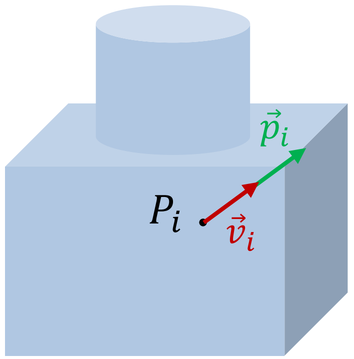
CANTIDAD DE MOVIMIENTO DE UN SISTEMA
TRASLACIÓN DEL SISTEMA

Cantidad de Movimiento en un sistema de partículas.

- **SISTEMA DE PARTÍCULAS** – la cantidad de movimiento de cada una de las partículas que constituyen el sistema será:



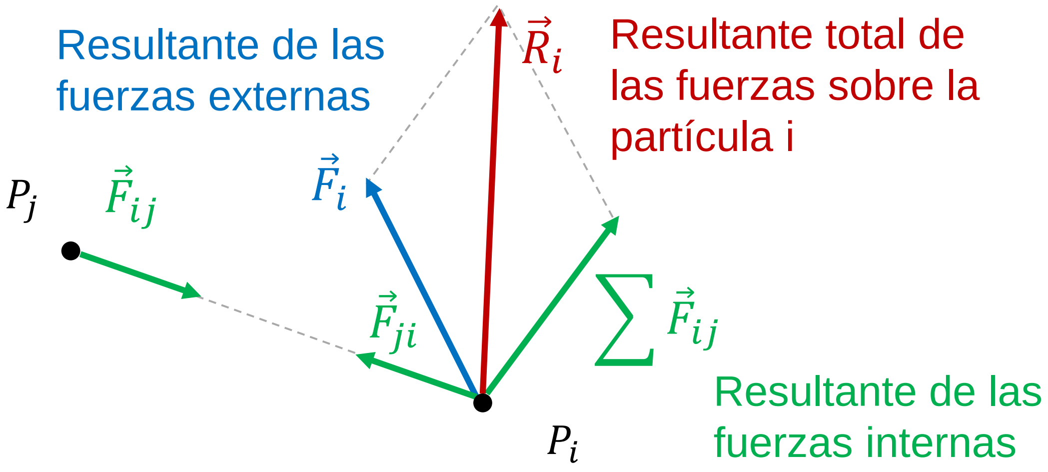
$$\vec{p}_i = m\vec{v}_i$$

- La suma de todas será:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i$$

Cantidad de movimiento de un sistema de partículas

- **FUERZA RESULTANTE** – para cada una de las partículas que constituyen el sistema será:



$$\vec{R}_i = \vec{F}_i + \sum_j \vec{F}_{ji}$$

Cantidad de Movimiento en un sistema de partículas.

❖ **FUERZA RESULTANTE** – para todo el sistema será:

$$\vec{R} = \sum_i \vec{R}_i = \sum_i \left(\vec{F}_i + \sum_j \vec{F}_{ji}\right) = \sum_i \vec{F}_i + \underbrace{\sum_i \sum_j \vec{F}_{ji}}_{=0} = \sum_i \vec{F}_i$$

$$\vec{F}_{ji} = -\vec{F}_{ij}$$

$$\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \frac{d}{dt} \underbrace{\sum_i \vec{p}_i}_{=\vec{p}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{R} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

