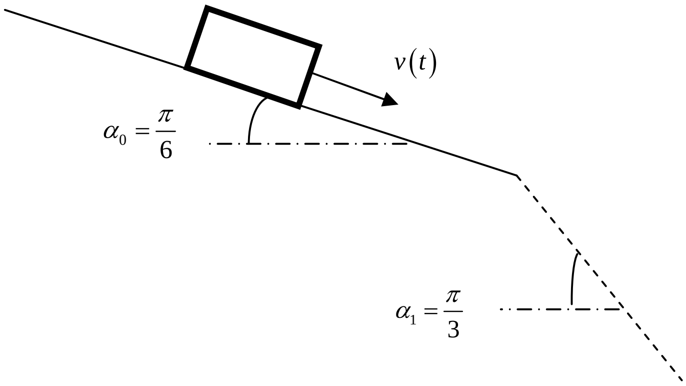


Problema 1 **(5 puntos - 50 minutos)**

Una masa se desliza por un plano inclinado a una determinada velocidad, se pide:

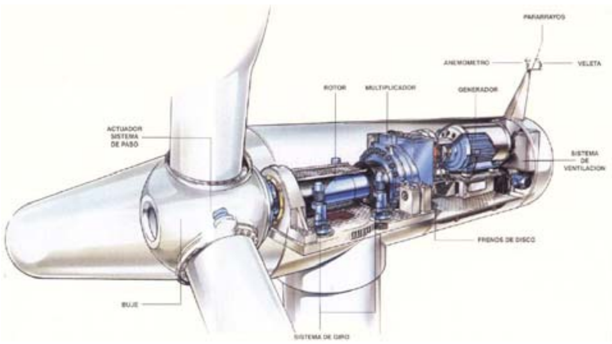
1. Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que modele la dinámica y velocidad del régimen permanente de la masa cuando la pendiente es $\pi/6$.
2. Determinar el modelo incremental entre el ángulo del plano inclinado y su velocidad, $G(s) = \dfrac{\Delta v(s)}{\Delta \alpha(s)}$, con las condiciones iniciales dadas.
3. Variación temporal de la velocidad del objeto si hay un cambio de pendiente de $\pi/6$ a $\pi/3$. Utilícese el modelo lineal del apartado anterior.
4. Determinar la velocidad en el régimen permanente, cuando la masa se desliza sobre el plano de $\pi/3$. ¿Existe discrepancia con el resultado del apartado anterior? ¿Por qué?.

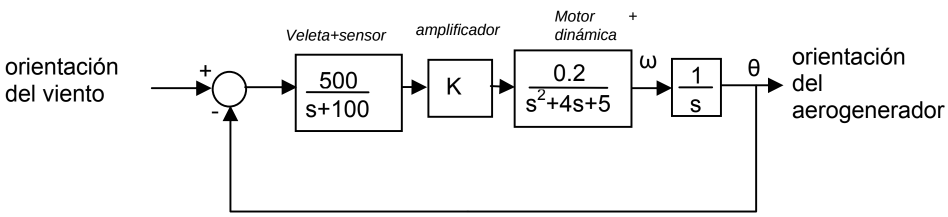
Datos:

$M = 10kg \quad B = 5Ns/m \quad g \approx 10 m/s^2$

Problema 2 **(5 puntos - 60 minutos)**

Los aerogeneradores más utilizados en la actualidad siguen una configuración tripala y con el rotor a barlovento. Esta última opción de diseño, tiene la ventaja de evitar la influencia de la sombra aerodinámica de la torre, pero como consecuencia requiere de la utilización de un sistema asistido de orientación. Para ello se dispone de una veleta sensorizada en el propio bloque del rotor que genera una señal de error en la orientación, y que se utiliza para actuar sobre un motor eléctrico que engrana sobre una corona dentada solidaria a la torre. En la figura se da un modelo simplificado del conjunto, en el que aparece reflejada la autorrealimentación determinada por la configuración mecánica.





Se pide:

1.- Estudiar la precisión con la que el sistema es capaz de orientarse al viento en función del valor de la ganancia del amplificador. **(1 punto)**

2.- Dibujar los diagramas de Bode y Polar, indicando en el diagrama de Bode de forma gráfica el valor de los márgenes de estabilidad. **(3 puntos)**

3.- Dibujar el lugar de las raíces del sistema, considerando despreciable la dinámica asociada al sistema veleta+sensor, obteniendo TODOS los valores más significativos.**(5 puntos)**

4.- Razonar el efecto que tendrá K sobre el comportamiento dinámico del sistema de orientación. **(1 punto)**

