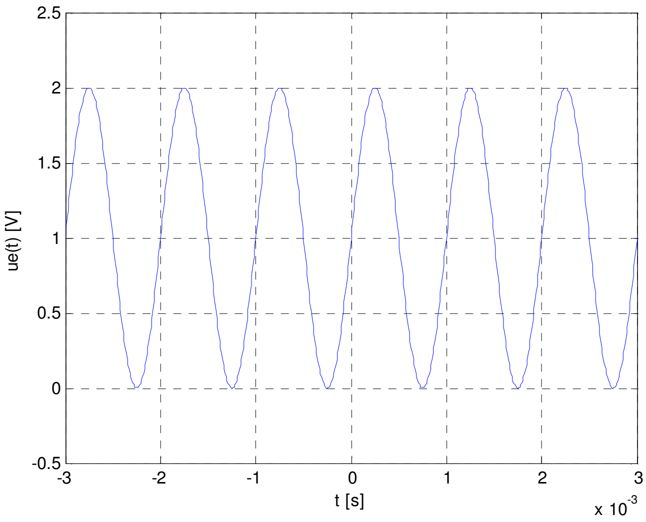
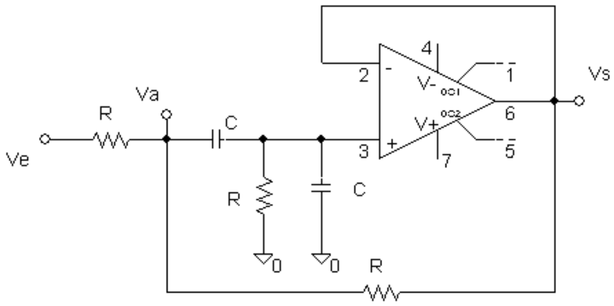
Problema 1 (5 puntos - 60 minutos)

En el circuito de la figura se considera que el amplificador operacional es ideal. Éste es atacado por la señal de tensión de entrada dibujada. Se pide:

1. Serie de Fourier de la señal de entrada.
2. Diagrama a bloques del filtro apareciendo los nodos de: $u_e(s), u_a(s)$ y $u_s(s)$.
3. Demostrar que la función de transferencia es: $\dfrac{u_s(s)}{u_e(s)} = \dfrac{0.22 \cdot 10^{-3} s}{4.84 \cdot 10^{-8} s^2 + 0.88 \cdot 10^{-3} s + 2}$
4. Diagrama de Bode y curva polar del filtro.
5. Dibujar la señal de salida del filtro, en régimen permanente, al ser sometido ante la entrada del apartado 1.

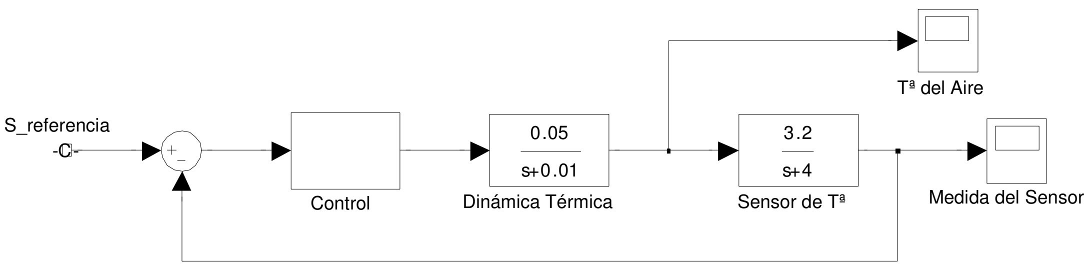


Datos: C= 100 nF, $R = 2.2k\Omega$



Problema 2 (5 puntos – 60 minutos)

El diagrama de la figura representa el control de temperatura de un climatizador de un coche. Para simplificar el tratamiento del problema se considera que la variable que se desea controlar es la salida obtenida por el sensor de temperatura situado en la toma de aire del sistema de climatización.



Para lo cual se duda entre implementar uno de los dos reguladores siguientes:

$$G_{c1}(s) = K_p\left(\frac{s+4}{s+0.1}\right) \qquad G_{c2}(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

1.- Discutir razonadamente, obteniendo las expresiones analíticas correspondientes, cuál de los dos reguladores es más apropiado para lograr un sistema de control de temperatura más exacto.

