Cuestión

Determinar y demostrar las transformadas de Laplace de las señales de test: pulso de dirac, escalón unitario, rampa unitaria y parábola unitaria.

(15 minutos)

Problema 1

Un altavoz es un transductor que transforma la señal eléctrica en una onda sonora. Está constituido por una pieza de tela, con arrugas concéntricas, llamada araña, la cual se encarga de mantener centrado el cono, junto a un sistema de suspensión. El imán crea un circuito magnético. Al hacer circular la corriente por la bobina de voz, dentro del campo magnético, produce una fuerza que desplaza horizontalmente al cono, ***x***, hacia izquierdas y derechas. Estas fluctuaciones de la presión del aire se transforma en sonidos audibles.

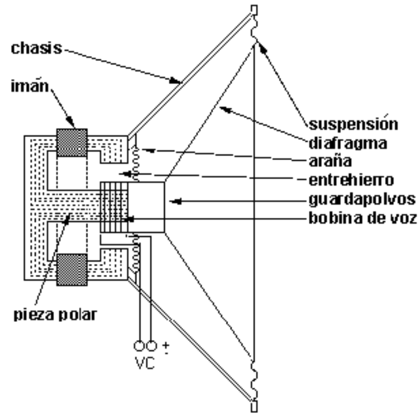


Figura 1 Altavoz de cono convencional

El modelo de la bobina de voz está constituido por una resistencia equivalente, R, una inductancia de dispersión, L, y una fuerza contraelectromotiz, e_b. Ésta ultima es proporcional a la velocidad de desplazamiento del cono, con una constate k_b. La fuerza que empuja al cono, modelado por su masa, M, y por un rozamiento viscoso, B, es proporcional a la corriente que circula por la bobina, k_p. Por último, la presión del aire es proporcional a la aceleración del desplazamiento, k_s. Se pide:

1. Diagrama a bloques del altavoz
2. Demostrar que la FDT del altavoz es:
$$\frac{P(s)}{U_c(s)} = \frac{0.0315\cdot s}{2.5\cdot 10^{-5}s^2 + 0.044s + 6.797}$$
3. Diagrama de Bode y curva polar de la respuesta frecuencial del altavoz.
4. Señal de salida del altavoz al dar en la entrada un armónico de 1kHz y 2 voltios de amplitud.
5. A los altavoces se les incorpora un pequeño micrófono, como sensor para la realimentación, formando una estructura de control de cadena cerrada. Suponiendo que la FDT del micrófono es unitaria, representar el nuevo diagrama de bloques, teniendo en cuenta que la señal de error es amplificada por una ganancia genérica k.
6. Determinar el trazado directo e inverso del lugar de las raíces. ¿Cuándo el sistema es estable?
7. Calcular la nueva FDT total para k= +10 y dibujar el nuevo diagrama de Bode.
8. Con los trazados del lugar de las raíces y la nueva respuesta en frecuencia, ¿Cuál es la conclusión con la nueva arquitectura de control del altavoz, para k>0 ?.

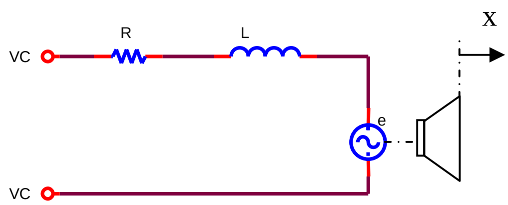
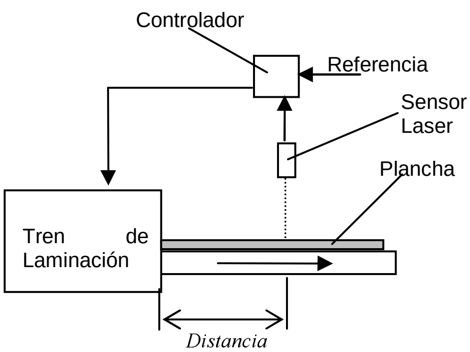


Figura 2 Esquema eléctrico equivalente

Datos: R= 8 Ω, L= 5mH, M= 5 gr, B = 0.8 N·s/m, k_b=k_p=0.63 N/A, k_s = 0.05 P·s^2/m