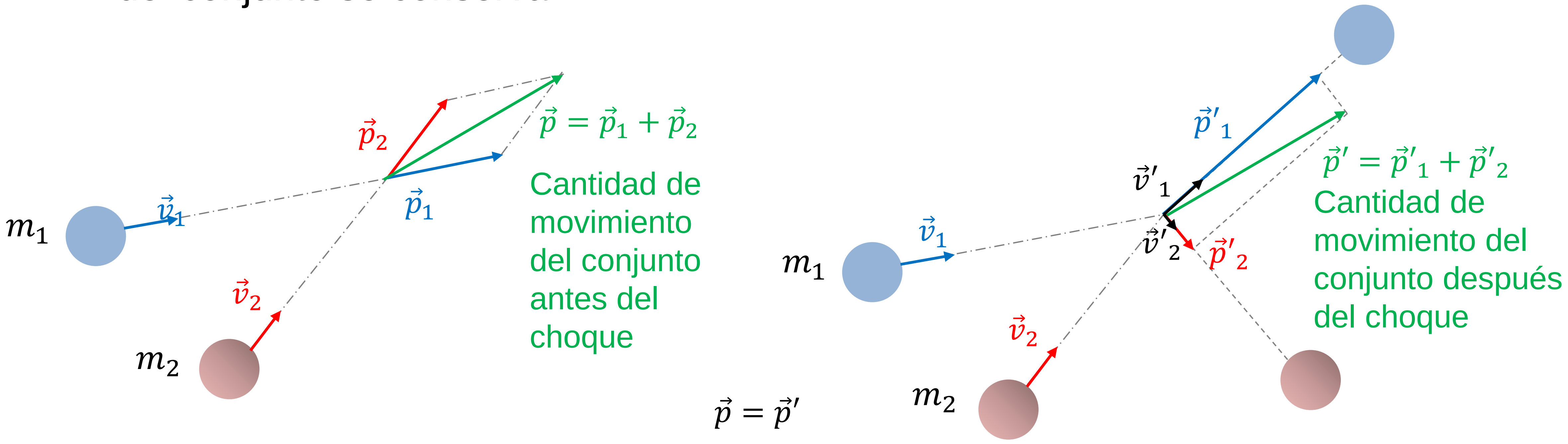
TEMA 11: CANTIDAD DE MOVIMIENTO Y TRASLACIÓN DE UN SISTEMA

Conservación de la cantidad de movimiento.

❖ **TEOREMA DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO** – si la resultante de las fuerzas externas es cero se conserva la cantidad de movimiento.

$$\vec{R} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{p} = cte.$$

- Si dos cuerpo chocan en ausencia de fuerza externas la cantidad de movimiento del conjunto se conserva.

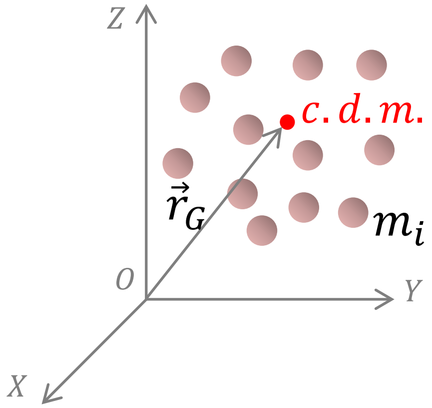


TEMA 11: CANTIDAD DE MOVIMIENTO Y TRASLACIÓN DE UN SISTEMA

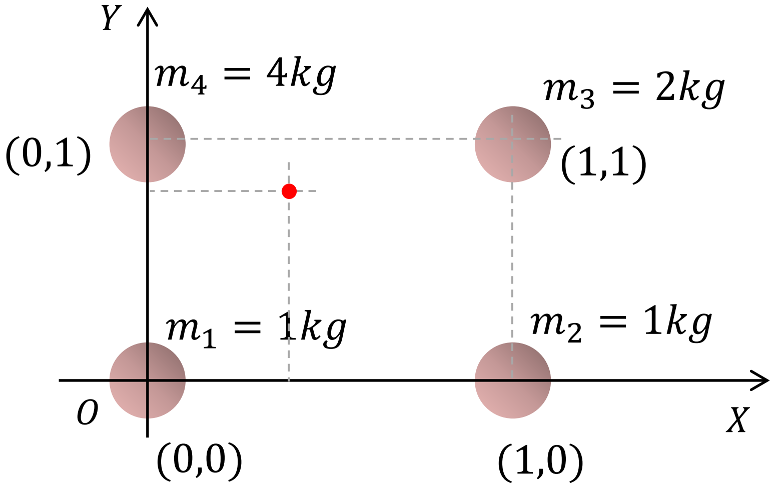
Centro de masas.