2.- Supongase que se utiliza el regulador $G_{c1}(s)$ con un valor de $K_p = 0.3$. ¿Cómo evoluciona la respuesta del sistema ante un incremento en la temperatura de referencia de 5? Dibujar aproximadamente la respuesta.

3.- Siguiendo con la estructura $G_{c1}(s)$, estudiar mediante el lugar de las raíces el efecto que tiene K_p en la evolución del sistema. Determinar el valor de K_p que posiciona los dos polos dominantes del mismo sobre el eje real en un mismo punto.

4.- Finalmente se opta por utilizar la segunda estructura con un valor de $K_p = 4$. Estudiar la estabilidad del sistema en función de T_i.

Publicación de las notas: 10/02/10 **Revisión: 11/02/10**

Problema 1

1. La señal de entrada es una combinación de un escalón unitario de continua de frecuencia nula y un armónico de 1kHz y una amplitud de un voltio:

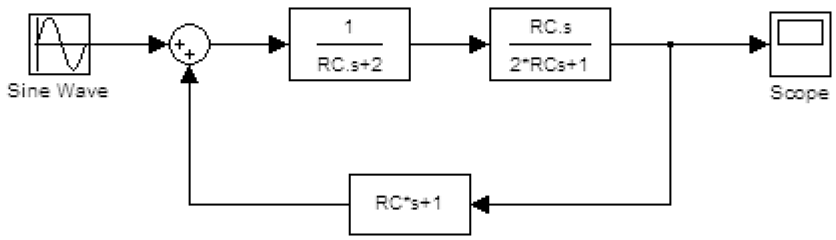
$$u_e(t) = 1 + sen\left(2\pi 10^3 t\right)$$

Luego en el espectro frecuencial aparecerá en continua una componente de 1V y a la frecuencia de 1kHz una única componente de 1V.

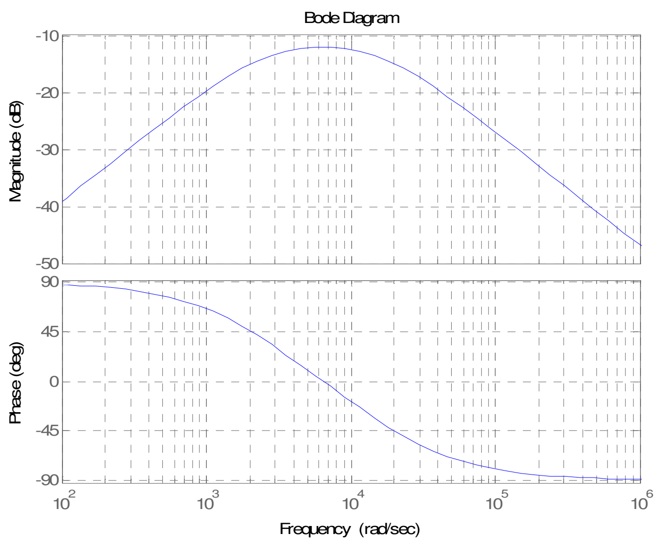
2. Las ecuaciones diferenciales que definen la dinámica del filtro:

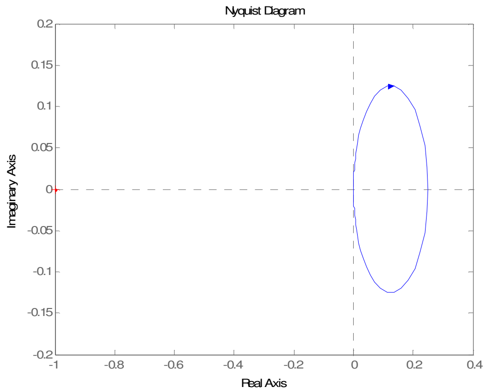
$$\frac{u_e(t) - u_a(t)}{R} = \frac{u_a(t) - u_s(t)}{R} + C\left(\dot{u}_a(t) - \dot{u}_s(t)\right)$$

