Problema 2 (45 minutos)

Como consecuencia de añadir un bloqueador-muestreador a un sistema continuo de regulación de temperatura mediante termostato se obtiene el siguiente sistema equivalente discreto (una vez reducido):

$$G(z) = \frac{z}{z-1}$$

Se pide

1. Razónese **sin realizar ningún cálculo previo** acerca de la causalidad, retardo y estabilidad del sistema para cualquier compensador proporcional considerando el **lazo abierto**. Determine el valor inicial y final ante entrada escalón unitario así como la ecuación en diferencias en función de la ganancia del compensador. A partir de dicha ecuación en diferencias determine el valor de la salida (tomando como entrada el escalón unitario) para cualquier número de muestra.

   El sistema es claramente causal y no tiene retardo. Además es inestable ya que ante entrada impulso discreto devuelve la rampa discreta (adelantada una unidad) con pendiente la ganancia del compensador.

   $y_o = K \quad y_\infty = \infty$

   $$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{K \cdot z}{z-1} = \frac{K}{1-z^{-1}} \Rightarrow y_k - y_{k-1} = K \cdot x_k \Rightarrow y_k = y_{k-1} + K \cdot x_k$$

   Dando valores a la ecuación en diferencias para el escalón unitario se obtiene de forma trivial que $\{y_n\} = (n+1) \cdot K$

2. Determine los valores del compensador proporcional que hacen el sistema estable **en lazo cerrado** (considere una realimentación unitaria). ¿Es razonable pensar en un compensador proporcional con valores de ganancia altos para mejorar las propiedades del sistema de regulación de temperatura? Justifique la respuesta. Determine nuevamente la estabilidad si se añade un retardo puro a G(z).

   El sistema estable para $K \in [0, \infty[$. Para valores de ganancia altos el polo del sistema realimentado se desplaza hacia el origen y el sistema muestreado no puede reflejar correctamente la dinámica del sistema continuo.

   En el caso de añadir un retardo puro la nueva G(z) es $\frac{1}{z-1}$ y el sistema es estable para valores de $K \in [0, 2]$

3. ¿Qué se entiende por un bloqueador de orden *n*? Obtenga la ecuación característica del bloqueador de orden cero mediante la transformada de Laplace de la respuesta temporal de dicho bloqueador al impulso discreto.

   (Ver teoría).

   $$B_0(s) = \frac{1-e^{-sT}}{s}$$

4. Obtenga el equivalente discreto del operador derivada considerando la aproximación

   $$\left.\frac{dx(t)}{dt}\right|_{t=KT} \simeq \frac{x_k - x_{k-1}}{T}$$

   Aplíquelo para obtener el sistema continuo G(s) que se comporta de manera semejante a G(z) para muestras tomadas cada segundo. Dibuje aproximadamente la salida de ambos sistemas ante entrada escalón.

   $$s = \frac{1-z^{-1}}{T} \qquad G(s) = \frac{1}{s}$$