

MOVIMIENTO PLANO DE UN SÓLIDO RÍGIDO

TEMA 4: CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

1.1

Clasificación de los movimientos planos

1.2

Campo de velocidades de un movimiento plano

1.3

Centro instantáneo de rotación – Determinación gráfica

1.4

Centro instantáneo de rotación – Determinación analítica

1.5

Rodadura sin deslizamiento y con deslizamiento

Clasificación de los movimientos planos

- ❖ En un **MOVIMIENTO PLANO** se cumple:

$$I = \vec{\omega} \cdot \vec{v}_P = 0 \quad \forall P$$

$\vec{\omega}$ es perpendicular a la velocidad \vec{v}_P de todos los puntos del sólido

Al ser $I = 0$ – la descripción helicoidal será una de las siguientes:

- ❖ $\vec{\omega} = 0$ **TRASLACIÓN INSTANTÁNEA PURA**  todas las velocidades son equipolentes

- ❖ $\vec{\omega} \neq 0$

➤ Para la descripción más sencilla: **ROTACIÓN INSTANTÁNEA PURA EN TORNO AL EJE DE ROTACIÓN.**

$$v_H = \frac{I}{\omega} = \frac{0}{\omega} = 0 \quad \text{La velocidad de deslizamiento será nula}$$

➤ Si **no** es la modelización más sencilla: **ROTACIÓN MÁS TRASLACIÓN EN CADA INSTANTE**

TEMA 4: CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

1.1

Clasificación de los movimientos planos

1.2

Campo de velocidades de un movimiento plano

1.3

Centro instantáneo de rotación – Determinación gráfica

1.4

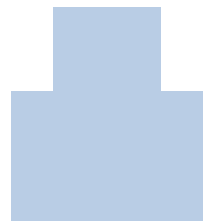
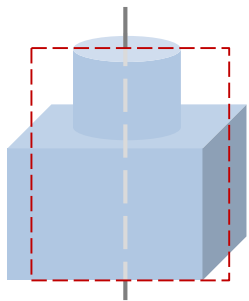
Centro instantáneo de rotación – Determinación analítica

1.5

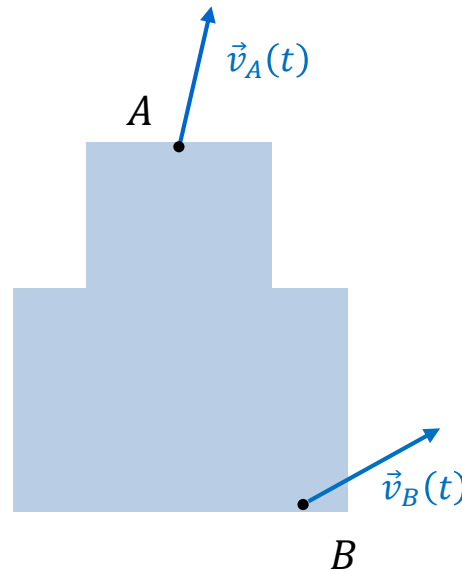
Rodadura sin deslizamiento y con deslizamiento

Campo de velocidades de un movimiento plano

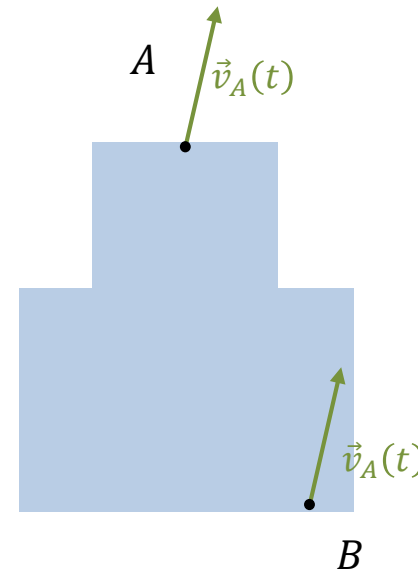
- ❖ Las velocidades de todos los puntos están contenidas en un mismo plano, $\vec{\omega}$ es perpendicular a dicho plano.