Publicación de las notas: 10-9-2007 **Revisión: 11-9-2007**

Resolución

Problema 1

1. Las ecuaciones que modela el descenso del bloque rígido son:

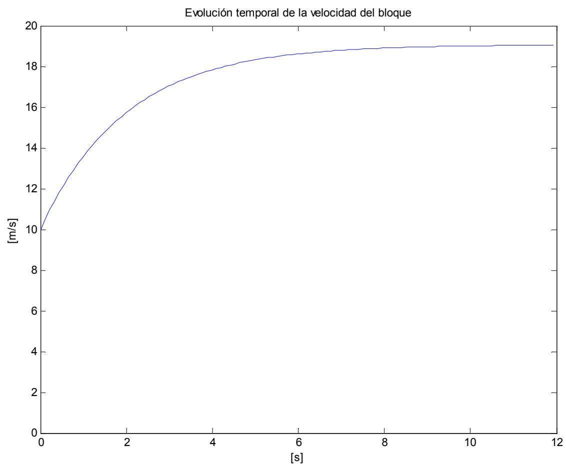
$$M\ddot{x}(t) = Mgsen\alpha - f_r(t) \quad f_r(t) = B\dot{x}(t)$$

En el régimen permanente la velocidad será constante, por tanto para un ángulo de 30º, la velocidad será:

$$v_{rp} = \frac{Mgsen\alpha}{B} = 10m/s$$

2. $G(s) = \dfrac{\Delta v(s)}{\Delta\alpha(s)} = \dfrac{\left[Mg\cos\alpha\right]_0}{Ms+B} = \dfrac{10\sqrt{3}}{1+2s}$

3. El sistema es de primer orden y se produce un incremento de 30º en forma de entrada en escalón: $\Delta v(s) = \dfrac{\pi}{6}\dfrac{1}{s}\dfrac{10\sqrt{3}}{1+2s}$



4. $v_{rp} = \dfrac{Mgsen\alpha}{B} = 10\sqrt{3}m/s$. Existe discrepancia por la aproximación del sistema no lineal a través de la pendiente. En el modelo linealizado da 19 m/s y en el modelo no lineal es de 17.32 m/s.

1.- Estudiar la precisión con la que el sistema es capaz de orientarse al viento en función del valor de la ganancia del amplificador. (1 punto)

Se pide el estudio de los errores de posición, velocidad y aceleración del sistema realimentado:

Por ser un sistema con realimentación unitaria y de Tipo I, el error de posición es nulo, y el de aceleración es infinito.

El error de velocidad:

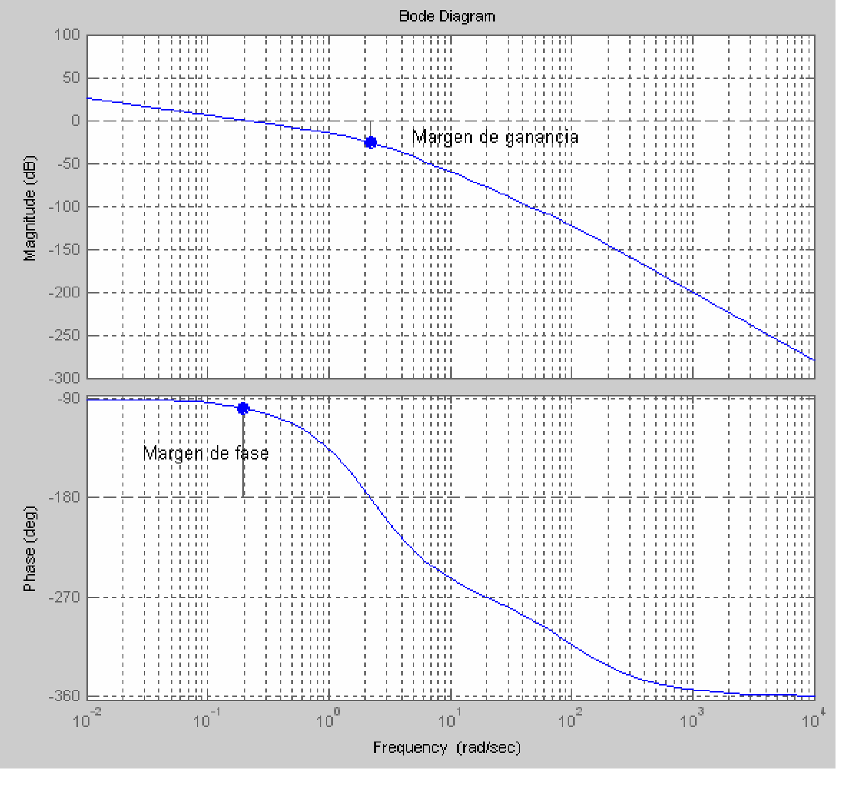
$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{500\cdot 0.2\cdot K}{s(s+100)(s^2+4s+5)} = \frac{K}{5} \Rightarrow e_v = \frac{1}{K_v} = \frac{5}{K}$$

La precisión requiere que el sistema sea estable. En el apartado 3, se calcula el rango de valores de K que hacen el sistema estable.

