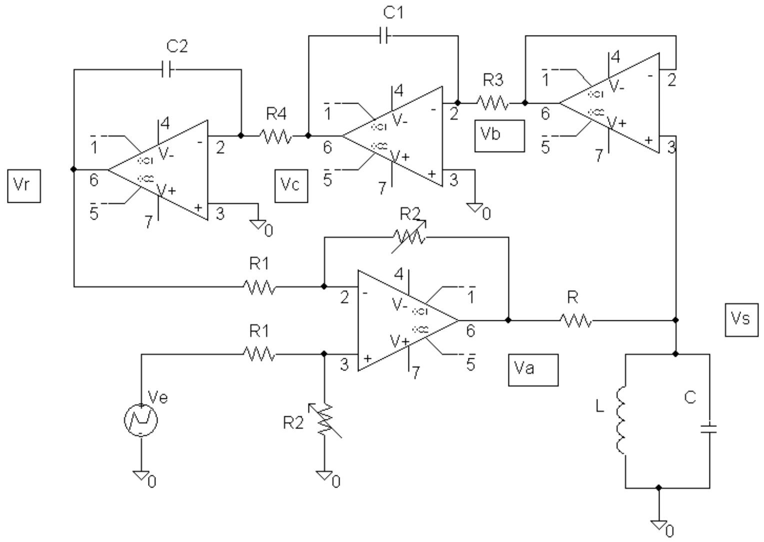
Problema 1

Para el circuito de la figura, considerando que los amplificadores operacionales son ideales y los elementos de energía se encuentran descargados inicialmente, se pide:



1. Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que modelen el sistema electrónico.
2. Dibujar el diagrama a bloques.
3. Calcular la FDT entre la entrada y la salida, $\dfrac{u_s(s)}{u_e(s)}$.
4. Determinar la variabilidad de R2 para que el circuito sea estable.

Datos:

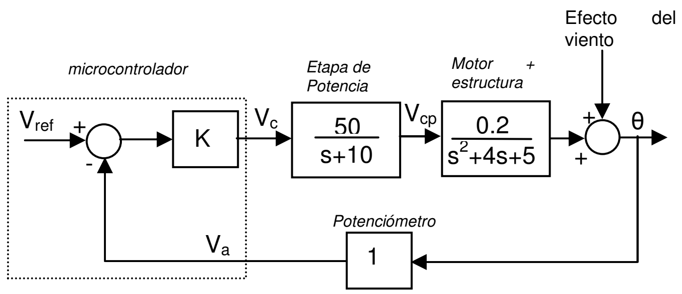
$$R = 10k\Omega \quad R1 = 1k\Omega \quad R3 = 100k\Omega \quad R4 = 10k\Omega \quad C = 100nF \quad C1 = C2 = 1nF \quad L = 100mH$$

(5 puntos - 50 minutos)

Problema 2

Con la idea de intentar obtener el máximo rendimiento de las pequeñas estaciones de energía fotovoltaica, se están introduciendo en el mercado distintos sistemas de orientación de las estructuras que soportan los paneles solares. En este ejercicio se analizará una posible configuración. Un microcontrolador se encarga de corregir cada hora la posición de la plataforma en función del día del año, de esta forma, y sin apenas afectar al máximo rendimiento, el sistema de actuación actúa pocas veces y durante poco tiempo. El microcontrolador genera una señal de tensión (Vc) que es la entrada del sistema de potencia que permite actuar sobre el motor por medio de la tensión (Vcp). Evidentemente la estructura está expuesta a la perturbación producida por el viento, por lo que el microcontrolador dispone de una medida (Va) de la orientación actual de la estructura dada por un potenciómetro solidario al eje. Puesto que se desea aplicar el sistema sobre estructuras de dimensiones y configuraciones diversas, la ganancia K del control proporcional, es ajustable mediante un mando externo.