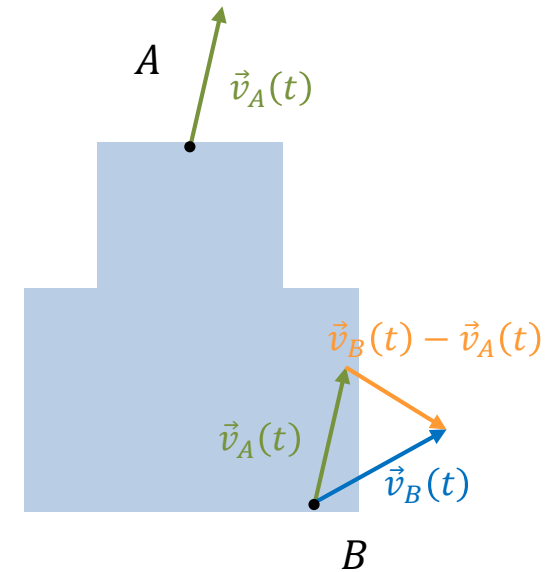
Tomamos una sección plana de nuestro sólido y lo estudiamos como un movimiento plano



Si modelizamos en A



$\vec{v}_A(t)$ será la velocidad de traslación



$$\vec{v}_B - \vec{v}_A = \vec{\omega} \times \overline{AB}$$

El movimiento del sistema puede describirse por la suma de una traslación más una rotación, $\vec{\omega}$ será siempre la misma y cambiará la velocidad de traslación que será la del punto escogido para la modelización.

TEMA 4: CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

1.1

Clasificación de los movimientos planos

1.2

Campo de velocidades de un movimiento plano

1.3

Centro instantáneo de rotación – Determinación gráfica

1.4

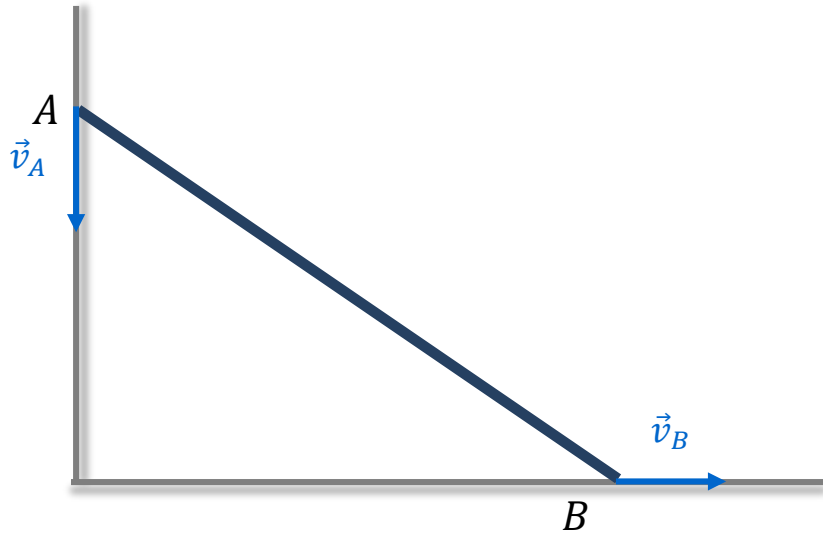
Centro instantáneo de rotación – Determinación analítica

1.5

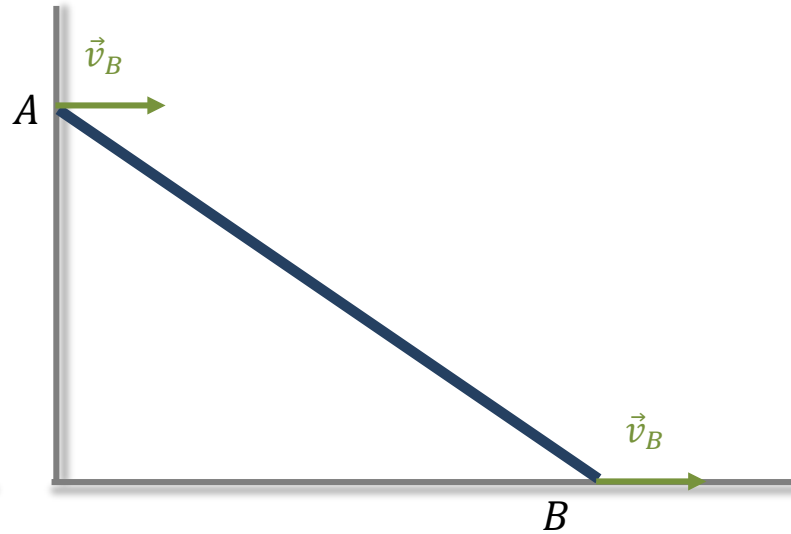
Rodadura sin deslizamiento y con deslizamiento