2.- Dibujar los diagramas de Bode y Polar, indicando en el diagrama de Bode de forma gráfica el valor de los márgenes de estabilidad. (3 puntos)

El sistema tiene 4 polos: 0, -100, -2+j, -2-j.

El par de polos complejos conjugados tienen como característica: $\omega_n = \sqrt{5} = 2.23\frac{rad}{s}$ siendo su $\xi = 0.89$, por lo que no tiene resonancia. Por tanto el trazado del Bode es directo, pudiendo utilizar el valor de K_v para obtener el corte de la prolongación de la recta de los módulos que vienen de la baja frecuencia con los 0dB. El aspecto del bode y del diagrama polar es el siguiente:



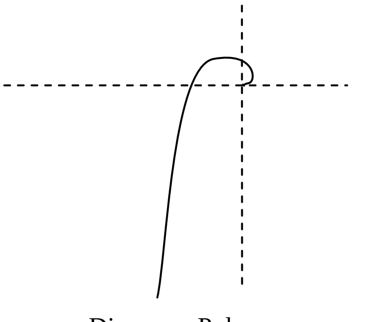


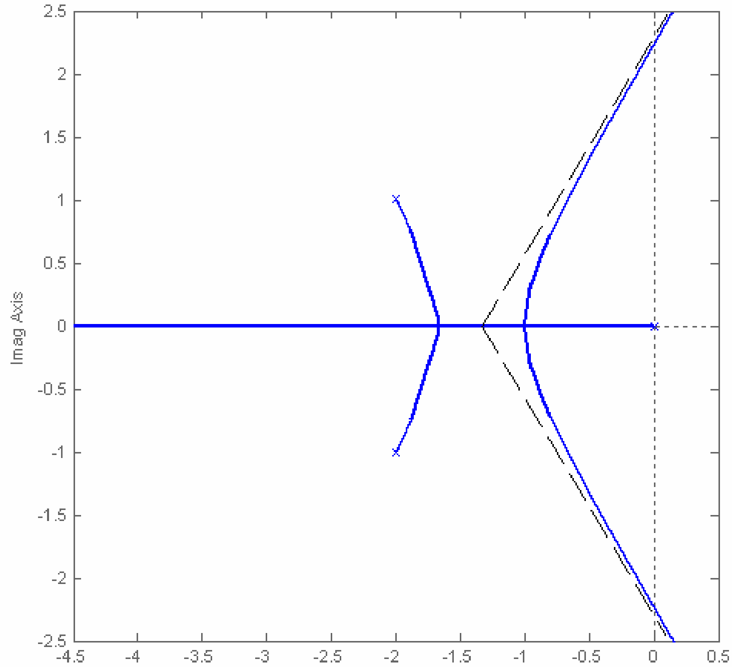
Diagrama Polar esquemático

3.- Dibujar el lugar de las raíces del sistema, considerando despreciable la dinámica asociada al sistema veleta+sensor, obteniendo TODOS los valores más significativos.(5 puntos)

Despreciando la dinámica del conjunto veleta+sensor, el sistema quedaría:

$$G(s) = \frac{500}{100} K \frac{0.2}{s^2 + 4s + 5} \frac{1}{s} = \frac{K}{s(s^2 + 4s + 5)}$$

Su lugar de las raíces es el siguiente:



Los valores más significativos son:

1-*Centroide*: $-\frac{4}{3}$

2-*Ángulo de las asíntotas*: 60º,180º,-60º

3-*Ángulo de salida de -2+j*: $\alpha + 90 + (180 - atn\frac{1}{2}) = 180(2q+1) \Rightarrow \alpha = -63^{o}$

4-*Puntos de confluencia y dispersión*. De la ecuación característica 1+KG(s)=0 se despeja K y se deriva:

$$K = -(s^3 + 4s^2 + 5s)$$

$$\frac{dK}{ds} = 0 = 3s^2 + 8s + 5$$

Obteniéndose dos soluciones: -1.65 y -1.01

5-*Corte con el eje real*: Se aplica Routh a la ec. característica $s^3 + 4s^2 + 5s + K$ =0 obteniéndose que la K crítica se da en 20, y utilizando la Ec. Auxiliar: $4s^2 + 20 = 0$ se llega a que el corte con el eje imaginario se produce en s=$\pm\sqrt{5}j$

4.- Razonar el efecto que tendrá K sobre el comportamiento dinámico del sistema de orientación. (1 punto)

Inicialmente un incremento de K irá haciendo el sistema más rápido y menos oscilatorio (aunque apenas oscila), al alcanzar el punto de dispersión en -1.01, el sistema ira incrementando sus oscilaciones que harán que el tiempo de establecimiento se incremente, hasta que para un valor de K=20 el sistema finalmente se hará inestable. Un buen punto de trabajo sería el que situa el polo que parte del origen en -1.01. Esto se produce con K= 2, fácilmente obtenible por el criterio del módulo.