9 Respuesta en el régimen permanente de sistemas realimentados

Desde el principio del curso se ha comentado que los sistemas de control, objetos de estudio de esta asignatura, deben de seguir a las señales de mando. Se entenderá que hay error, en los sistemas SISO, cuando aparecen diferencias entre la señal de entrada y la salida. La precisión de estos equipos será una medida de este error. Sin embargo, para poder comparar la señal de entrada con la salida se requiere que ambas sean de igual magnitud física.

Para sistemas LTI-SISO con realimentación negativa, la precisión se cuantificará cuando la entrada y la salida sean de igual magnitud física, produciéndose dos casos distintos:

1. Realimentación unitaria: en este tipo las señales de entrada y salida son de igual naturaleza física, por tanto, el error será:

$$L\left[e(t)\right] = E(s) = X(s) - Y(s) = \left[1 - \frac{G(s)}{1+G(s)}\right]X(s) = \left(\frac{1}{1+G(s)H(s)}\right)X(s) \qquad (9.\ 1)$$

2. Realimentación no unitaria: Para poder comparar la entrada y la salida, habrá que equiparar la señal física de la entrada a la misma magnitud y rango dinámico que la señal de salida:

$$L[e(t)] = E(s) = \frac{X(s)}{H(s)} - Y(s) = \frac{X(s)}{H(s)}\left[1 - \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}H(s)\right] \qquad (9.\ 2)$$

Ambas expresiones (9.1 y 9.2) dependen del tipo de señal de entrada y del modelo de la planta.

9.1 Errores en el régimen permanente para sistemas de realimentación unitaria.

Para el caso de sistemas estables LTI-SISO, con realimentación unitaria, la señal de entrada y salida son de igual magnitud física y del mismo rango dinámico. Con el propósito de cuantificar la precisión del equipo bien se puede analizar la evolución de la señal de error con el tiempo o bien se puede dar un único valor correspondiente al error del equipo en el régimen permanente. Normalmente se emplea la segunda medida, por su facilidad y por asociar un escalar a un tipo de entrada. En este temario sólo se va a trabajar con el error en el régimen permanente. Un análisis más detallado del error en el dominio temporal puede ser estudiado en la bibliografía recomendada a principio de curso.

Centrándose en la precisión del equipo en el régimen permanente, la medida del error será obtenida por aplicación del teorema del valor final:

$$e_{rp} = e_{ss} = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot X(s)\left[\frac{1}{1+G(s)}\right] \qquad (9.\ 3)$$

Como se ha explicado anteriormente, la precisión depende de la señal de entrada y de la FDT del sistema de control. Para comprender mejor el error cometido en el régimen estacionario, se definen unas constantes de error o también llamados coeficientes estáticos de error. Estas constantes facilitan la información sobre la precisión que tiene el sistema en el régimen permanente, cuando el equipo es sometido a señales de entrada de tipo normalizado o de test.

1. Error y coeficiente estático para el escalón unitario, e_p y k_p:

$$e_p = \lim_{s\to 0} \frac{1}{1+G(s)}\ ;\ k_p = \lim_{s\to 0} G(s) \quad (p \equiv posición)$$

$$e_p = \frac{1}{1+k_p} \qquad (9.\ 4)$$

2. Error y coeficiente estático para la rampa unitaria, e_v y k_v:

$$e_v = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s(1+G(s))} \; ; \; k_v = \lim_{s\to 0} s\,G(s) \quad (v \equiv velocidad)$$

$$e_v = \frac{1}{k_v} \tag{9. 5}$$

3. Error y coeficiente estática para la parábola unitaria, e_a y k_a.

$$e_a = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s^2(1+G(s))} \; ; \; k_a = \lim_{s\to 0} s^2 G(s) \quad (a \equiv aceleración)$$

$$e_a = \frac{1}{k_a} \tag{9. 6}$$

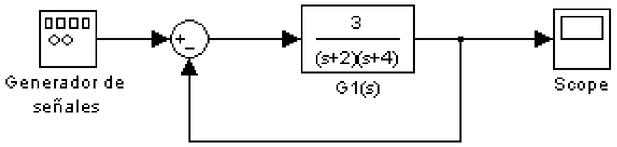
Dependiendo del número de integradores que tenga la planta en la cadena abierta, la precisión del equipo variará ante las tres señales de test. Se define tipo de un sistema realimentado al número de polos en el origen de la cadena abierta. Cuanto más elevado sea el tipo del sistema, menor será el error en el régimen permanente. Sin embargo, la adición de polos en la cadena abierta hace que el sistema sea más inestable, tal cual se vio en capítulos anteriores. En el diseño habrá de alcanzar un compromiso entre la estabilidad y la precisión del equipo.

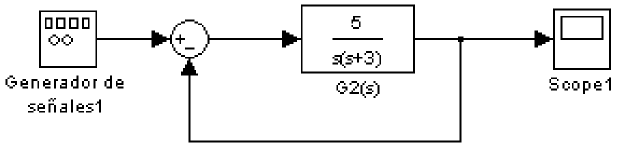
El cuadro adjunto resume la precisión de los equipos de realimentación unitaria dependiendo del tipo y de la señal de entrada.

