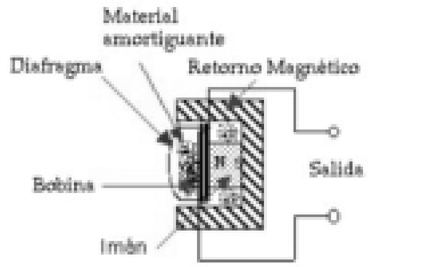
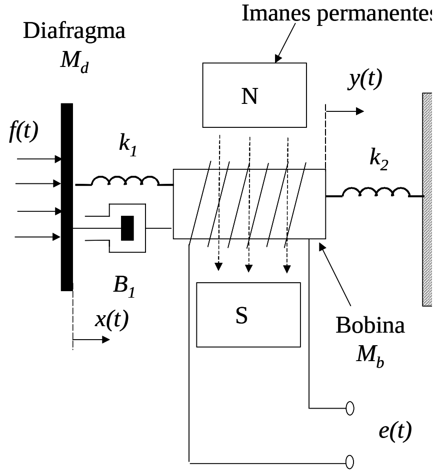
Primer ejercicio



El funcionamiento de un micrófono dinámico se basa en el desplazamiento espacial producido por una bobina dentro de un campo magnético. Hay un diafragma que se desplaza con la fuerza mecánica provocada por las ondas sonoras, este desplazamiento se transmite a la ferrita de la bobina. La fuerza electromotriz generada en la bobina es proporcional a la inducción de campo, *B*, al número de espiras, *n*, a la longitud de espiras, *l*, y al desplazamiento relativo de la bobina:

$$e(t) = 2 \cdot B \cdot n \cdot l \cdot \frac{d(y(t))}{dt}$$

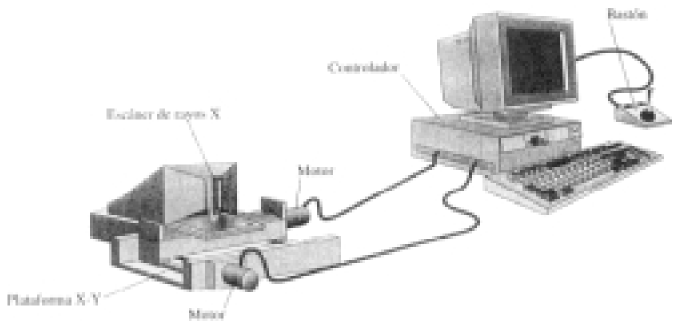


Se considera el modelo simplificado unidimensional de fuerzas adjuntado, donde M_d es la masa del diafragma y M_b la masa de la bobina. En el desplazamiento horizontal del diafragma hacia la bobina, se conjetura un rozamiento viscoso, B_1 y un amortiguamiento, k_1. Y de la bobina a la estructura esta separada a través de un amortiguador, k_2. Se pide:

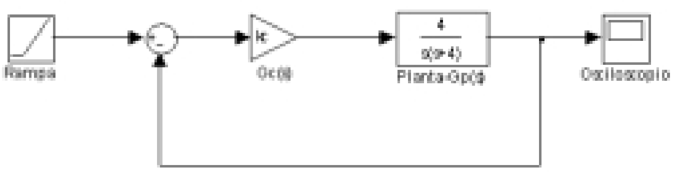
1. Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que definan la dinámica del sistema.
2. Diagrama de bloques.
3. Función de transferencia entre la fuerza sonora y la tensión de salida.

(50minutos)

Segundo ejercicio



Se utiliza un dispositivo de rastreo digital o escaneo de rayos X para inspeccionar tarjetas de circuitos impresos y chips de tableta, montados en una plataforma X-Y accionada por un tornillo, como se muestra en la figura a. La posición de la plataforma es gobernada por un controlador basado en una computadora. La figura b muestra el diagrama de bloques del control proporcional ($G_c(s)=K_c$) de uno de los ejes de la plataforma. $G_p(s)$ representa la dinámica del motor y la plataforma, con la razón de la inercia al coeficiente de amortiguamiento $J/\beta=1/4$.