$$C\left(\dot{u}_a(t) - \dot{u}_s(t)\right) = \frac{u_s(t)}{R} + C\dot{u}_s(t)$$

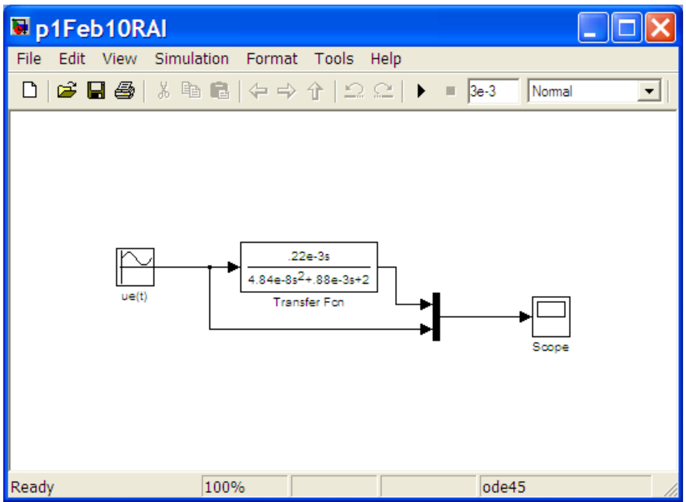


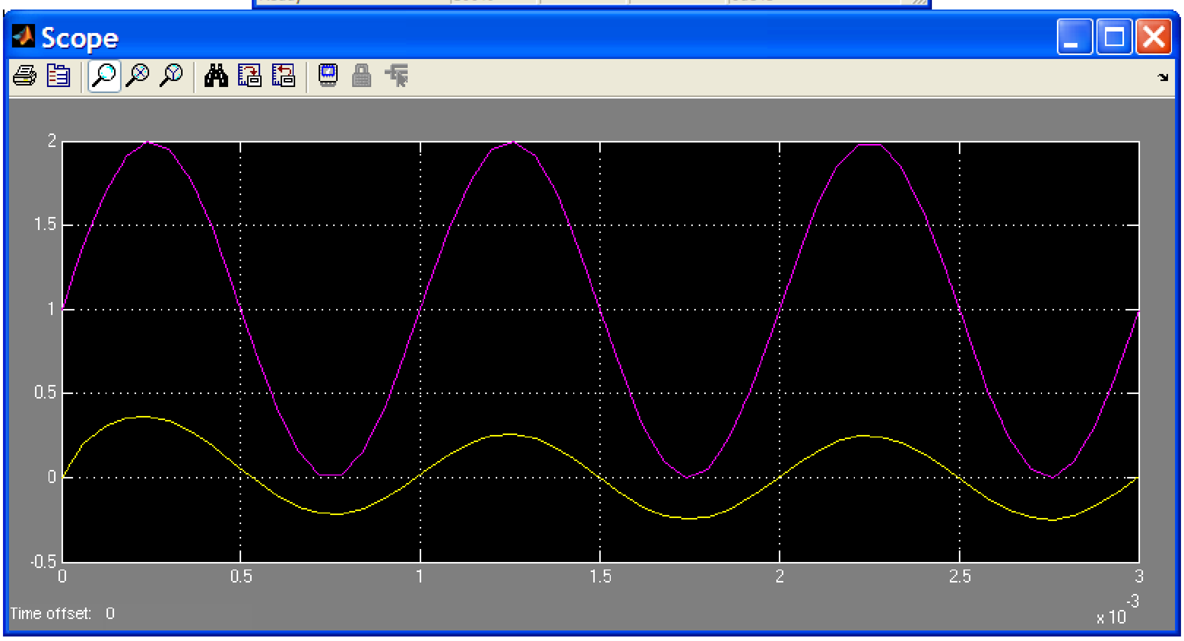
3. El filtro está formado por un cero en el origen y un polo de segundo orden con una frecuencia natural de 6430 rad/s y un factor de amortiguamiento de $\sqrt{2}$.