Asumiendo muchas simplificaciones, y despreciando inicialmente los efectos debidos a la utilización de un sistema digital, al final todo el sistema puede modelarse mediante el siguiente diagrama de bloques continuo:



Se pide:

1.- Obtener el valor de la ganancia K que logra que el sistema tenga un error en régimen permanente inferior al 20%. ¿Con qué velocidad seguiría el sistema, una vez alcanzado el régimen permanente, una referencia de la forma $V_{ref}(t)=2t$? **(1/5 puntos)**

2.- Razonar mediante el uso del lugar de las raíces el efecto que tendrá la modificación del valor de K sobre el tiempo de establecimiento, la sobreoscilación, el régimen permanente y la estabilidad. ¿Cuál es el valor máximo admisible de K para que el sistema sea estable? **(2/5 puntos)**

3.- Dado que las estructuras al aire libre están expuestas al efecto del viento, y este fácilmente puede provocar efectos resonantes, es necesario estudiar el comportamiento en frecuencia del sistema Motor + Estructura. Dibujar el diagrama de Bode, el polar y calcular los valores más significativos de los mismos. ¿Hay alguna frecuencia a la que tienda a oscilar el sistema?.**(2/5 puntos)**

(5 puntos - 50 minutos)

Publicación de las notas: 25/6/07
Revisión: 26/6/07

Problema 1

1. Las ecuaciones que describen la dinámica del circuito son:

$$u_a(t)=\frac{R_2}{R_1}\left(u_e(t)-u_r(t)\right)$$

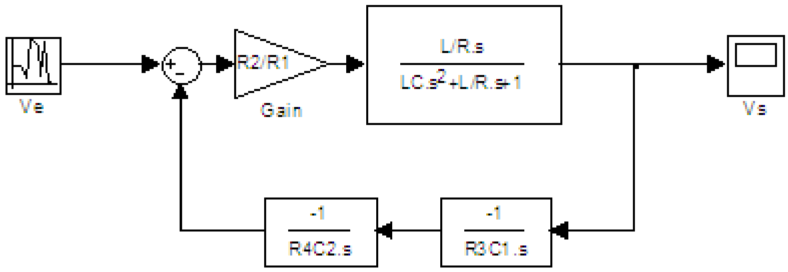
$$LC\ddot{u}_s(t)+\frac{L}{R}\dot{u}_s(t)+u_s(t)=\frac{L}{R}\dot{u}_a(t)$$

$$u_b(t)=u_s(t)$$

$$R_3C_1\dot{u}_c(t)=-u_b(t)$$

$$R_4C_2\dot{u}_r(t)=-u_c(t)$$

2.



3. La ganancia de tensión será:

$$\frac{u_s(s)}{u_e(s)}=\frac{\frac{R_2}{R_1}\frac{L}{R}R_4R_3C_1C_2s^2}{R_4R_3C_1C_2LCs^3+\frac{L}{R}R_4R_3C_1C_2s^2+R_4R_3C_1C_2s+\frac{R_2}{R_1}\frac{L}{R}}=\frac{R_2s^2}{s^3+10^3s^2+10^8s+10^9R_2}$$

4. Aplicando la tabla de Routh-Hurwitz queda que la estabilidad del circuito se da cuando $0<R_2<10^2$.

Problema

Se pide:

1.- Obtener el valor de la ganancia K que logra que el sistema tenga un error en régimen permanente inferior al 20%. ¿Con qué velocidad seguiría el sistema, una vez alcanzado el régimen permanente, una referencia de la forma V_{ref}(t)=2t? (2 puntos)

$$G(s)=K\frac{10}{(s+10)(s^2+4s+5)}$$

$$\left.\begin{array}{l} e_p\le 0.2\Rightarrow \dfrac{1}{1+K_p}\le 0.2\Rightarrow K_p\ge 4 \\ K_p=\lim\limits_{s\to 0}G(s)=0.2K \end{array}\right\} K\ge 20$$

Es un sistema de tipo cero, por lo que no podrá seguir las referencias de velocidad en régimen permanente, y la respuesta adoptará como pendiente la ganancia estática del sistema realimentado por la pendiente de la entrada:

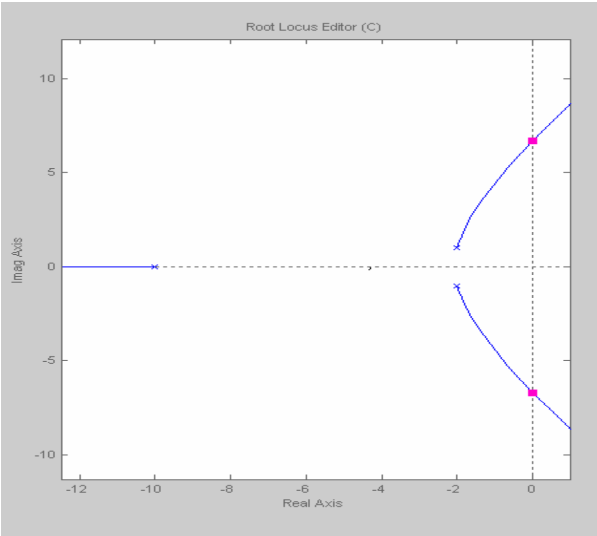
$$Ke=\lim_{s\to 0}\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{4}{5}$$