Centro instantáneo de rotación – Determinación gráfica

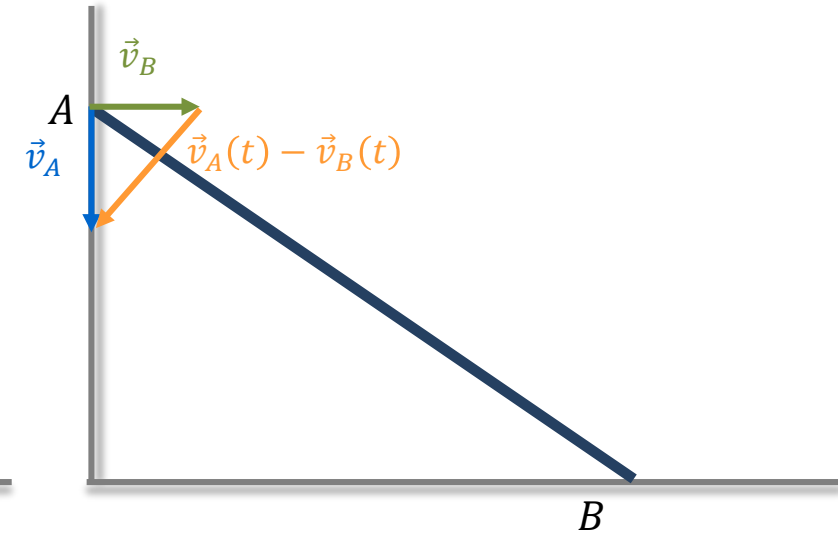
➤ Partimos del ejemplo que hemos utilizado antes:



Si modelizamos en B



$\vec{v}_B(t)$ será la velocidad de traslación



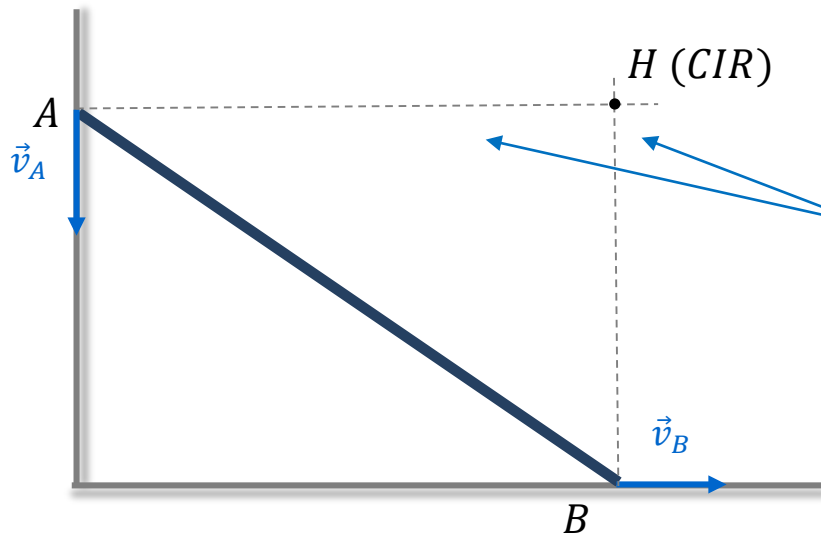
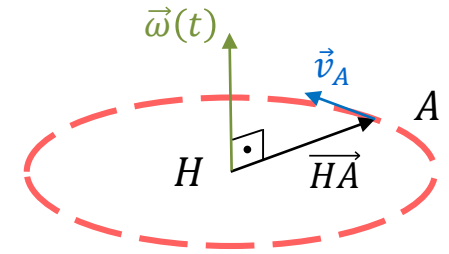
$$\vec{v}_A - \vec{v}_B = \vec{\omega} \times \overline{BA}$$

¿Existe un punto H dónde podamos modelizar el movimiento como una rotación pura?