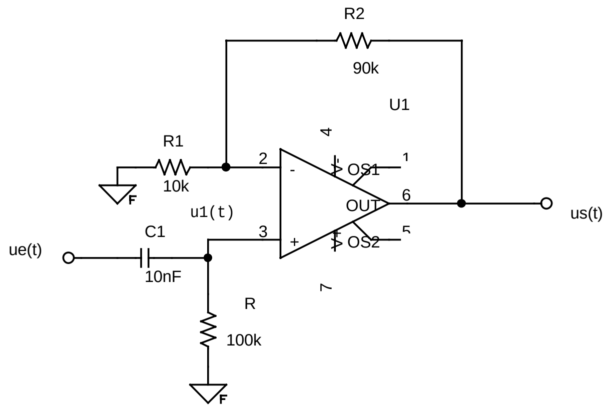


1. Dibújese el LDR (lugar de raíces) del sistema.
2. Calcúlese el valor de K_c, si se desea que la sobreoscilación M_p sea 0,4 (40%) cuando al sistema le apliquemos un escalón unitario.
3. Se desea que el error del sistema en régimen permanente $e(t)_{ss}$, sea ≤ 0.10 para una entrada en rampa $r(t)=t$, calcúlese el valor de K_c correspondiente.

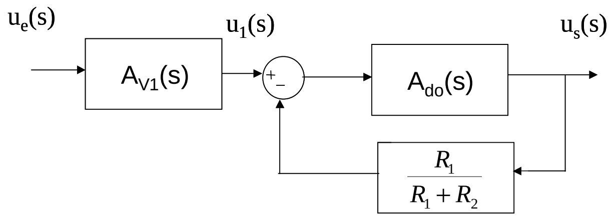
(50minutos)

Tercer ejercicio

1. Considerando el amplificador operacional ideal, determinar la ecuación diferencial y la función de transferencia entre la tensión de salida y la tensión de entrada, $A_V(s) = u_s(s)/u_e(s)$.
2. Representar el diagrama de Bode y la curva polar del circuito.
3. Si el amplificador operacional es real, el diagrama a bloque del esquema corresponde con la figura adjunta. Determinar gráfica y analíticamente el margen de fase.



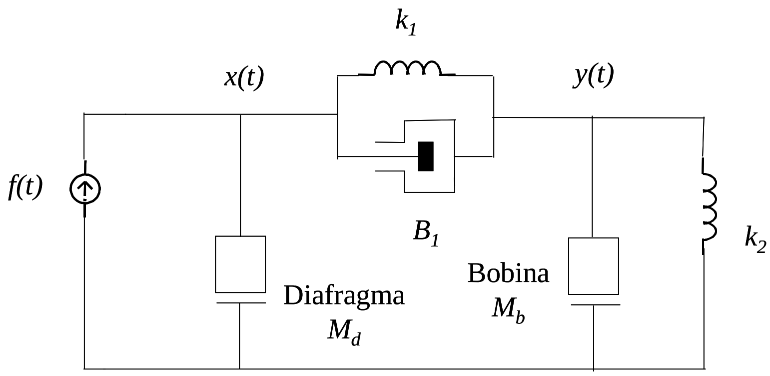
Datos:
Ganancia diferencial en cadena abierta del operacional: $A_{do}(s) = \dfrac{10^5}{(1+0.05\cdot s)(1+0.2\cdot 10^{-6}\cdot s)}$



(45 minutos)

Resolución
Primer ejercicio

1. El circuito análogo mecánico-eléctrico queda como:



La mecánica de traslación del sistema está definido por:

$$f(t) = M_d\,\ddot{x}(t) + k_1(x(G) - y(t)) + B_1\left(\dot{x}(t) - \dot{y}(t)\right)$$

$$k_1(x(t) - y(t)) + B_1\left(\dot{x}(t) - \dot{y}(t)\right) = M_b\,\ddot{y}(t) + k_2\,y(t)$$