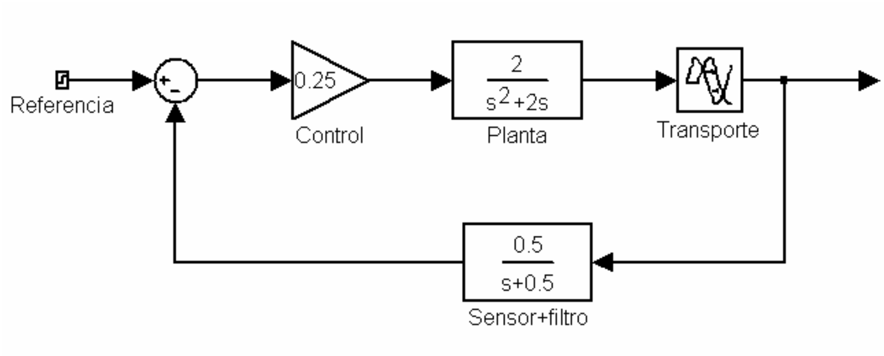
(60 minutos)

Problema 2



Se desea analizar el sistema de control de espesor de un tren de laminación. La acción de control se realiza por medio de la regulación de la fuerza que ejercen los rodillos sobre la plancha de acero saliente, de forma que la acción de control regule el espesor del acero. Para poder realimentar el espesor logrado se dispone de un sensor laser que aguas abajo obtiene una señal proporcional al grosor. El valor medido es necesario filtrarlo para eliminar la componente de alta frecuencia debido a las imperfecciones superficiales de la lámina saliente. Finalmente la señal obtenida se compara con una referencia, y el error se utiliza para actuar según una acción proporcional (***K=0.25***) sobre el tren de laminado. En las figuras siguientes se muestran el esquema del sistema y el diagrama de bloques correspondiente.

Puesto que el sensor está situado a cierta distancia d respecto de la salida del tren de laminación, existe un retardo debido al transporte que dependerá de la distancia, puesto que la velocidad de salida de la plancha se considerará constante e igual a **1 metro por segundo** en las condiciones nominales.



Se pide:

1.- Calcular los errores de posición, velocidad y aceleración del sistema.

2.- Pintar la respuesta en frecuencia del sistema en cadena abierta considerando la distancia de medida nula y por tanto que no hay retardo en la medida. Trazar el diagrama de bode asintótico y el diagrama polar.

3.- Obtener el Margen de fase y el Margen de ganancia para las condiciones anteriores. Demostrar que la frecuencia de cruce de ganancia es de ***0.035 Hz*** y que la frecuencia de cruce de fase es de ***0.16 Hz***.

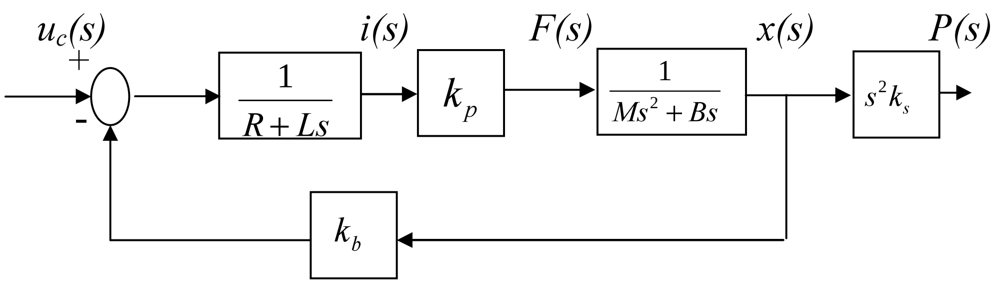
4.- Para evitar oscilaciones excesivas se quiere asegurar que el margen de fase no supere los 50º. ¿Cuál es la distancia máxima admisible a la que puede situarse el sensor?. ¿A qué distancia se vuelve inestable el sistema?