Centro instantáneo de rotación – Determinación gráfica

➤ Seguimos utilizando el mismo ejemplo:

Si A y B describen una rotación pura en torno a H –
Centro Instantáneo de Rotación (CIR)



Trazamos los radio vectores desde A y B ,
perpendiculares a \vec{v}_A y a \vec{v}_B respectivamente

La velocidad de traslación será $\vec{v}_H = 0$

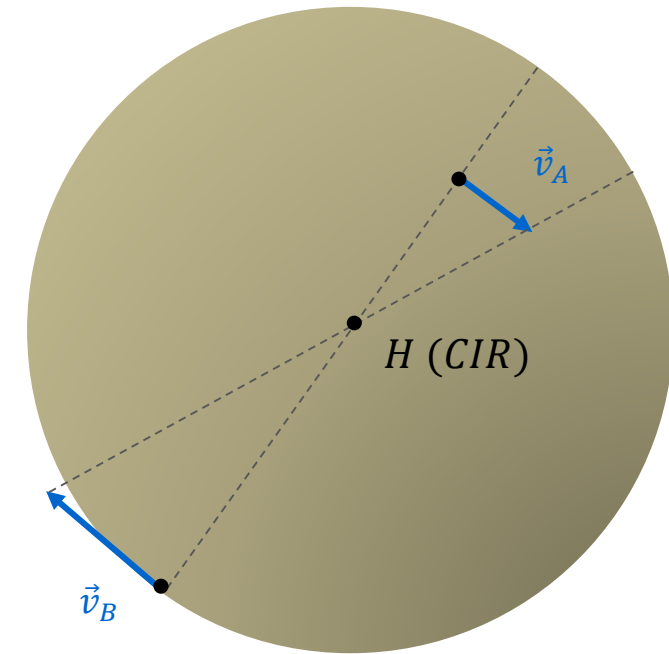
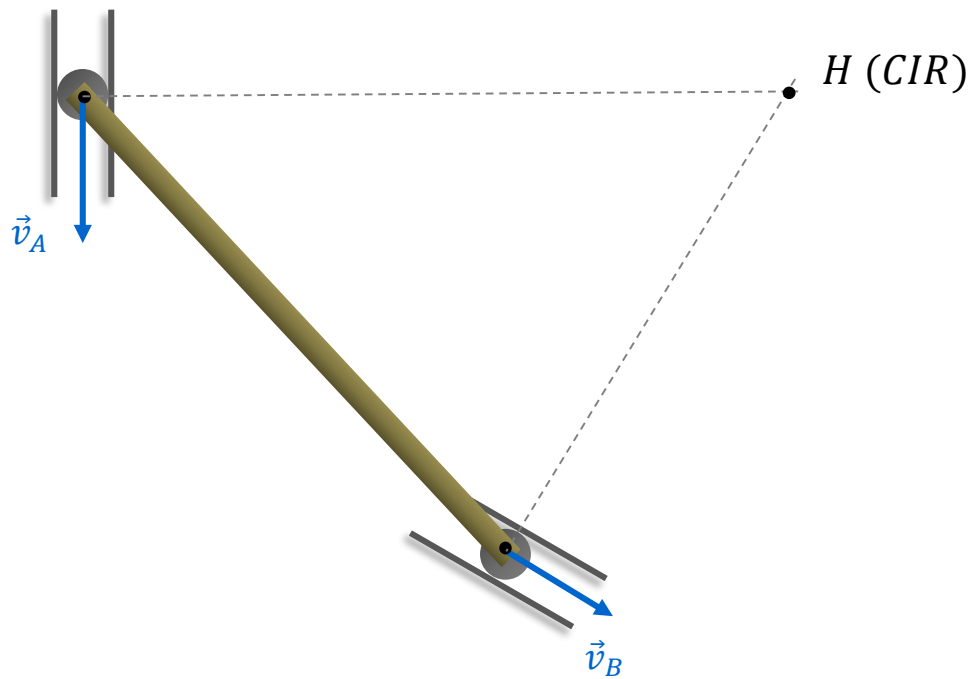
$$\vec{v}_A = \vec{\omega} \times \overrightarrow{HA}$$

$$\vec{v}_B = \vec{\omega} \times \overrightarrow{HB}$$

Reducimos el movimiento a una rotación pura en torno a H

Centro instantáneo de rotación – Determinación gráfica

- Otros ejemplos de obtención gráfica del CIR:



TEMA 4: CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

1.1

Clasificación de los movimientos planos

1.2

Campo de velocidades de un movimiento plano

1.3

Centro instantáneo de rotación – Determinación gráfica

1.4

Centro instantáneo de rotación – Determinación analítica

1.5

Rodadura sin deslizamiento y con deslizamiento

Centro instantáneo de rotación – Determinación analítica

- ❖ Conocida $\vec{\omega}$ y la velocidad y posición de un punto cualquiera P , podemos obtener el CIR.