Tipo de sistema	**Constante de error**			**Error al escalón unitario**	**Error a la rampa unitaria**	**Error a la parábola**
	k_p	**k_v**	**k_a**			
0	k_p	0	0	$\frac{1}{1+k_p}$	∞	∞
1	∞	k_v	0	0	$\frac{1}{k_v}$	∞
2	∞	∞	k_a	0	0	$\frac{1}{k_a}$
3	∞	∞	∞	0	0	0

Ejemplo 9.1

Obtener los errores del régimen permanente ante una entrada en escalón, rampa y parábola unitaria para los siguientes sistemas de la figura





El primer sistema es de tipo 0 y sus coeficientes estáticos de error y los correspondientes errores son:

$$k_p \lim_{s\to 0} G(s) = \frac{3}{8} \quad ; \quad e_p = \frac{1}{1+k_p} = \frac{1}{1+\frac{3}{8}} = \frac{8}{11}$$

$$k_v = \lim_{s\to 0} sG(s) = 0 \quad ; \quad e_v = \frac{1}{k_v} = \infty$$

$$k_a = \lim_{s\to a} s^2 G(s) = 0 \; ; \quad e_a = \frac{1}{k_a} = \infty$$

No es capaz de seguir a una entrada en rampa ni en parábola. Para el segundo caso, el sistema de tipo 1 y su precisión está definida por:

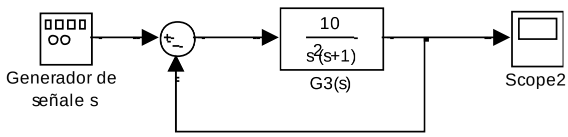
$$k_p = \infty \quad ; \quad e_p = 0$$

$$k_v = \frac{5}{3} \quad ; \quad e_v = \frac{3}{5}$$

$$k_a = 0 \quad ; \quad e_a = \infty$$

Ejemplo 9.2

El equipo de la figura adjunta ha sido excitado con una señal de entrada del tipo:



$$x(t) \cong 3 + 5t + 10t^2$$

Determinar el error en el régimen permanente

Al ser un sistema de tipo 2, es capaz de seguir a las tres señales de mando, aunque comete error ante la excitación en parábola:

$$e_{r_p} \cong 3e_p + 5e_v + 20e_a = 20e_a = 2$$

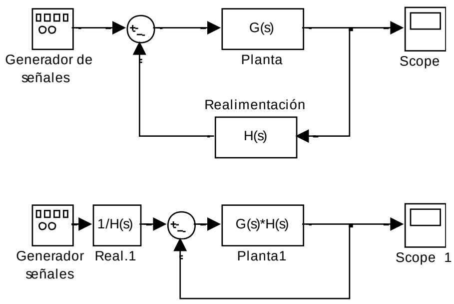
$$e_a = \frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} s^2 \dfrac{10}{s^2(s+1)}} = \frac{1}{10}$$

9.2 Errores en el régimen permanente para realimentación no unitaria

Como se ha comentado anteriormente, la señal de entrada deberá ser adecuada tanto en su magnitud física como en su rango dinámico para poder ser comparada con la señal de salida. Hay dos situaciones distintas en el tratamiento matemático de estos casos: 1) cuando no hay ceros en el origen en la FDT de la realimentación, H(s), y 2) cuando si existen. Inicialmente se va a considerar que no los hay. A la ganancia estática de la red de realimentación, sin ceros en el origen, se la denominará por k_H:

$$k_H = \lim_{s\to 0} H(s) = H(0) \tag{9. 7}$$

Se aplica el álgebra de bloques sobre la estructura de realimentación, de forma que quede equivalente a una de realimentación unitaria. Ahora es posible comparar adecuadamente la señal de mando y la salida. Ambas son de igual magnitud y escala. Aplicando transformadas de Laplace:



$$e(s) = \frac{X(s)}{H(s)} - y(s) = X(s)\frac{1}{H(s)}\left[1 - H(s)M(s)\right] \tag{9. 8}$$

El error en el régimen permanente se obtendrá por aplicación del teorema del valor final:

$$e_{rp} = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{k_H}\left[1 - k_H M(s)\right]X(s) \tag{9. 9}$$

El valor del error en el régimen permanente depende del tipo de señal de entrada, *X(s)*, y de la FDT del lazo cerrado, *M(s)*. Realizando la descomposición de la FDT de la cadena cerrada en sus polinomios de coeficientes constantes, los errores para las distintas señales de test serán:

1. Escalón unitario,

$$e_p = \lim_{s\to 0} \frac{1}{k_H}\left[1 - \frac{b_0 + b_1 s + ... + b_m s^m}{a_0 + a_1 s + ... + a_n s^n} k_H\right] \tag{9. 10}$$

$$e_p = \frac{1}{k_H}\left(1 - \frac{b_0}{a_0} k_H\right) \tag{9. 11}$$

2. Rampa unitaria,

$$e_v = \lim_{s\to 0} \frac{1}{k_H}\left[\frac{(a_0 - b_0 k_H) + (a_1 - b_1 k_H)_s + ... + a_n s^n}{s(a_0 + a_1 s + ... + a_n s^n)}\right] \tag{9. 12}$$

$$e_v \begin{cases} 0 & a_0 - b_0 k_H = 0 \quad y \quad a_1 - b_1 k_H = 0 \\ \dfrac{a_1 - b_1 k_H}{a_0 k_H} & a_0 - b_0 k_H = 0 \quad y \quad a_1 - b_1 k_H \neq 0 \\ \infty & a_0 - b_0 k_H \neq 0 \end{cases} \tag{9. 13}$$