Luego ante una entrada de pendiente 2V/s, el sistema en regimen permanente alcanzará una velocidad de respuesta de $2\frac{4}{5}\frac{V}{s}=1.6\frac{V}{s}$.

2.- Razonar mediante el uso del lugar de las raíces el efecto que tendrá la modificación del valor de K sobre el tiempo de establecimiento, la sobreoscilación, el régimen permanente y la estabilidad. ¿Cuál es el valor máximo admisible de K para que el sistema sea estable? (4 puntos)

Al tener dos polos complejos en la cadena abierta, es necesario calcular el ángulo de salida de los mismos, para ver como es la evolución.

Según el lugar de las raices pintado, el efecto de incrementar K es el siguiente: El sistema se hace cada vez más lento (en cuanto al ts) y cada vez más oscilatorio. Hay un momento en que el sistema se vuelve inestable. Y eso se da con la ganancia crítica, que calculamos por medio de Routh:



$$1 + KG(s) = 0$$

$$s^3 + 14s^2 + 45s + 50 + 10K = 0$$

El análisis de Routh arroja las siguientes dos ecuaciones:

$$45 - \frac{50}{14} - \frac{10}{14}K > 0$$

$$50 + 10K > 0$$

y por tanto la K crítica se da con K=58.

3.- Dado que las estructuras al aire libre están expuestas al efecto del viento, y este fácilmente puede provocar efectos resonantes, es necesario estudiar el comportamiento en frecuencia del sistema Motor + Estructura. Dibujar el diagrama de Bode, el polar y calcular los valores más significativos de los mismos. ¿Hay alguna frecuencia a la que tienda a oscilar el sistema?.(4 puntos)

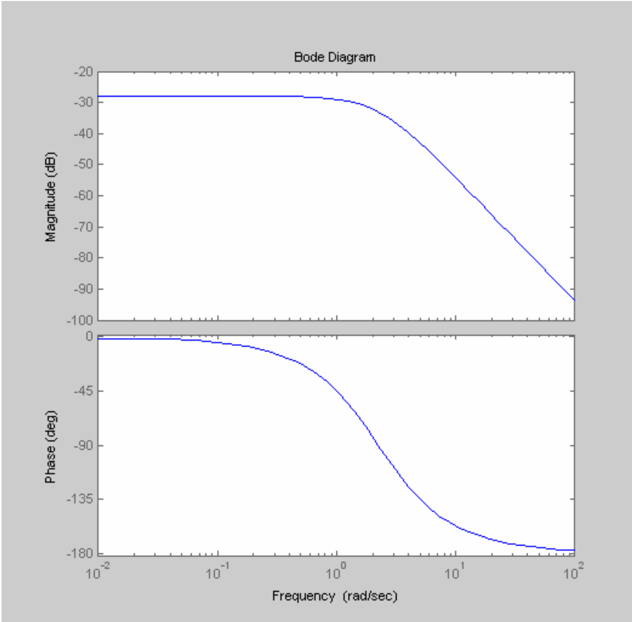
Dibujamos el diagrama de bode del sistema $\frac{0.2}{s^2 + 4s + 5}$. Obtenemos por tanto los valores característicos del par de polos complejos conjugados:

$$\omega_n = \sqrt{5} = 2.23$$

$$\xi = \cos\theta = \frac{2}{2.23} = 0.89$$

Por tanto no existe resonancia al no ser el coeficiente de amortiguamiento inferior a 0.707. Luego solo quedaría por calcular la ganancia estática:

$$K_e = \frac{0.2}{5} = 0.04 \Rightarrow -27dB$$


Bode Diagram
Magnitude (dB)
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
Phase (deg)
0
-45
-90
-135
-180
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency (rad/sec)