❖ **CENTRO DE MASAS** – define una posición privilegiada del sistema, que en el seno del campo gravitatorio se convierte en el **centro de gravedad**. Vamos a diferenciar dos tipos de sistemas:

1. Sistemas discretos – el centro de masas será igual a: $$m\vec{r}_G = \sum_i m_i\vec{r}_i$$



$$\vec{r}_G = \frac{1}{m}\sum_i m_i\vec{r}_i \Rightarrow \begin{cases} x_G = \dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_i m_i x_i \\ y_G = \dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_i m_i y_i \\ z_G = \dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_i m_i z_i \end{cases}$$



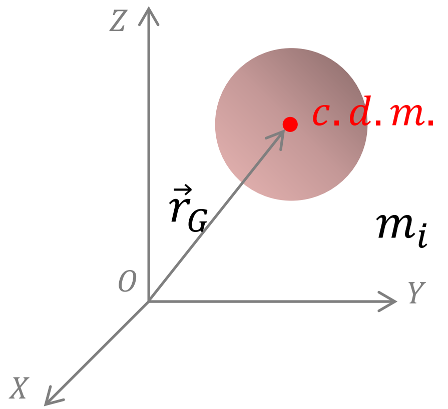
$$x_G = \frac{3}{8}$$

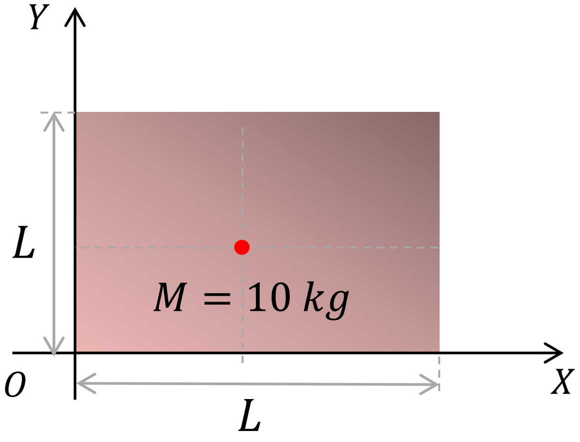
$$y_G = \frac{3}{4}$$

$$G\left(\frac{3}{8},\frac{3}{4}\right)$$

2. Sistemas continuos – el centro de masas será igual a: $m\vec{r}_G = \int \vec{r}dm$

$$\vec{r}_G = \frac{1}{m}\int \vec{r}dm \Rightarrow \begin{cases} x_G = \dfrac{1}{m}\displaystyle\int xdm \\ y_G = \dfrac{1}{m}\displaystyle\int ydm \\ z_G = \dfrac{1}{m}\displaystyle\int z\,dm \end{cases}$$





$$x_G = \frac{\sigma L}{m}\int_0^L xdx = \frac{L}{2}$$

$$y_G = \frac{\sigma L}{m}\int_0^L ydy = \frac{L}{2}$$

$$G\left(\frac{L}{2},\frac{L}{2}\right)$$

TEMA 11: CANTIDAD DE MOVIMIENTO Y TRASLACIÓN DE UN SISTEMA

❖ TEOREMA DEL CENTRO DE MASAS

$$m\vec{r}_G = \int \vec{r}\,dm \;\Rightarrow\; \vec{r}_G = \frac{1}{m}\int \vec{r}\,dm$$

Si derivamos:

$$\frac{d\vec{r}_G}{dt} = \vec{v}_G = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{m}\int \vec{r}\,dm\right) = \frac{1}{m}\frac{d}{dt}\left(\int \vec{r}\,dm\right) = \frac{1}{m}\int \frac{d\vec{r}}{dt}dm = \frac{1}{m}\int \vec{v}\,dm = \frac{1}{m}\int d\vec{p} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \vec{v}_G = \frac{1}{m}\vec{p} \;\Rightarrow\; \boxed{\vec{p} = m\vec{v}_G}$$

La cantidad de movimiento de un sistema de partículas es igual a la masa de todo el sistema por la velocidad del centro de masas

Teorema del centro de masas.

Si volvemos a derivar:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}_G) = m\frac{d\vec{v}_G}{dt} = m\vec{a}_G$$

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}_G}$$

La resultante de las fuerzas externas es igual al producto de la masa total del sistema por la aceleración del centro de masas

Esto sólo es válido en la traslación

Si:

$$\vec{R} = 0 \Rightarrow \vec{a}_G = 0 \Rightarrow \vec{v}_G = 0 \Rightarrow \vec{p} = 0$$