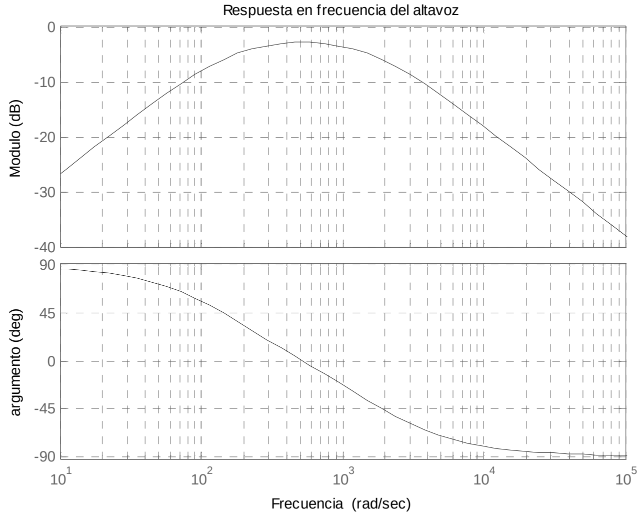
(45 minutos)

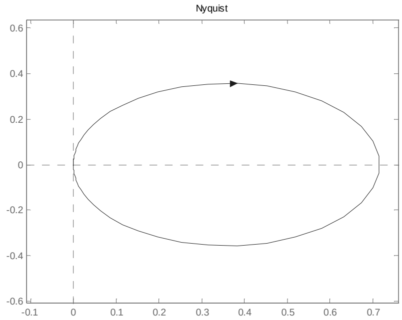
Resolución

<u>Problema 1</u>

1.

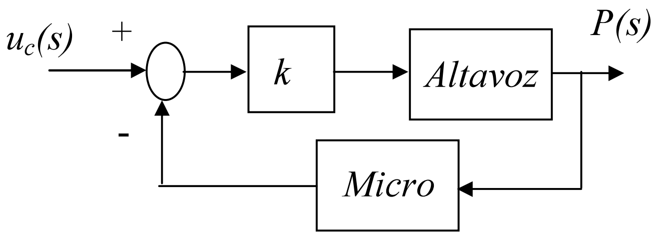




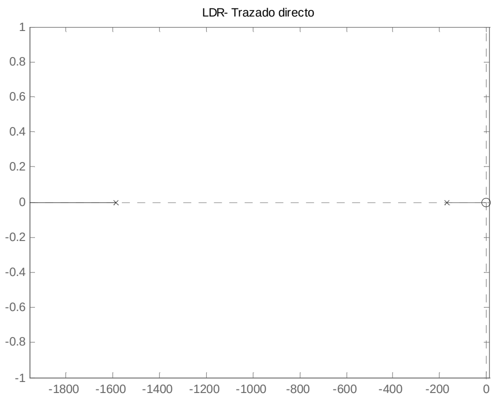


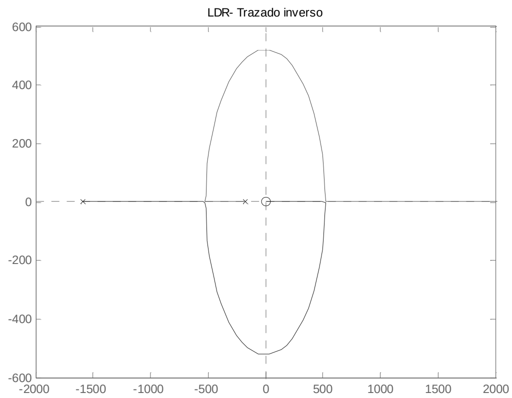
4. $P_{rp}(t)=2\cdot\left|G(2000\pi)\right|\cdot sen(2000\pi t+\arg(G(2000\pi)))=2\cdot 0.194\cdot sen(2000\pi t-1.29)$[P]

5.