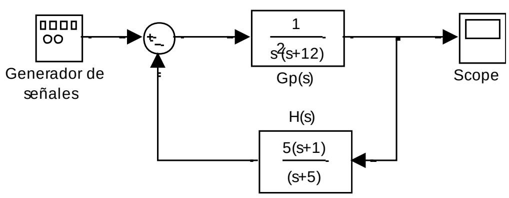
3. Parábola unitaria

$$e_a = \lim_{s\to 0} \frac{1}{k_H}\left[\frac{(a_0 - b_0 k_H) + (a_1 - b_1 k_H)s + (a_2 - b_2 k_H)s^2 + ... +}{s^2(a_0 + a_1 s + ... + a_n s^n)}\right]$$

$$e_{ss} \begin{cases} 0 & si \quad a_i - b_i k_H = 0 \quad i = 0, 1, 2 \\ \dfrac{a_2 - b_2 k_H}{a_0 k_H} & si \quad a_i - b_i k_H = 0 \quad i = 0, 1 \\ \infty & si \quad a_i - b_i k_H \neq 0 \quad i = 0 \, ó \, 1 \end{cases} \tag{9. 14}$$

Ejemplo 9.3

Determinar el error en el régimen permanente para las tres señales temporales unitarias de test del siguiente sistema.



Se observa que la FDT de la realimentación carece de ceros en el origen, calculándose la FDT de la cadena cerrada y la ganancia estática de la realimentación:

$$M(s) = \frac{(s+5)}{s^4 + 17s^3 + 60s^2 + 5s + 5}$$
$$k_H = H(0) = 1$$

El error para las tres señales de mando normalizadas son por aplicación de la ecuación deducida,

$$e_{ss} = e_{rp} = \lim_{s \to 0} \frac{1}{k_H}[1 - M(s)k_H]X(s)$$

igual a:

$$e_p = \lim_{s \to 0}\left[1 - \frac{(s+5)}{s^4 + 17s^3 + 60s^2 + 5s + 5}.1\right] = 0$$
$$e_v = \lim_{s \to 0}\left[\frac{(5-5)+(5-1)s + 60s^2 + 17s^3 + s^4}{s(s^4 + 17s^3 + 60s^2 + 5s + 5)}\right] = \frac{5-1}{5} = \frac{4}{5}$$
$$e_a = \lim_{s \to 0}\frac{(5-5)+(5-1)s + 60s^2 + 17s^3 + s^4}{s^2(s^4 + 17s^3 + 60s^2 + 5s + 5)} = \infty$$

9.2.1 Error en el régimen permanente con realimentación no unitaria y con ceros en el origen en H(s)

Separando en la FDT de la realimentación, *H(s)*, los ceros de la cadena abierta del resto, queda definida *H*(s)* y la multiplicidad de los ceros de esta FDT, *r*:

$$H(s) = s^r H^*(s)$$

Aplicando de nuevo el álgebra de bloques, el error queda determinado como la diferencia entre la entrada, ponderada por la ganancia estática de *H*(s)*, k^*_H, y la multiplicidad de sus ceros en el origen, menos la señal de salida. En transformada de Laplace:

$$e(s) = \frac{X(s)}{H^*(s)s^r} - Y(s) \qquad (9.\ 15)$$

En este caso, la ganancia estática de *H*(s)* será:

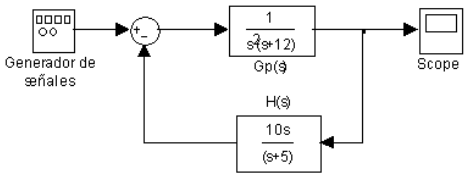
$$k_H^* = \lim_{s\to 0} \frac{H(s)}{s^r} \qquad (9.\ 16)$$

Los ceros de *H(s)* en el origen, se convierten en polos en el origen de la FDT global, *M(s)*. Una multiplicidad de ceros en el origen de *H(s)*, *r*, supondrá que los *r* primeros coeficientes del denominador de *M(s)* sean nulos, a_0, a_1,..., a_{r-1}. El error en el régimen permanente por aplicación del teorema del valor final, dada la definición de la ec (9. 15) será igual a:

$$e_{rp} = \lim_{s\to 0} s\cdot e(s) = \lim_{s\to 0} \frac{1}{k_H^* s^r}\left[1 - k_H^* s^r M(s)\right] s\cdot X(s) \qquad (9.\ 17)$$

Ejemplo 9.4

Determinar el error en el régimen permanente para las tres señales temporales unitarias de test del siguiente sistema.