4. La salida en régimen permanente es $u_{s(rp)}(t)=1\cdot 0+\left|A_V\left(2\pi 10^3 t\right)\right| sen\left(2\pi 10^3 t+\varphi\left(2\pi 10^3 t\right)\right)\cong \frac{1}{4} sen\left(2\pi 10^3 t\right)$





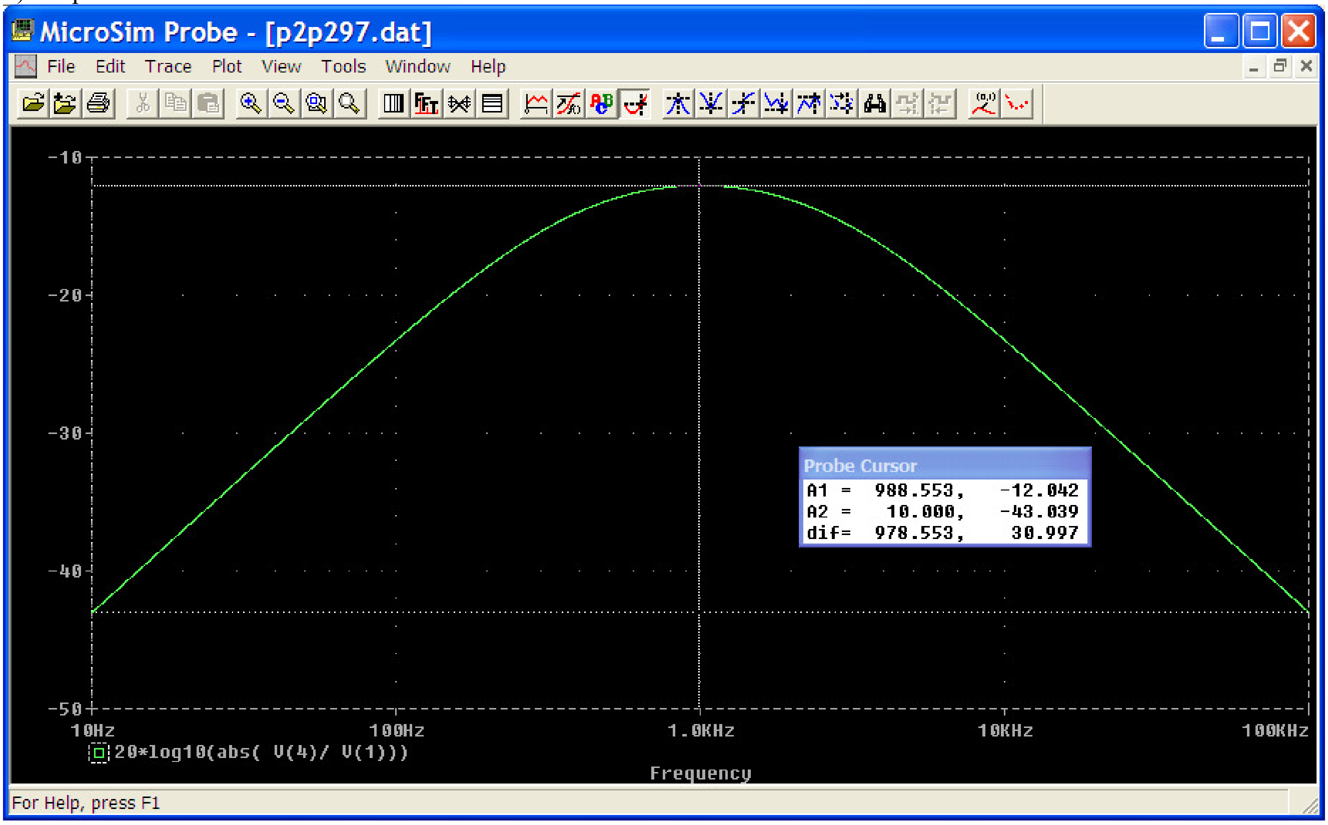
Mediante PSPICE:

a) Descripción del circuito

Filtro paso BANDA de 1 orden de Butterworth

```
* Respuesta en frecuencia del filtro
VE      1   0   AC   1V
R1      1   2   2200
R2      3   0   2200
R3      2   4   2200
C1      3   0   100n
C2      2   3   100n
XA01    3   4   5    6    4    UA741
.LIB C:\MSimEv_8\lib\EVAL.LIB
VCC     5   0   DC   15V
VEE     6   0   DC   -15V
.AC DEC 1000 10 100K
.PROBE
.END
```

b) Respuesta en frecuencia



1.- Discutir razonadamente, obteniendo las expresiones analíticas correspondientes, cuál de los dos reguladores es más apropiado para lograr un sistema de control de temperatura más exacto.