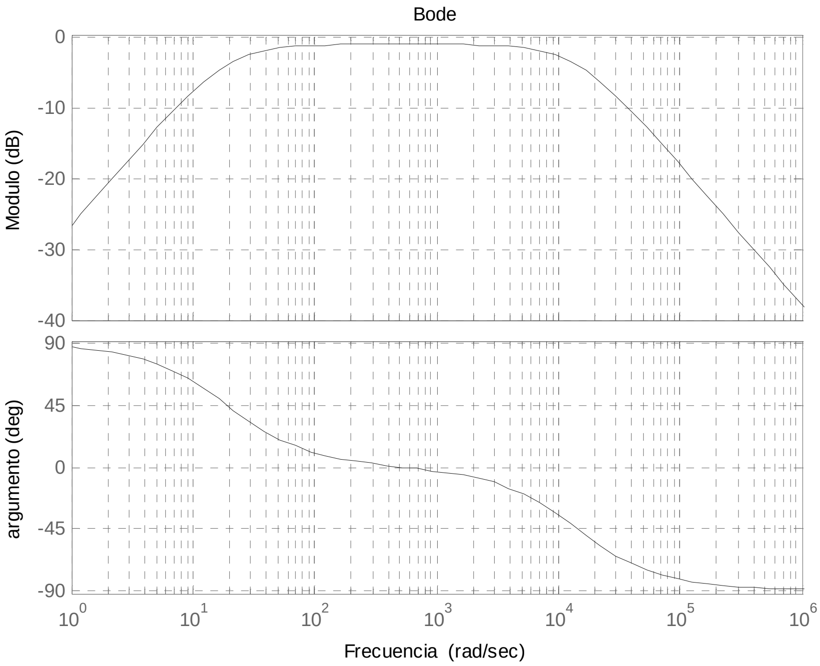


6.





7.



8. Gracias a la estructura de realimentación con el micro, al aumentar el valor de k hace aumentar el ancho de banda del altavoz.

Problema 2

1.- Calcular los errores de posición, velocidad y aceleración del sistema.

(2 puntos)

El sistema no tiene realimentación unitaria, por lo que aplicamos la formaulación para sistemas con realimentación no unitaria y sin ceros en el origen:

$$e_{rp} = \lim_{s\to 0} s\frac{X(s)}{K_H}[1 - K_H M(s)] = \lim_{s\to 0} sX(s)\left[\frac{s(s^2+2.5s+0.5)}{s^3+2.5s^2+s+0.25}\right]$$

$$e_p = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}\left[\frac{s(s^2+2.5s+0.5)}{s^3+2.5s^2+s+0.25}\right] = 0$$

$$e_v = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s^2}\left[\frac{s(s^2+2.5s+0.5)}{s^3+2.5s^2+s+0.25}\right] = 2$$

$$e_a = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s^3}\left[\frac{s(s^2+2.5s+0.5)}{s^3+2.5s^2+s+0.25}\right] = \infty$$

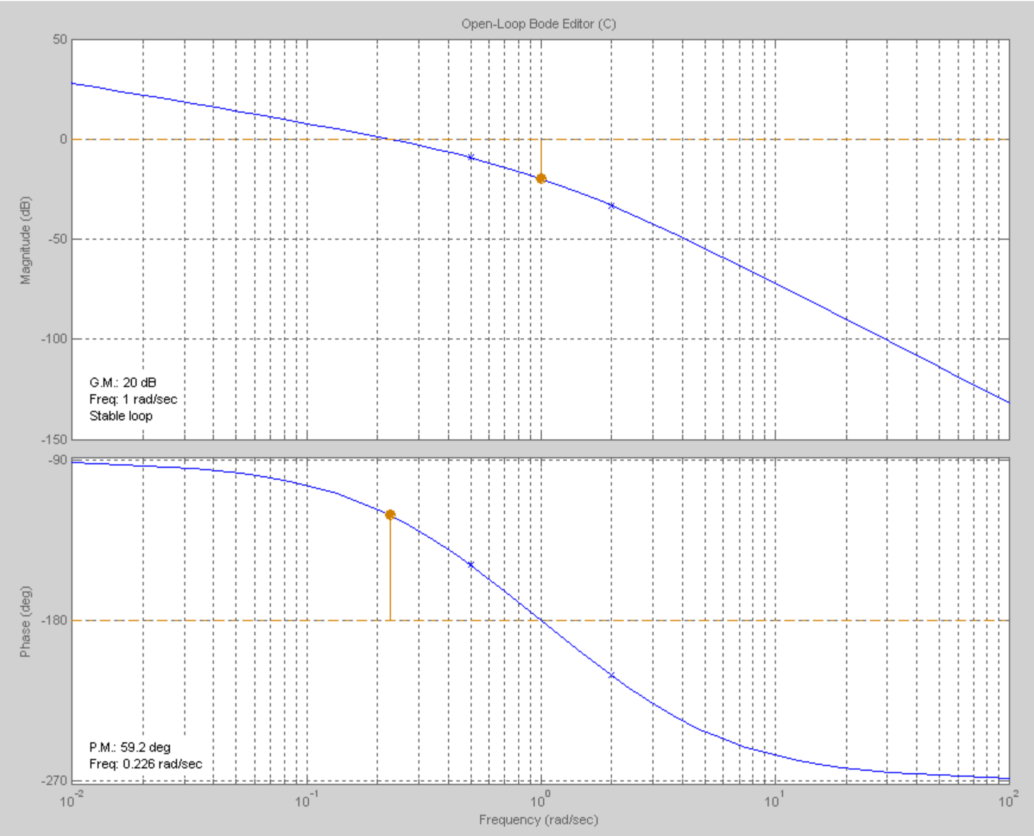
2.- Pintar la respuesta en frecuencia del sistema en cadena abierta considerando la distancia de medida nula y por tanto que no hay retardo en la medida. Trazar el diagrama de bode asintótico y el diagrama polar.