La ganancia estática de H*(s) y la FDT de la cadena cerrada son:

$$k_H^* = \lim_{s\to 0} \frac{H(s)}{s} = 2$$

$$M(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{s+5}{s^4 + 17s^3 + 60s^2 + 10s}$$

Los errores para las tres señales normalizadas de test temporal son:

$$e_p = \lim_{s\to 0} \frac{1}{k_H s}\left(1 - \frac{k^*_H (s+5)s}{s_4 + 17s^3 + 60s^2 + 10s}\right)$$

$$e_p = \lim_{s\to 0} \frac{\left(10 - k^*_H 5\right)s + \left(60 - k^*_H\right)s^2 + 17s^3 + s^4}{2s\left(s^4 + 17s^3 + 60s^2 + 10s\right)}$$

$$e_p = \frac{60-2}{20} = \frac{58}{20}$$

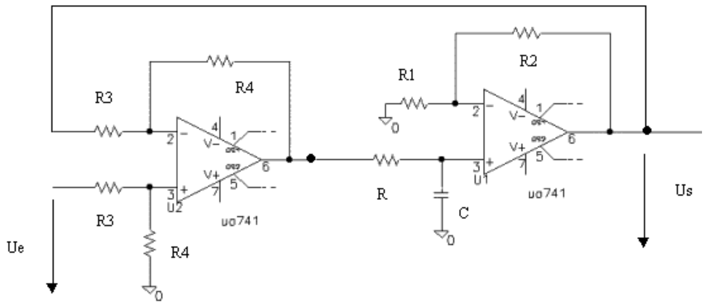
$$e_v = \infty \qquad e_a = \infty$$

El valor de e_p no tiene sentido al ser mayor que uno, lo que indica que el sistema es inestable.

9.3 Problemas

Ejercicio 9.1

Determinar el error en el régimen permanente ante las señales de test unitarias, así como la respuesta temporal de la salida ante una entrada en escalón unitario.



R_1=33k

R_2=33k ó 68k

R_3=33k

R_4=68k

CR=10^{-3} S

Ejercicio 9.2

Determinar el error en el régimen permanente ante las señales del test:

1) $G(s)=\dfrac{1}{s^2+s+2}$ $\qquad H(s)=\dfrac{1}{1+s}$

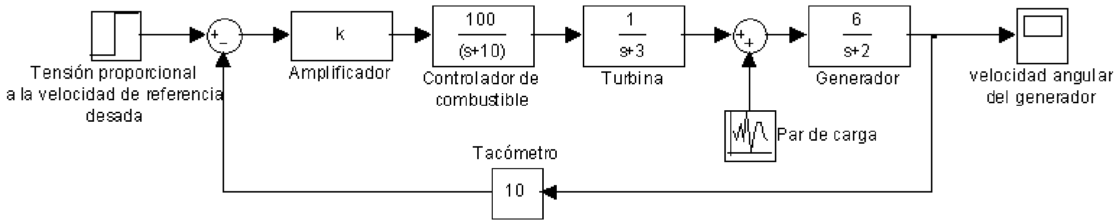
2) $G(s)=\dfrac{1}{s(s+5)}$ $\qquad H(s)=5$

3) $G(s)=\dfrac{1}{s^2(s+10)}$ $\qquad H(s)=\dfrac{s+1}{s+5}$

4) $G(s)=\dfrac{1}{s^2(s+10)}$ $\qquad H(s)=5s$

Ejercicio 9.3

Para efectuar el control de velocidad de giro de un alternador y, por lo tanto, la frecuencia de la energía eléctrica generada, se dispone del siguiente sistema de control:



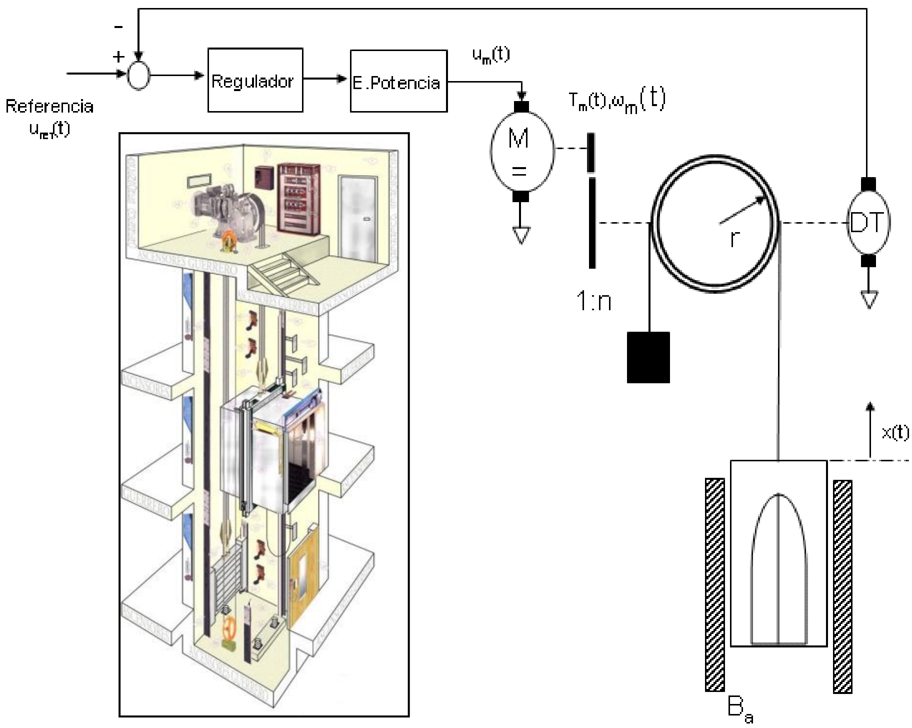
1. Estudiar la estabilidad del sistema en función de *k.*

