrementando el valor de *K*, y obtener los valores de este parámetro más significativos.

Para todos los valores de K el sistema es estable, y además con un error de posición nulo.

Aplicando el criterio del módulo obtenemos el valor de K_{LDR} del punto de dispersión, y por dar aún una información más detallada, también lo hacemos del punto en que se tiene un $\cos\theta < 0.707$ puesto que el sistema comienza realmente a tener sobreoscilación en ese punto. Esto se produce cuando el ángulo es de 45º. Por tanto:

$$K_{2,95} = \frac{K_{LDR}}{14} = \frac{8,70}{14} = 0,621$$

$$K_{45^\circ} = \frac{K_{LDR}}{14} = \frac{17,405}{14} = 1,24$$

Por tanto, para

- 0<K<0,621 Tenemos polos simples, y según se incrementa K el sistema se acelera y el tiempo de establecimiento disminuye. Es no oscilatorio.
- 0,621<K<1,24 Tenemos dos polos complejos conjugados como polos dominantes y según se incrementa K el sistema se hace más rápido (aumenta θ), pero no llega a oscilar.
- 1,24<K El sistema según incrementamos K aunque se hace más rápido, no se estabiliza antes y cada vez se vuelve más oscilatorio. Las raices son complejas conjugadas con una parte imaginaria mayor en valor absoluto que la parte real.

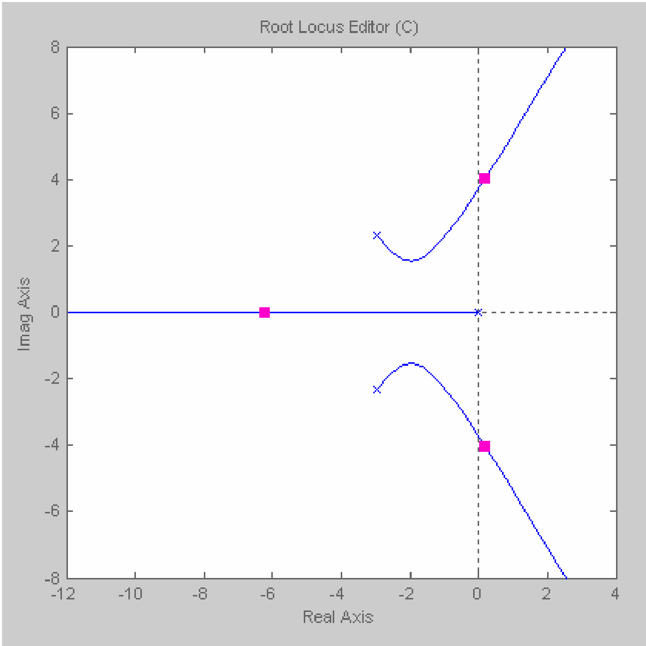
Dado que en una antena es especialmente interesante lograr un comportamiento óptimo en el seguimiento de objetos que se mueven a una velocidad constante, se considera oportuno introducir un control PI.

3.- Obtener el lugar de las raíces para el parámetro K_i siendo la función de transferencia del controlador $G_c(s) = \left(1 + \frac{K_i}{s}\right)$.

Lo primero que hacemos es plantear la ecuación característica del sistema en cadena cerrada, de forma que trabajándolo lleguemos a una expresión que permita la aplicación del lugar de las raíces:

$$1 + G_c(s)G(s) = 0 \Rightarrow 1 + \frac{14(s+K_i)}{s^2(s+5,9)} = 0 \Rightarrow 1 + \frac{14K_i}{s^3 + 5,9s^2 + 14s} = 0$$

Ahora $K_{LDR} = 14K_i$, y aplicando las reglas del trazado del LDR obtenemos el siguiente trazado:



En este caso, además de obtenerse el centroide de las asíntotas, es necesario obtener tambien el corte con el eje imaginario y el ángulo de salida de los polos complejos.

El centroide se sitúa en -1.97.

El ángulo de salida es: -52º para el polo -2.95+2.3j

Y el punto de corte con el eje imaginario según routh se da para $K_i = 82.6$ y la ecuación auxiliar indica que se produce en $\pm 3{,}74\,j$.

4.-Describir como evoluciona el comportamiento del sistema según se incrementa el valor de la ganancia integral K_i.

Para todo valor de *Ki* que asegure la estabilidad, el sistema tiene un error de posición y de velocidad nulo puesto que el conjunto controlador-sistema es de Tipo II.

Según se incrementa *K*, el sistema se hace más rápido hasta que se vuelven dominantes los polos complejos por lo que el sistema comienza a oscilar a la par que se hace más lento para finalmente hacerse inestable para un valor de $K_i = 82.6$.