El desplazamiento de la bobina provocará una variación del flujo magnético sobre ésta y generará una fuerza electromotriz:

$$e(t) = 2Bnl\,\dot{y}(t) = k^*\,\dot{y}(t)$$

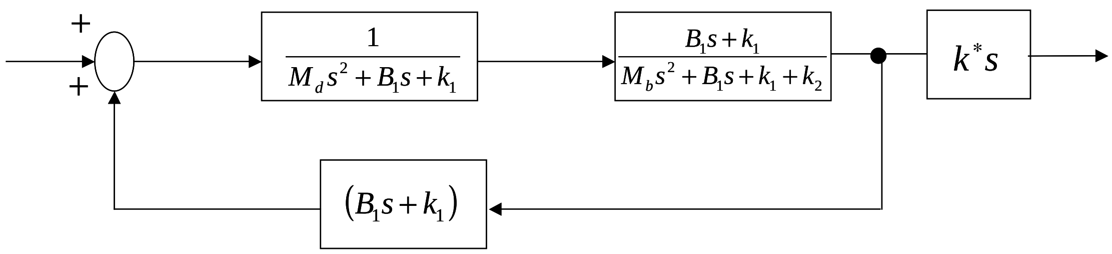
2. Las ecuaciones diferenciales son lineales, aplicando transformada de Laplace:

$$f(s) = \left(M_d s^2 + B_1 s + k_1\right)x(s) - \left(B_1 s + k_1\right)y(s)$$
$$\left(B_1 s + k_1\right)x(s) = \left(M_b s^2 + B_1 s + k_1 + k_2\right)y(s)$$
$$e(s) = k^* s . y(s)$$

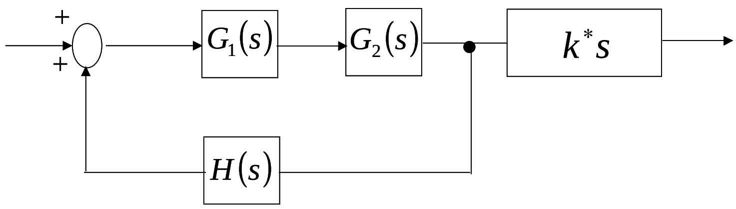
Las FDT resultantes son:

$$\frac{Y(s)}{x(s)} = \frac{B_1 s + k_1}{M_b s^2 + B_1 s + k_1 + k_2}$$
$$\frac{e(s)}{y(s)} = k^* . s$$
$$x(s) = \frac{f(s) + \left(B_1 s + k_1\right)y(s)}{M_d s^2 + B_1 s + k_1}$$

El diagrama de bloques resultante queda:



3. Se observa que la estructura corresponde con una realimentación positiva y seguida de un procesamiento en cascada:



$$\frac{e(s)}{F(s)} = \frac{G_1 . G_2}{1 - G_1 G_2 . H} . k^* s = \frac{k^* s\left(B_1 s + k_1\right)}{\left(M_d s^2 + B_1 s + k_1 + k_2\right)\left(M_d s^2 + B_1 s + k_1 + k_2\right) - \left(B_1 s + k_1\right)}$$
$$\frac{e(s)}{f(s)} = \frac{k^* s\left(B_1 s + k_1\right)}{M_d M_b s^4 + B_1\left(M_d + M_b\right)s^3 + \left[k_1\left(M_d + M_b\right) + k_2 M_d\right]s^2 + B_1 k_2 s + k_1 . k_2}$$

Tercer ejercicio

1. La ecuación diferencial que determina la dinámica del circuito es:

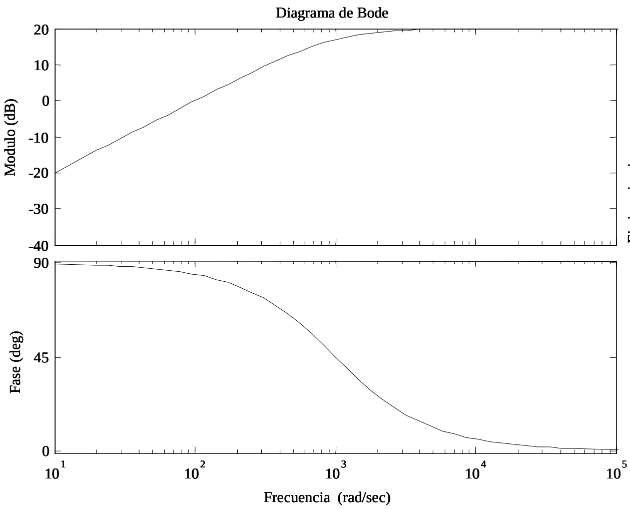
$$u_s(t) = \left(1 + \frac{R2}{R1}\right) u_1(t)$$