2. Calcular los errores ante señales tipo test.

3. Calcular el error ante una variación brusca unitaria en el par de la carga.

4. Seleccionar el valor de k.

Ejercicio 9.4



El sistema de la figura representa el control de velocidad de un ascensor, $\dot{x}(t)$. La señal de error ataca a un compensador proporcional de ganancia *k* que actúa sobre la etapa de potencia de ganancia unitaria. La propulsión mecánica se realiza a través de un motor de corriente continua controlado por inducido y conectado a la etapa de potencia. El eje del motor se acopla a un tren de engranajes y la salida de éste se une a una polea de radio *r* y de masa despreciable. De la polea cuelga el ascensor y el contrapaso, ambos de igual masa, M_a, cuando el ascensor está en vacío. El bucle de control se cierra con una dínamo tacométrica unida a la polea. Se pide, para el ascensor en vacío:

1. Demostrar que la FDT entre el par del motor y su velocidad angular es: $\frac{\omega_m(s)}{T_m(s)} = \frac{1}{\left(J_m + \frac{2M_a r^2}{n^2}\right)s + \frac{B_a r^2}{n^2}}$
2. Función de transferencia del sistema para cualquier valor de *k*, $\frac{v(s)}{u_{ref}(s)}$, siendo v(t) la velocidad del ascensor.
3. Si se desea un error al escalón del 15%, calcular *k* y representar la evolución temporal de la velocidad del ascensor ante una entrada en escalón unitario. ¿A qué velocidad nominal sube?¿Cuanto tiempo tarda en alcanzar el régimen permanente?.
4. Si el peso máximo de carga es de 300 kg, ¿cómo afecta a la dinámica del ascensor?

Datos Motor: R = 1Ω (Resistencia del inducido del motor), K_p = 0.19 Nm/A (Constante de par del motor), J_m = 0.03 kgm^2 (Momento de inercia del rotor). Tren de engranajes: n = 100 (Relación de reducción). Polea: r = 1 m. Ascensor: M_a = 300kg, B_a = 7 Ns/m (Rozamiento viscoso equivalente entre ascensor y pared). Dínamo tacométrica: K_{DT} = 1 Vs/rad

1. El conjunto de fuerzas que definen el movimiento de traslación del ascensor son:

$$\begin{aligned} F_1(t) &= M_a\ddot{x}(t) + B_a\dot{x} + M_a g \quad (Ascensor) \\ F_2(t) &= -M_c\ddot{x}(t) + M_c g \quad (Contrapeso) \end{aligned}$$

Estas dos fuerzas actúan sobre la polea, generando un par opositor al movimiento de rotación. El par del motor deberá compensar el movimiento de inercia del rotor y de la carga vista al otro extremo del tren de engranajes:

$$T_m(t) = \left(J_m + \frac{2}{n^2}M_a r^2\right)\dot{\omega}_m + \frac{1}{n^2}B_a r^2\omega_m$$

2. La FDT entre la velocidad angular del motor y su tensión es:

$$\frac{\omega_m(s)}{u_m(s)} = \frac{0.19}{0.09s + 0.0368}$$

Cerrando el lazo de realimentación queda:

$$\frac{v(s)}{u_{ref}(s)} = \frac{0.19\cdot 10^{-2}k}{0.09s + 0.19\cdot 10^{-2}k + 0.0368}$$

3. Al ser un sistema de realimentación unitaria, aunque con adaptación de radianes por segunda a voltios, se calculará la ganancia k a partir de la constante estática del error al escalón:

$$e_p = \frac{1}{1+k_p} = 0.15 \quad k \cong 110$$

La FDT de la planta será:

$$\frac{\dot{x}(s)}{u_{ref}(s)} = \frac{0.85}{0.366s+1}$$

El ascensor tendrá una velocidad nominal de 0.85m/s y alcanzará el régimen permanente en 1 s.

5. El efecto del peso de los usuarios en el ascensor será una variación del momento de inercia en la carga al motor:

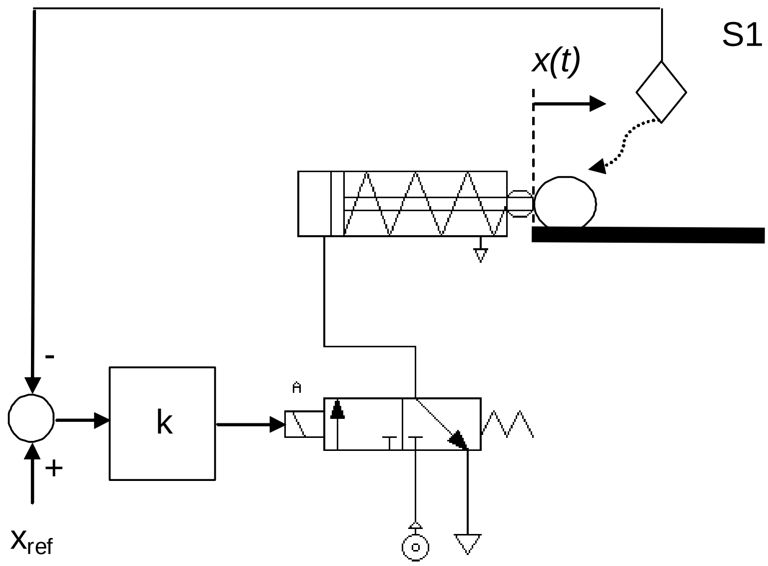
$$\frac{\Delta\omega_m(s)}{\Delta T_m(s)} = \frac{1}{\left(J_m + \frac{(2M_a + M_p)r^2}{n^2}\right)\cdot s + \frac{B_a r^2}{n^2}}$$

La FDT total queda con un peso de 300kg de carga como:

$$\frac{\Delta v(s)}{\Delta u_{ref}(s)} = \frac{0.85}{0.488s+1}$$

Tardará 1.5s en alcanzar la velocidad del régimen permanente.