Para hablar de precisión hay que comparar el efecto en el comportamiento en régimen permanente de ambos controladores. Por tanto se trata de obtener los errores, siendo este caso de realimentación unitaria:

- Para el regulador 1

  Es un sistema de TIPO 0, por lo que tendrá error de posición, siendo en velocidad y aceleración incapaz de seguir la referencia:

$$K_p = \lim_{s\to 0} K_{pc}\left(\frac{s+4}{s+0.1}\right)\left(\frac{0.05}{s+0.01}\right)\left(\frac{3.2}{s+4}\right) = 160K_{pc}$$

$$e_p = \frac{1}{1+160K_{pc}} \quad , e_v = \infty, e_a = \infty$$

- Para el regulador 2

  Es un sistema de TIPO 1, por lo que tendrá error de posición nulo, error de velocidad finito y en aceleración será incapaz de seguir la referencia:

$$K_v = \lim_{s\to 0} s K_{pc}\left(\frac{s+\frac{1}{T_i}}{T_i s}\right)\left(0.\frac{05}{s+0.01}\right)\left(3.\frac{2}{s+4}\right) = 4\frac{K_{pc}}{T_i}$$

$$e_v = \frac{4T_i}{K_{pc}} \quad , e_p = 0, e_a = \infty$$

  Por tanto el regulador más apropiado es el segundo, dado que genera un sistema más preciso.

2.- Supóngase que se utiliza el regulador $G_{c1}(s)$ con un valor de $K_p = 0.3$. ¿Cómo evoluciona la respuesta del sistema ante un incremento en la temperatura de referencia de 5? Dibujar aproximadamente la respuesta.

Para obtener el comportamiento ante una entrada en escalón de 5, es necesario calcular la FDT del conjunto, teniendo en cuenta que al introducir el regulador 1, se produce una cancelación de un cero en cuatro con un polo en cuatro, quedando el sistema muy simplificado:

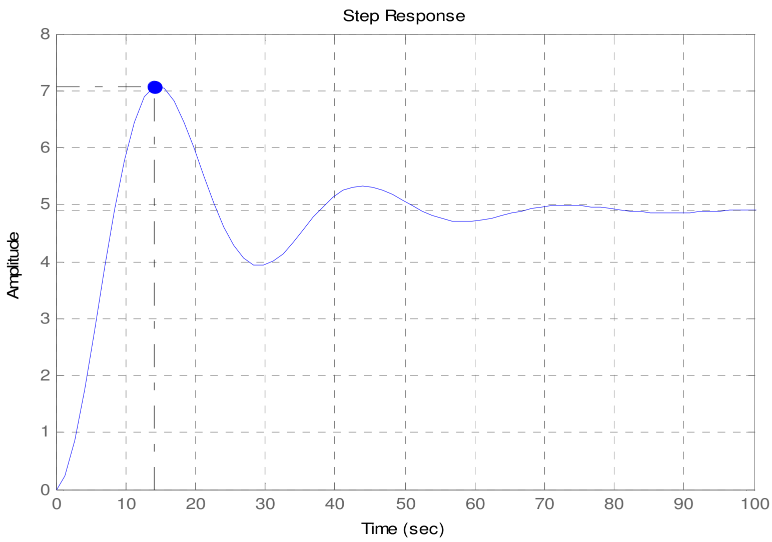
$$M(s) = \frac{0.048}{(s+0.1)(s+0.01)+0.048} = \frac{0.048}{s^2+0.11s+0.049}$$

Esta FDT tiene los polos en $-0.055 \pm 0.21j$ que son evidentemente los dominantes, dado que no hay otros. Pot lo tanto es directo obtener $K_e = \lim_{s\to 0} M(s) = 0.979$, por lo que $y_\infty = 5 * 0.979 = 4.89$