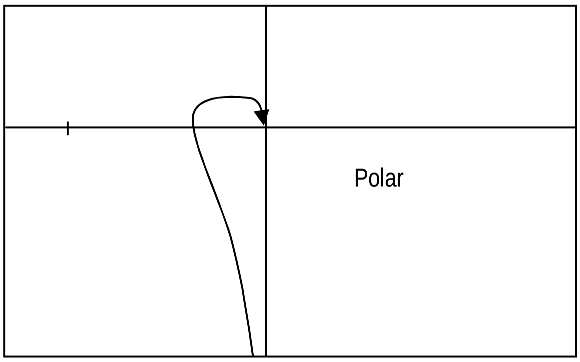
(3 puntos)

$$G(jw)H(jw) = \frac{0.25}{jw(jw+2)(jw+0.5)}$$

Podemos utilizar cualquier punto del diagrama para saber la altura de las amplitudes o bien, utilizar la regla de corte de la pendiente en w=0 a través de la constante de error de velocidad:

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s)H(s) = 0.25$$





3.- Obtener el Margen de fase y el Margen de ganancia para las condiciones anteriores. Demostrar que la frecuencia de cruce de ganancia es de ***0.035 Hz*** y que la frecuencia de cruce de fase es de ***0.16 Hz***.

$$\omega_g = 0.035Hz = 0.22\,\tfrac{rad}{seg}$$

$$\omega_f = 0.16Hz = 1\,\tfrac{rad}{seg}$$

Para demostrarlo es suficiente con comprobar que se cumple:

$$\left|G(j\omega_g)H(j\omega_g)\right| = 1 = \frac{|0.25|}{|j0.22||0.22j+0.5||0.22j+2|}$$

$$\angle G(j\omega_f)H(j\omega_f) = -180 = -90 - atn\tfrac{1}{0.5} - atn\tfrac{1}{2}$$

El cálculo de el margen de fase y de ganancia es de igual forma directo:

$$\gamma = 180 + \angle G(j\omega_g)H(j\omega_g) = 60^o$$

$$K_g = \frac{1}{\left|G(j\omega_f)H(j\omega_f)\right|} = 10 = 20dB$$

4.- Para evitar oscilaciones excesivas se quiere asegurar que el margen de fase no supere los 50º. ¿Cuál es la distancia máxima admisible a la que puede situarse el sensor?. ¿A qué distancia se vuelve inestable el sistema?

El retardo puro no afecta a la curva de módulos del diagrama de bode, pero si afecta a la curva de fases. A cada punto de la curva de fases añade un desfase de $-\omega T$ *radianes, siendo T el retardo.*

Al no modificarse los módulos, la frecuencia de cruce de ganancia es la misma que la calculada anteriormente, y por tanto el margen de fase se mide en el mismo punto. Por tanto, si queremos que el margen de fase sea de 50º significa que queremos que el retardo introduzca como máximo un desfase negativo adicional de 10º. Por tanto:

$$-T\omega_g = -10^o \Rightarrow \frac{10\pi}{180} \geq 0.22T \Rightarrow T < 0.79seg. \Rightarrow distancia = 0.79metros.$$

El sistema se volvera inestable para un margend e fase negativo, por tanto:

$$-T\omega_g = -60^o \Rightarrow \frac{60\pi}{180} \geq 0.22T \Rightarrow T < 4.75seg. \Rightarrow distancia = 4.75metros.$$