Partimos de la ecuación del campo de velocidades:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_P + \vec{\omega} \times \overrightarrow{PA}$$

Buscamos el lugar geométrico de los puntos H , donde describimos el movimiento como una rotación pura:

$$\vec{v}_H = \vec{v}_P + \vec{\omega} \times \overrightarrow{PH} = 0$$

Multiplicamos vectorialmente por $\vec{\omega}$

$$0 = \vec{\omega} \times \vec{v}_P + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \overrightarrow{PH} = \vec{\omega} \times \vec{v}_P + \vec{\omega} \cdot (\vec{\omega} \cdot \overrightarrow{PH}) - \overrightarrow{PH} \cdot (\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}) = \vec{\omega} \times \vec{v}_P - \overrightarrow{PH} \omega^2$$

Doble producto vectorial

Son perpendiculares

$$\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c} = \vec{b} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b})$$

$$\overrightarrow{PH} = \frac{\vec{\omega} \times \vec{v}_P}{\omega^2}$$

TEMA 4: CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

1.1

Clasificación de los movimientos planos

1.2

Campo de velocidades de un movimiento plano

1.3

Centro instantáneo de rotación – Determinación gráfica

1.4

Centro instantáneo de rotación – Determinación analítica

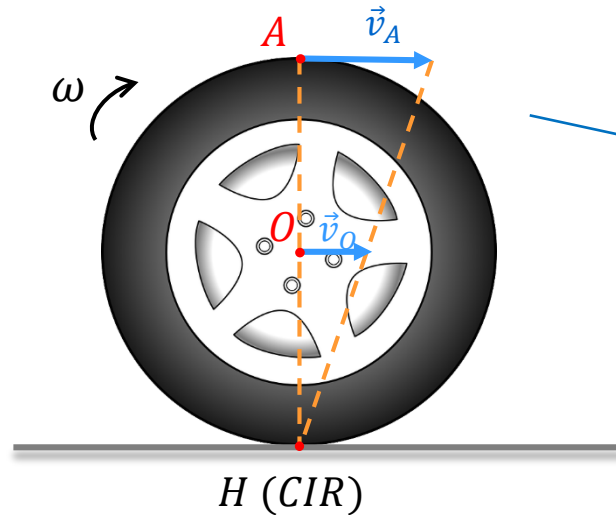
1.5

Rodadura sin deslizamiento y con deslizamiento

Rodadura sin deslizamiento y con deslizamiento

- ❖ **RODADURA SIN DESLIZAMIENTO** es aquella en la que punto de contacto de la rueda con el suelo está instantáneamente en reposo.

- Modelizamos en H



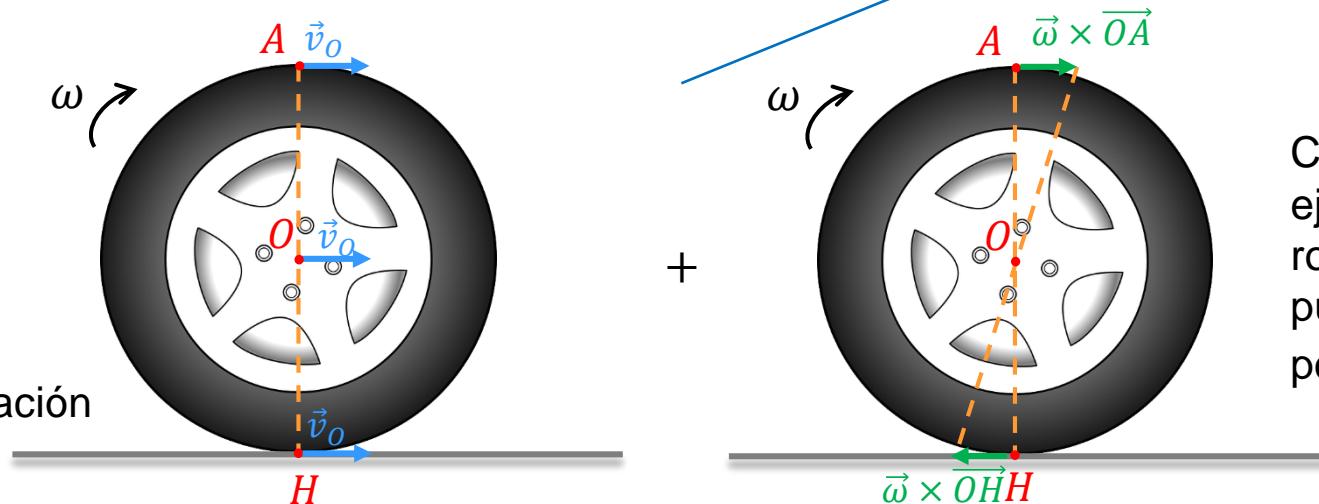
$$\vec{v}_H = 0 = \vec{v}_O + \vec{\omega} \times \overrightarrow{OH}$$