$$t_s = \frac{\pi}{\sigma} = 57.11\ seg.$$

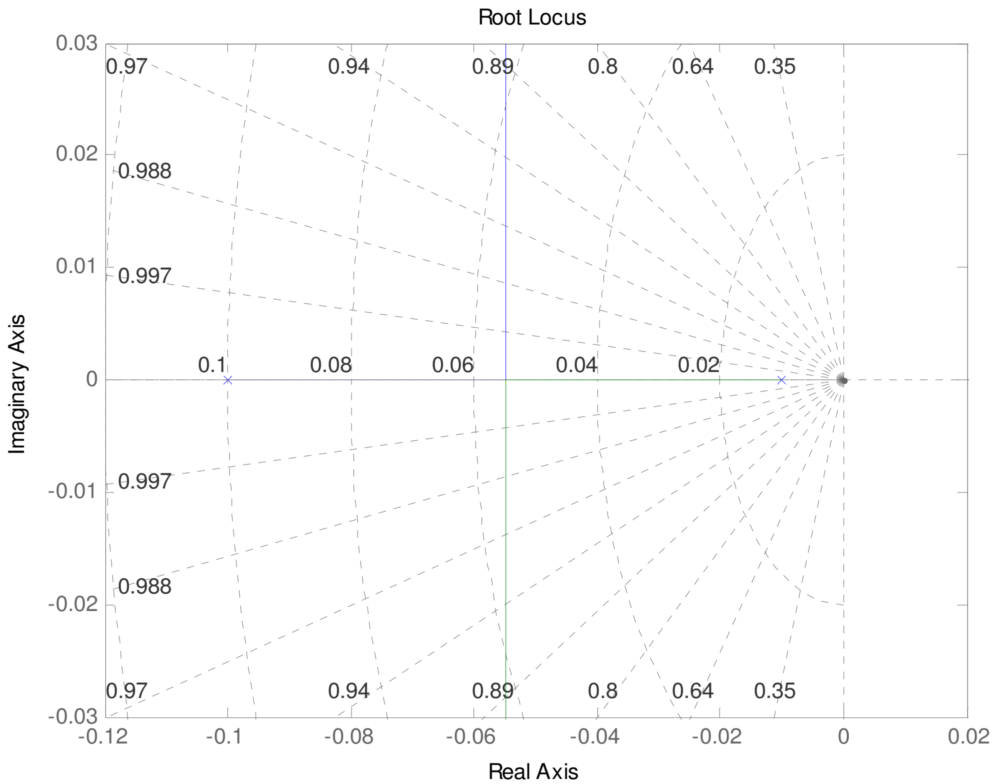
$$M_p = 100e^{-\frac{\pi}{\tan\theta}} = 44\%$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = 14.9 seg$$



3.- Siguiendo con la estructura $G_{c1}(s)$, estudiar mediante el lugar de las raíces el efecto que tiene K_p en la evolución del sistema. Determinar el valor de K_p que posiciona los dos polos dominantes del mismo sobre el eje real en un mismo punto.

Se pinta el LDR teniendo en cuenta que la ganancia del lugar de las raíces será $0.16K_p$



Resultando un LDR con dos asíntotas en +90 y -90 cuyo centroide se situa en -0.055, que además coincide con el punto de dispersión al igual que ocurre con el LDR de la Peltier de las prácticas de laboratorio.
El valor de la ganancia que situa los dos polos en el punto de dispersión se calcula con el criterio del módulo:

$$K_{ldr} = 0.16K_p = \frac{\Pi dp_i}{\Pi dz_i} = 0.045^2 = 0.002025 \Rightarrow K_p = 0.012$$

4.- Finalmente se opta por utilizar la segunda estructura con un valor de $K_p = 4$. Estudiar la estabilidad del sistema en función de T_i.

Aplicamos el criterio de Routh al polinomio característico de la función de transferencia resultante de la cadena cerrada con el segundo controlador:

$$G(s) = \frac{4\left(s+\frac{1}{T_i}\right)0.05\cdot 3.2}{s(s+0.01)(s+4)} = \frac{0.64\left(s+\frac{1}{T_i}\right)}{s^3+4.01s^2+0.04s}$$

$$M(s) = \frac{0.64\left(s+\frac{1}{T_i}\right)}{s^3+4.01s^2+0.04s+\left(s+\frac{1}{T_i}\right)}$$

$$P(s) = s^3+4.01s^2+0.68s+\frac{0.64}{T_i}$$

La tabla de Routh correspondiente indica que para que el sistema sea estable se deberá cumplir que $T_i > 0.23$