Problema 9.5



El esquema de la figura representa un servosistema de posición:

a) La válvula 3/2 proporciona una presión variable en función de la tensión entregada a la electro-válvula. Si la tensión es nula el cilindro volverá a posición inicial. En caso contrario, la presión entregada al cilindro puede ser modelada por un sistema de primer orden de ganancia 1.2 [N/m^{2}V] y una constante de tiempo de 0.5 segundos.

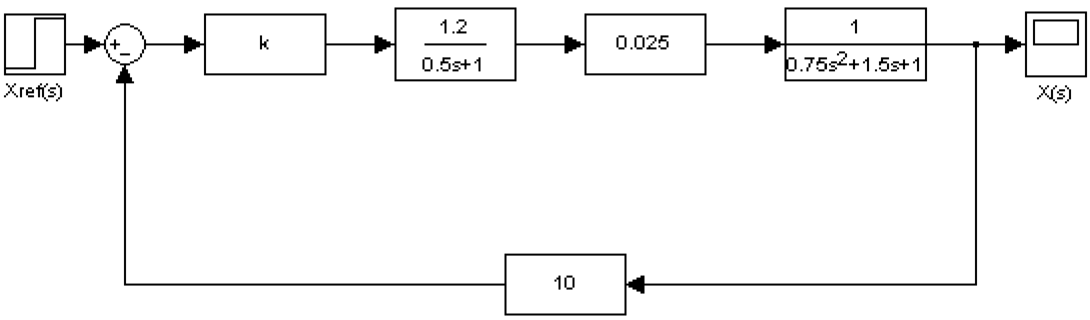
b) El cilindro de simple efecto está constituido por un émbolo de 0.75 kg de masa, el área de contacto con el fluido es de 0.025 m^2, la fricción viscosa está modelada con un coeficiente de 1.5 N/m/s y la constante del muelle es de 1 N/m.

c) El transductor de posición, S1, es lineal, generando 0V con un desplazamiento de 0 metros y de 10 V con 1 metro.

Se pide:

1. Diagrama de bloques del sistema.
2. Rango de k para que el sistema sea estable
3. Ajustar la ganancia del compensador, k. para que el error al escalón sea del 25%. ¿Qué sucede si se desea que el error al escalón sea del 10%?
4. Evolución temporal, aproximada, de la salida si el compensador es igual a 10. El sistema tiene un polo en -3.4.

1.



2. El polinomio característico es: $D(s) = 0.375s^3 + 1.5s^2 + 2s + 1 + 0.3k$. Aplicando la tabla de Routh, el rango de k estará entre -3.33 y 23.33.

3. Al ser realimentación no unitaria, se aplicará álgebra de bloques para convertirlo en unitario. El error en el régimen estacionario quedaría como:

$$e_p = \frac{1}{1 + 0.3k}$$

Si el error es del 25%, el valor de la ganancia sería 10. Para un 10% *k* sería de 30, lo cual produciría inestabilidad en el sistema.

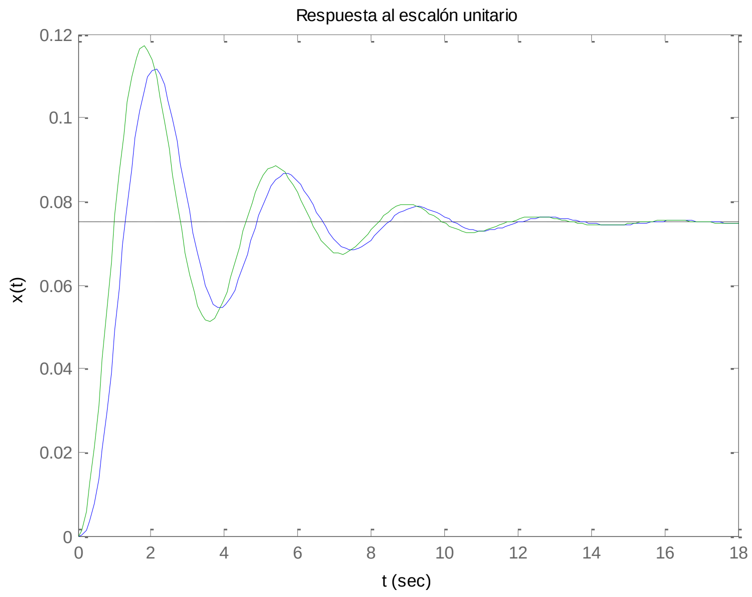
4. El sistema equivalente reducido sería:

$$M_{eq}(s) = \frac{0.238}{s^2 + 0.64s + 3.17}$$

Los valores más significativos de la respuesta al escalón corresponderían a:

$$x_0 = 0 \quad x_\infty = 0.075 \quad t_s = 9.8s \quad t_p = 1.8s \;\; t_r = 1s \quad M_p = 56.3\%$$

En la gráfica se muestra la respuesta del sistema y de su equivalente reducido.