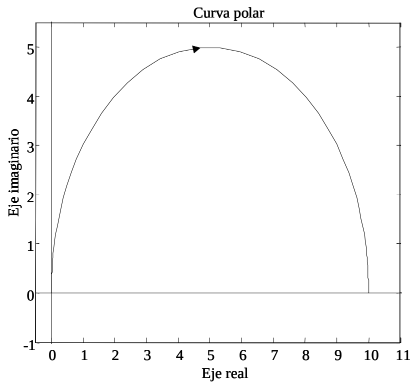
$$u_e(t) = u_{c1}(t) + RC_1 \frac{du_{c1}(t)}{dt} \qquad u_1(t) = u_e(t) - u_{c1}(t)$$

Aplicando transformada de Laplace a ambos lados de la igualdad y asociando se conseguirá la ganancia de tensión del circuito:

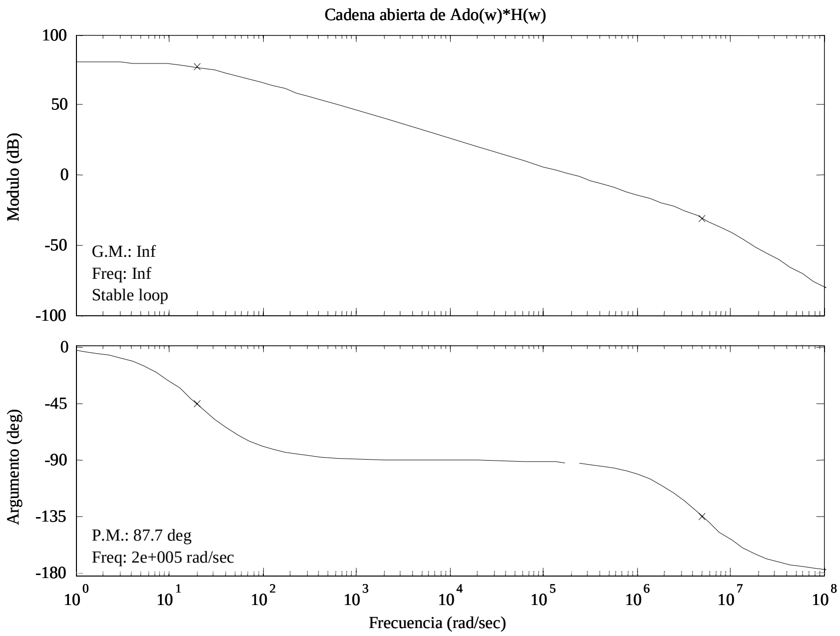
$$A_V(s) = \left(1 + \frac{R2}{R1}\right) \frac{sRC_1}{1 + sRC_1}$$

2. El circuito corresponde con un filtro paso alto de primer orden. El trazado de Bode será:





3. El margen de fase depende sólo de la estructura de realimentación negativa, $A_{do}(\omega)H(\omega)$: Gráficamente:



Analíticamente:

a) Cálculo de la frecuencia de cruce de ganancia, cuyo valor debe de estar alrededor de los 200.000 rad/s, según se observa del trazado de Bode:

$$\left|A_{do}(\omega_g)H(\omega_g)\right| = 1 \quad \Rightarrow \quad 10^8 = \left(1+(0.05\omega_g)^2\right)\left(1+(0.2\cdot 10^{-6}\omega_g)^2\right) \quad \Rightarrow \quad \omega_g = 199840[rad/s]$$

b) Aplicación de la ecuación de margen de fase para sistemas de fase mínima:

$$\gamma = 180 - \left(arctg(0.05\omega_g) + arctg(0.2\cdot 10^{-6}\omega_g)\right) = 87.71^{\circ}$$