Problema 2 (45 minutos)

Sea $G(z)=0.11667\dfrac{z-0.4}{(z-0.3)(z-0.9)}$ un sistema continuo controlado por computador. Se pide:

a) Determine la ecuación en diferencias y, a partir de ésta, las 4 primeras muestras de la salida del sistema en cadena abierta ante entrada escalón unitario. Indique y justifique el retardo del sistema (sin realizar ningún cálculo) y compruebe la coherencia con las muestras obtenidas.

$$y_k-1,2y_{k-1}+0,27y_{k-2}=0,11667[u_{k-1}-0.4u_{k-2}]$$

El retardo es claramente unitario (índice de la entrada comienza en k-1 y no en k).
Las 4 primeras muestras de la salida se obtienen dando valores para u_k={1,0,0,…}. La primera muestra de la salida tiene que ser 0 obviamente.

Los valores son y_k={0, 0,117, 0,21, 0,291, …}

b) Determine el equivalente discreto $\widehat{G}(z)$ y justifique la calidad de la aproximación.

$$\widehat{G}(z)=\frac{0,1}{z-0,9}$$

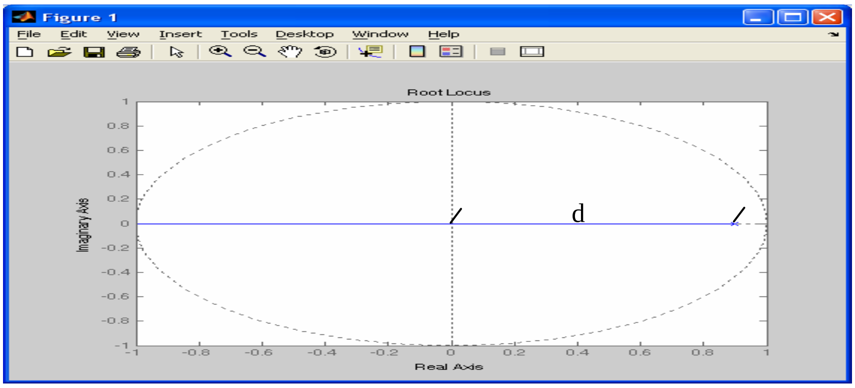
La calidad de la aproximación es razonable y viene determinada por la desigualdad

$$\frac{0,9-0,4}{0,9-0,3}\cong\frac{1-0,4}{1-0,3}$$

Para simplificar se realiza el análisis del control con realimentación unitaria con condensador proporcional empleando $\widehat{G}(z)$. Se pide:

c) Determine el valor de K a partir del cual la salida del sistema presenta rizo ante entrada escalón unitario. Asimismo determine los valores de K para los que el sistema es estable.

El sistema presentará un rizo cuando el polo de desplace al semiplano negativo. El valor de K se puede obtener aplicando directamente el criterio del módulo sobre el L.D.R:



$$K_{(p=0)} = \frac{d}{0,1} = \frac{0,9}{0,1} = 9$$

Un cálculo análogo puede hacerse para el límite de estabilidad:

$$K_{(p=-1)} = \frac{d+1}{0,1} = \frac{1,9}{0,1} = 19 \qquad \text{El sistema es estable si } K \in]\,0,\ 19\,]$$

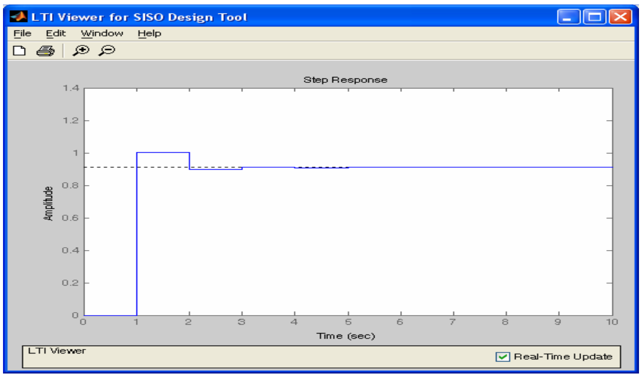
d) Justifique, sin realizar ningún cálculo, como afecta al número de muestras antes de establecimiento la variación de K entre valores superiores a 0 y el valor calculado en el apartado anterior.

Al variar K entre 0 y 9 el polo se desplaza hacia la izquierda lo que implica que cada vez el sistema es más rápido y habrá menos muestras hasta el establecimiento (el sistema es menos informado).

e) Dibuje con detalle la respuesta del sistema ante entrada escalón para K=10 (calcule exactamente M_p, e_p, n_p).

$$K = 10 = \frac{0,9+a}{0.1} \Rightarrow a = 0,1 \qquad polo\ \ p = -0,1$$

Los parámetros son $M_p = p = 0,1 = 10\%$ $\quad e_p = \frac{1}{1+10} = 0,0909 \quad n_p = 1$



f) Se realiza ahora el análisis del mismo esquema de control anterior pero con el sistema sin simplificar $G(z)$. Determine en este caso los valores del compensador que hacen el sistema estable y compare dicho rango con el del sistema equivalente reducido.

Aplicando nuevamente el criterio del argumento:

$$K = \frac{d_{p1} \cdot d_{p2}}{0.11667 d_{z1}} = \frac{1,3 \cdot 1,9}{0.11667 \cdot 1,4} = 15,12 \quad \text{El sistema es estable si } K \in]\,0,\ 15,12\,]$$

En el sistema equivalente reducido el rango de estabilidad es mayor. El efecto del cero es hacer el sistema más rápido pero más inestable.