Problema 9.6

Se ha diseñado un sensor que permite mediar una magnitud física r(t), obteniéndose una señal eléctrica u(t). Las ecuaciones correspondientes son:

$$\ddot{u}(t) + 2\dot{u}(t) = k \cdot e(t)$$
$$u^2(t) = r(t) - e(t)$$

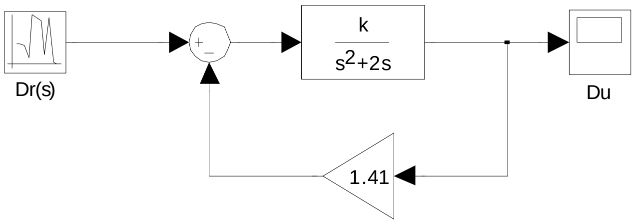
Se pide:

1. Linealización de la dinámica del sensor.
2. Obtener el diagrama en bloques del sistema para el punto de equilibrio definido por r_0=1/2.
3. Cuando la magnitud física pasa de r(t)=1/2 a r(t)=3/2 determinar el valor máxima de salida y el tiempo que se tardaría para obtener una medida fiable. Considérese que k=5.
4. Estudiar el error de la respuesta del régimen permanente del sensor en el punto de reposo fijado para las tres señales de test.
5. Si la magnitud física sigue un movimiento uniformemente acelerado en el tiempo ¿se obtendría buenos resultados?.

1.

$$\Delta\ddot{u}(t) + 2\Delta\dot{u}(t) = k\Delta e(t)$$
$$[2u]_0 \; \Delta u(t) = \Delta r(t) - \Delta e(t)$$

2.



3. La magnitud física varía incrementalmente con un modelo de escalón unitario, la salida será:

$$\Delta u(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{5}{s^2 + 2s + 5\sqrt{2}}$$

Corresponde a la respuesta de un sistema subamortiguado, por tanto, el tiempo que tardará en dar una medida estable es:

$t_s \approx \pi / \sigma = 3.14s$. La sobreoscilación es del 28% y el incremento de salida en el régimen permanente es de 0.707, luego la variación máxima será 0.9. Según el modelo lineal, la salida máxima será de 1.6.

4. Respecto al error, al no ser realimentación unitaría quedará definida como:

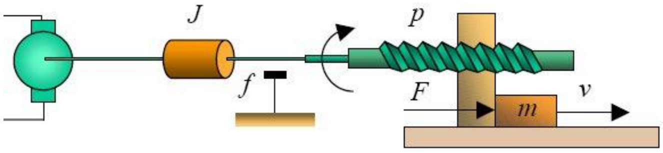
$$e_{rp} = \lim_{s \to 0} \frac{1}{k_H} \left[1 - k_H \Delta M(s) \right] s \Delta r(s) \Rightarrow \begin{cases} e_p = 0.0 \\ e_v = 0.2 \\ e_a = \infty \end{cases}$$

5. Si la magnitud física sigue un movimiento uniformemente acelerado en el tiempo, su modelo es de tipo parabólico y cómo se acaba de obtener no es capaz de seguir tal referencia. Por tanto, no se obtendrían buenos resultados.

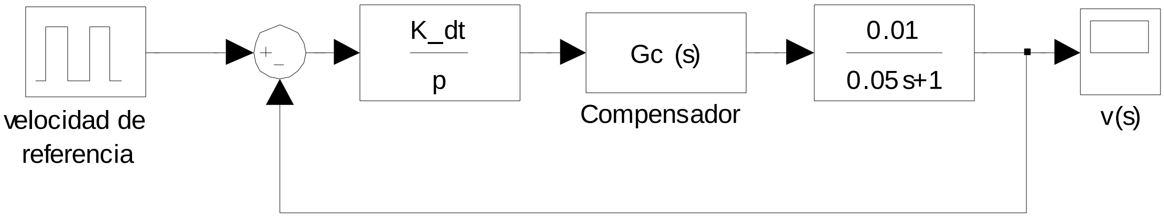
Problema 9.7

Se desea el controlar la velocidad lineal de una masa situada en el extremo de un motor-husillo. Determinar:

1. Obtener la función de transferencia entre la velocidad lineal de la masa y la tensión aplicada al motor, $\frac{v(s)}{u(s)}$, sabiendo que el momento de inercia de la masa empujada por el husillo es $J_c = m \cdot p^2$.



2. Para el control se emplea una estructura de realimentación negativa mediante una dínamo tacométrica situada en el eje del motor. Demostrar que su diagrama a bloques queda definido como:



3. Si se desea que el error en el régimen permanente ante un escalón sea nulo ¿Qué debe tener $G_c(s)$?.

4. Considerando que $G_c(s) = 10\frac{0.05s+1}{s}$ y una velocidad de referencia de 0.05 m/s determinar la evolución de la velocidad lineal en la masa.

5. Con las condiciones del apartado anterior, calcular las tensiones que se aplican en el inducido del motor en el instante inicial y final.