$$\vec{v}_O = -(\vec{\omega} \times \overrightarrow{OH})$$

$$v_O = \omega R$$

- Modelizamos en O

\vec{v}_O será la velocidad de traslación



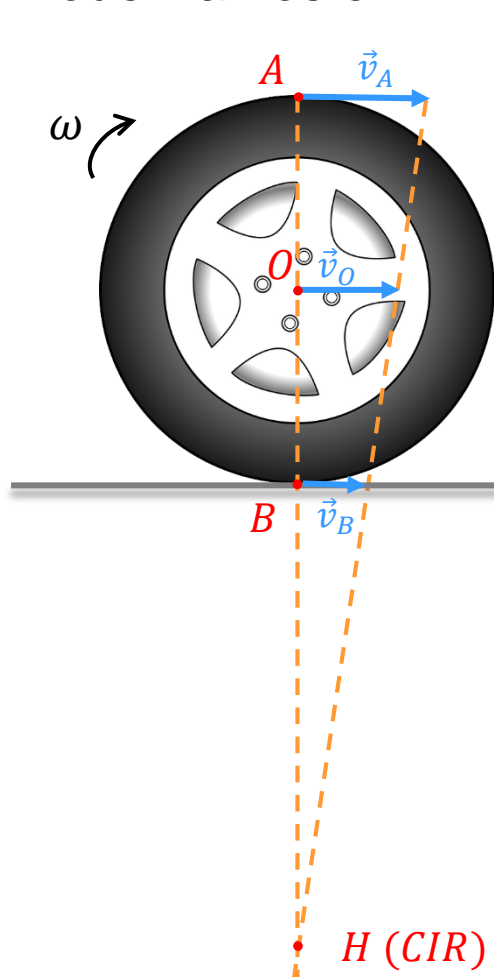
Como hemos situado el eje en O la velocidad de rotación en cualquier punto P vendrá dada por $\vec{\omega} \times \overrightarrow{OP}$

- ❖ **RODADURA SIN DESLIZAMIENTO** es aquella en la que punto de contacto de la rueda con el suelo está instantáneamente en reposo.
 - El lugar geométrico de los puntos H pertenecientes a la rueda se denomina **BASE** (punto de vista interno)
 - El lugar geométrico de los puntos H pertenecientes al suelo se denomina **RULETA** (punto de vista externo)

Rodadura sin deslizamiento y con deslizamiento

❖ **RODADURA CON DESLIZAMIENTO** es aquella en la que punto de contacto de la rueda con el suelo sí tiene velocidad.

➤ Modelizamos en H



$$\vec{v}_A = \vec{\omega} \times \overline{HA}$$

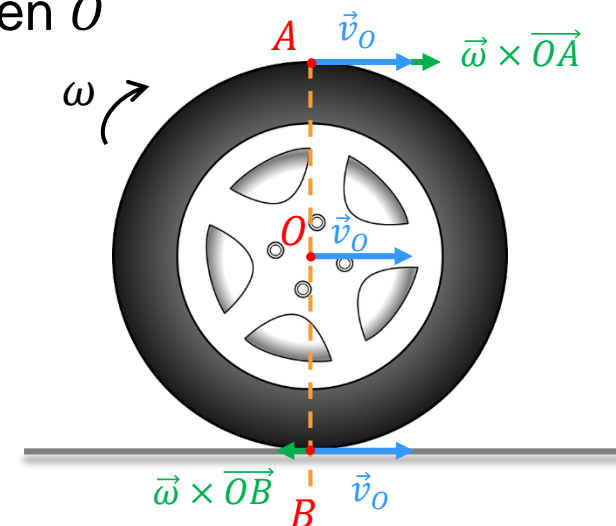
$$\vec{v}_O = \vec{\omega} \times \overline{HO}$$

$$\vec{v}_B = \vec{\omega} \times \overline{HB}$$

$$\vec{v}_H = 0$$

H (CIR)

➤ Modelizamos en O



$$\vec{v}_A = \vec{v}_O + \vec{\omega} \times \overline{OA}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_O + \vec{\omega} \times \overline{OB}$$

$\vec{v}_O \neq 0$ es la velocidad de traslación