Motor de corriente continua: R_i = 2.67 Ω, $L_i \approx$ 0 H, k_p = 0.073 Nm/A, J = 1.12 ·10^{-4} kg m^2

Husillo: $p = \frac{L}{2\pi}$ =8·10^{-4} m/rad (paso del husillo), *f* = 2.18 ·10^{-4} Nms/rad (rozamiento)

Carga: m = 1 kg; **Dínamo tacométrica:** k_{DT} = 2.37 ·10^{-2} V s/rad

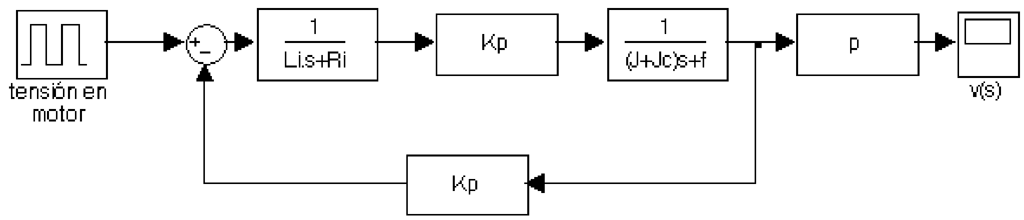
1. El conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que definen la dinámica del motor-husillo son:

$$u(t) = R_i \cdot i(t) + L_i \frac{di(t)}{dt} + k_b \omega_m(t)$$

$$T_m(t) = k_p i(t) = (J + J_c)\frac{d\omega_m(t)}{dt} + f \cdot \omega_m(t)$$

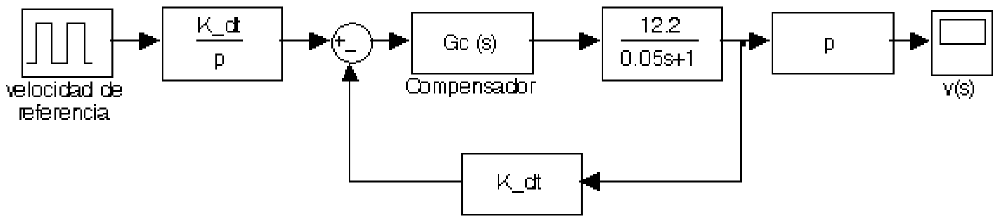
$$v(t) = p \cdot \omega_m(t)$$

Aplicando transformadas de Laplace queda definida la función de transferencia:



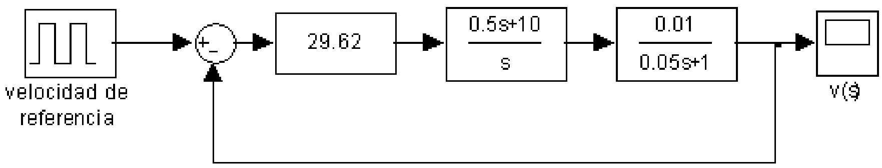
$$\frac{v(s)}{u(s)}=\frac{\dfrac{k_p}{R_i\left[(J+J_c)s+f\right]}}{1+\dfrac{k_p\cdot k_b}{R_i\left[(J+J_c)s+f\right]}}\cdot p=\frac{0.01}{0.05s+1}$$

2. El lazo de realimentación se realiza a través de la velocidad angular del eje del motor. Por lo tanto habrá que desplazar el sensor de realimentación hacia la velocidad lineal de la carga a través del álgebra de bloques. Respecto a la señal de mando para que se encuentre una comparación con la misma magnitud física y en el mismo rango dinámico deberá de añadirse un bloque que convierta la velocidad lineal deseada en una tensión comparable.



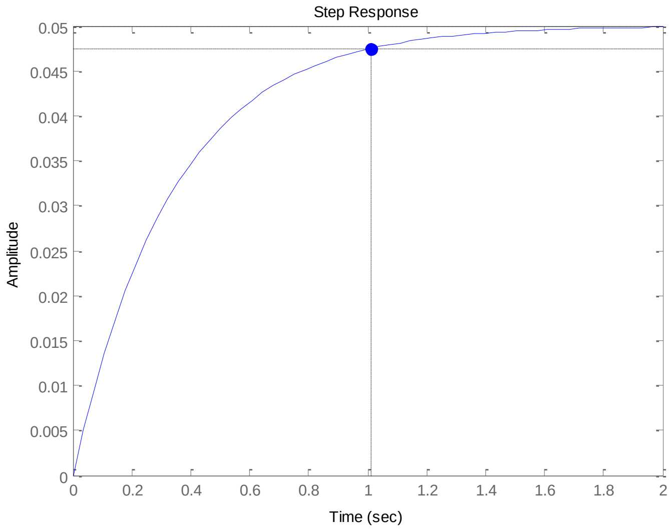
3. Como la estructura de realimentación es unitaria y se desea que el error al escalón sea nulo, el sistema debe ser de tipo I. El compensador debe de tener un integrador.

4. La FDT del conjunto total corresponde a un sistema de primer orden:



$$M(s)=\frac{1}{\dfrac{1}{2.96}s+1}$$

Y su evolución ante una entrada en escalón será:



5. La FDT entre la señal de mando y la tensión de salida es:

$$\frac{u(s)}{v_{ref}(s)} = \frac{296.2(0.05s+1)}{s+2.96}$$

Aplicando el teorema del valor inicial y final se obtendrá los valores de tensión en el motor en el momento del arranque y en el régimen permanente:

$$u(0) = 0.74V \quad u(\infty) = 5V$$